

硬化型復元力特性を用いた 振動制御に関する解析的研究

2016年1月

千葉大学大学院工学研究科

建築・都市科学専攻 都市環境システムコース

渡辺 宏一

(千葉大学審査学位論文)

硬化型復元力特性を用いた
振動制御に関する解析的研究

2016年1月

千葉大学大学院工学研究科

建築・都市科学専攻 都市環境システムコース

渡辺 宏一

目次

論文要旨

第1章 序論	1
1.1 研究の背景と目的	1
1.2 強非線形解析に関する既往の研究	3
1.2.1 非線形力学系の概要	3
1.2.2 非線形系の解析手法について	5
1.2.3 強非線形解析に関する国内の研究	7
1.2.4 強非線形解析に関する海外の研究	11
1.2.5 定点理論に関する研究	15
1.2.6 回転慣性要素に関する研究	15
1.2.7 免震建物クリアランス・擁壁衝突などに関する研究	16
1.2.8 既往の研究と本論文の関係	17
1.3 損傷分散構造に関する既往の研究	18
1.3.1 ギャップを利用した損傷分散構造に関する研究	18
1.3.2 ギャップ以外の損傷分散構造に関する研究	19
1.3.3 せん断力分布・損傷分布に関する研究	20
1.3.4 既往の研究と本論文の関係	21
1.4 本研究の構成	22
第1章 参考文献	23
第2章 非線形系の解析手法	29
2.1 はじめに	29
2.2 解析モデル	30
2.3 振動低減メカニズム	35
2.4 線形系を対象とした定常周期解の解析手法	38
2.4.1 検討の概要	38
2.4.2 回転慣性要素を考慮した定点理論の最適解の誘導	39
2.4.3 定点理論の最適解に関する考察	46
2.4.4 線形系モデルの諸元の設定	51
2.5 非線形系を対象とした定常周期解の解析手法	53
2.5.1 検討の概要	53
2.5.2 シューティング法と接続法を組合わせた非線形モデルの解析手法	53
2.5.3 初期値依存性に関する考察	64
2.5.4 スイープ加振に関する考察	69

2.5.5	分岐現象に関する考察	71
2.6	まとめ	77
第2章	参考文献	79
第3章	硬化型復元力と回転慣性要素を用いた制振構造	80
3.1	はじめに	80
3.2	定常波入力に関する検討	82
3.2.1	検討の概要	82
3.2.2	モデル<N-r>の最適化	82
3.2.3	モデル<NR-r>の最適化	87
3.2.4	定常波入力に関するまとめ	89
3.3	パルス波入力に関する検討	90
3.3.1	検討の概要	90
3.3.2	Ricker 波	90
3.3.3	パルス入力時の共振曲線に関する検討	91
3.3.4	パルス入力時の応答波形に関する検討	95
3.4	地震波入力に関する検討	99
3.4.1	検討の概要	99
3.4.2	模擬地震波入力に関する検討	100
3.4.3	実地震波入力に関する検討	105
3.4.4	応答変位と絶対応答加速度の関係	109
3.5	まとめ	112
第3章	参考文献	114
第4章	損傷分散による多層制振構造	115
4.1	はじめに	115
4.2	解析モデル	116
4.3	解析結果の検討（弱層がない場合）	120
4.3.1	塑性率と転倒モーメントの関係	120
4.3.2	塑性率と最大応答加速度の関係	121
4.3.3	塑性率の高さ方向の分布	122
4.3.4	減衰項を考慮した層せん断力と最大塑性率の関係	124
4.3.5	層せん断力による転倒モーメントの予測	127
4.4	解析結果の検討（弱層がある場合）	128
4.4.1	塑性率と転倒モーメントの関係	128
4.4.2	弱層の有無による転倒モーメントの変化	130
4.4.3	弱層の有無による最大塑性率と層せん断力の変化	131
4.4.4	弱層がある場合の塑性率の予測	133

4.5	応答予測.....	135
4.6	ギャップ率 g を変動させた場合の応答低減.....	137
4.7	まとめ.....	139
	第4章 参考文献.....	140
	第5章 結論.....	141
5.1	研究の総括.....	141
5.2	今後の研究課題と展望.....	142
	本論文に関連した論文.....	143
	謝辞.....	144

論文要旨

大地震が頻繁に発生する我が国では、耐震・制振・免震構造の研究が精力的に行われているが、想定外の事態に対処するためには、よりロバストな特性をもつ構造形式の研究開発が重要である。本論文では、硬化型復元力特性を利用した2つの斬新な構造形式を提案し、それらの振動低減メカニズムについて解析的な検討を行った。

免震建物を例にすると、擁壁や隣接構造物との衝突を回避するため、想定する変位内に応答を制御する必要があるが、単に剛性を増やすのでは応答加速度の増大という副作用が伴う。そこで、本論文では、硬化型復元力特性を用いて応答変位を想定値に制御するとともに回転慣性要素を付加することにより応答加速度も増大させない構造形式を提案した。さらに、TMD(Tuned mass damper)と組み合わせることにより共振による応答増大も回避できることを確かめた。なお、強非線形に伴う複雑な分岐を探索するために、シューティング法と接続法を組み合わせた周期解探索手順についても検討した。

多層建物では相対的に耐震性能が劣る弱層に損傷集中しやすいという課題があった。そこで、本論文では、ギャップ機構を持つ硬化型復元力特性を多層構造物に組み込んだ構造形式を提案した。この構造形式は、弱層の存在や配置が未知であっても、弱層をロバストに補強していることになり、補強に伴う転倒モーメントの増大も抑制できる。さらに、弱層が存在する場合の高精度の応答予測手順も示した。

結論として、提案した2つの構造形式には画期的な振動低減効果があることが確認できた。

本論文は全5章から構成されている。提案した2つの構造形式のうち、前者は第2章および第3章で、後者は第4章で検討している。以下の各章の概要を示す。

第1章「序論」では、本研究の背景と目的を示すと共に、本研究に関連する既往の研究についてまとめた。

第2章「非線形系の解析手法」では、第3章で行う具体的な検討に先立ち、定常波入力^{脚注}を受ける強非線形システムの解析手法等について考察した。最初に、対象とする解析モデルと運動方程式を示し、提案している構造形式の振動低減メカニズムについて示した。次に、線形モデルの共振曲線を求めるために、回転慣性要素も考慮した定点理論の最適解を誘導した。さらに、非線形モデルの共振曲線を求めるために、シューティング法と接続法を組み合わせた効率的な方法を示した。最後に、強非線形系に特有の現象を把握するため

脚注) 本論文では、正弦波、調和波のことを定常波と呼称する。なお、建築以外の分野では、進行波と反射波とが重なり合ったときなどに、どちらの方向にも進行せず、その場で振動する波のことを定常波(定在波)と呼んでいるようである。

に、初期値依存性の検討、スイープ加振の検討、分岐現象などに関する検討を行った。

第 3 章「硬化型復元力と回転慣性要素を用いた制振構造」では、前章で提案したシューティング法と接続法を組み合わせる手法を用いて、定常波入力時の共振曲線について考察した。次にパルス波入力時の振動特性を非線形時刻歴応答解析により求めた。最後に地震波入力時の振動特性について検討した。

入力動を増加させた場合、線形系である従来型の TMD では入力動の大きさに比例して応答が大きくなる。一方、提案した新構造形式では、入力動が大きくなっても、応答変位を目標値に抑制でき、応答加速度も従来型の TMD と同程度に抑えられることが確かめた。

提案した構造形式は、応答変位の抑制に効果があることから、例えば、応答変位のクライテリアがある免震構造などに適用できる考えられる。

第 4 章「損傷分散による多層制振構造」では、多層建物を対象としたギャップを有する硬化型補強の応答低減メカニズムを解明し、従来型補強と比較した場合の有用性を明らかにした。評価指標は、転倒モーメントと最大塑性率である。硬化型補強は、初期剛性を増やさずに 2 次勾配を大きくすることができるため、転倒モーメントの増大を抑制でき、弱層がある場合にも損傷集中を抑制できる。さらに、弱層が存在する場合の高精度の応答予測手順も示した。また、ギャップ率を変動させた場合の応答低減について検討し、主構造の降伏変位で硬化型補強要素を動作させることが最も効率的であることも示した。

提案した構造形式は、転倒モーメントの増大を抑制できることから、例えば、杭基礎の補強が困難な既存建物の耐震補強などに適用できると考えられる。

第 5 章「結論」では、本研究を総括し、各章で得られた知見を要約して示すとともに、今後の研究課題について提示した。

第1章 序論

1.1 研究の背景と目的

大地震が頻繁に発生する我が国では、耐震・制振・免震構造の研究が精力的に行われているが、想定外の事態に対処するためには、よりロバストな特性をもつ構造形式の研究開発が重要である。最近の地震観測網の充実や地震工学の進歩により、構造物で考慮すべき地震動も大きくなり、長周期地震動など新たな振動特性に対する検討も必要となってきた。このような状況の中、本論文では2つの現象に着目した。1つ目は大地震による衝突現象の発生であり、2つ目は多層建物での損傷集中現象である。

前者については、免震建物における擁壁との衝突、ジョイント部を持つ隣接建物間の衝突、道路や鉄道の高架区間における接続部での橋桁の衝突、床免震機構における免震部と非免震部の衝突など多くのケースが考えられる。ここで、大地震時においても、想定する変位内に応答を制御する必要があるが、単に剛性を増やすのでは応答加速度の増大という副作用が伴う。また、剛性を増やすことは、免震構造の特徴である長周期化とも相反することになる。そこで、著者は、硬化型復元力特性を用いて応答変位を想定値に制御するとともに回転慣性要素を付加することにより応答加速度も増大させない構造形式を提案した。さらに、TMD(Tuned mass damper)と組み合わせることにより共振による応答の増幅を抑制することを考えた。このような強非線形系における応答には、複雑な分岐現象やカオス的挙動が発生するが、従来の研究ではほとんど考慮されていなかった。本論文の目的は、非線形系の周期解を効率的に探索する手法（シューティング法+接続法）を用いて強非線形性に伴う複雑な分岐現象を明らかにすることと、提案した新しい構造形式が従来型のTMDと比較して変位および絶対加速度の抑制に効果があることを示すことである。

後者については、多層建物では相対的に耐震性能が劣る弱層に損傷集中しやすいという課題があった。例えば、設計段階ではセットバックなどの不整形建物、施工段階ではコンクリート強度のばらつきなど、弱層が発生する要因が多数存在し、新築建物であっても理想的な耐震性能の分布とはならない。また、入力地震動の振動特性によっては、特定の層にエネルギーが集中することも考えられる。さらに、地震後の耐震補修に関しては、精度のよい残存耐力の評価は極めて難しい。そこで、著者は、ギャップ機構を持つ硬化型復元力特性を多層構造物に組み込んだ構造形式を提案した。この構造形式は、弱層の存在や配置が未知であっても、弱層をロバストに補強していることになり、補強に伴う転倒モーメントの増大も抑制できると考えた。本論文の目的は、提案した新しい構造形式が従来型の補強と比較して、層間変形角や転倒モーメントの抑制に効果があるかを示すことにある。さらに、弱層が存在する場合の高精度の応答予測手順についても考察する。

提案する 2 つの構造形式は、どちらも硬化型復元力を利用しているという点では共通性を有するが、研究のアプローチとしては大きく異なっている。すなわち、前者の硬化型復元力と回転慣性要素を組み合わせた構造形式については、1~2 自由度の解析モデルを対象とし、強非線形性に起因する複雑な分岐現象なども考察している。一方で、後者のギャップ復元力を用いた構造形式では、多自由度モデルを対象とし、非線形時刻歴応答解析によるパラメタスタディに限定されている。このことから、現状では両者の検討内容の関連性は低いと言わざるを得ない。しかし、将来的には 1~2 自由度系の検討で得られた知見を活用し、強非線形性を有効利用した多層制振構造物の提案に結び付けたいと考えている。

1.2 強非線形解析に関する既往の研究

1.2.1 項では Duffing 方程式やカオス現象について簡単に述べる。なお、本論文ではカオス現象については詳細な検討は行わない。1.2.2 項では非線形系の解析手法について述べる。本論文の共振曲線の探索では、従来手法に代わって、シューティング法と接続法を組合わせた手法を提案している。1.2.3 項では強非線形解析に関する国内の論文について、1.2.4 項では海外の論文について述べる。1.2.5 項では定点理論についての既往の研究をまとめた。Duffing 方程式では変位が小さい範囲では線形系の挙動を示し、変位が大きくなると徐々に非線形系の複雑な応答性状が現れる。そのため、線形系の挙動把握は重要であり、定点理論は線形系の最適化の指針を示すものである。1.2.6 項では提案する新構造形式の重要な構成要素である回転慣性要素について、1.2.7 項では展開先として免震建物の擁壁衝突についてまとめた。1.2.8 項では、既往の研究と本論文の関係について述べる。

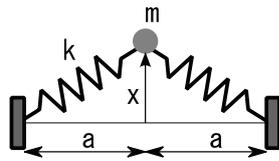
1.2.1 非線形力学系の概要

非線形の力学系 (dynamical system) においては、分岐現象の発生など複雑な振動特性を有することが知られている。ここで力学系とは、状態が時間の経過とともに変化するシステムのことである^{1.1)}。力学系に関する研究分野は、宇宙、生態系、化学反応、電気回路、光学、医学、経済、機械など幅広く、膨大な研究成果が蓄積されている。

(1.1)式で示す Duffing 方程式は、様々な非線形力学系のモデルとして最も研究されている方程式の 1 つである。この方程式は、線形の運動方程式に 3 次の項 (x_1^3) が加わっただけであるが、このような簡単な系でも非常に複雑な分岐現象などが発生する。なお、本論文では 2 自由度系に拡張した Duffing 方程式を中心に考察を進めている。

$$m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + g_1x_1^3 = f \quad (1.1)$$

ちなみに、図 1.1 に示した簡単なばね系において幾何非線形を考慮して運動方程式を導き、Taylor 展開により近似すると 3 次の項が現れる^{1.2)}。実際の硬化型の装置としては、3 次以外の復元力特性を実現することも可能であるが、本論文では 3 次の復元力特性のみについて検討する。なお、後述する海外論文では、図 1.1 のように加振方向に直交するばねを用いて、幾何学的非線形性により 3 次の項を実現した振動実験も多かった。

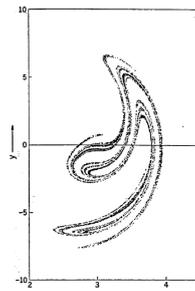


$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} &= -2k\left(\sqrt{a^2+x^2}-l\right)\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} \\
 &= -2kx\left(1-\frac{l}{a}\left(1+\frac{x^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right) \\
 &\approx -2k\left(1-\frac{l}{a}\right)x - \frac{kl}{a^3}x^3 \quad \leftarrow \text{Taylor展開}
 \end{aligned}$$

ここで、 l は、ばねの自然長

図 1.1 幾何学的非線形を考慮した場合に変位の 3 次の項が現れる簡単な例

Duffing 方程式では、パラメタによってはカオス現象が生み出される (図 1.2 参照) 1.3)。なお、カオスとは確定的な系において起こる一見ランダムな現象を指している。カオスの定義は研究者によって異なり、合原ら 1.4)は、①軌道不安定性、②長期予測不能性、③有界性、④自己相似性、⑤非周期性を、Devaney 1.5)は、①位相推移性、②緻密性、③初期値鋭敏性をカオスの満たすべき条件として挙げている。



第 3 図 不規則振動に対応する実測軌道
Fig. 3. Observed orbit corresponding to the random oscillation.

図 1.2 上田によるジャパニーズ・アトラクタ 1.3)

(アトラクタとはある力学系が $t \rightarrow \infty$ のとき収れんする軌道を指している。カオス発生時にはストレンジ・アトラクタとなりフラクタルな構造を持つ。)

カオスが発生するパラメタ範囲の探索や、発生メカニズムの解明も興味をそそるテーマではあるが、本論文ではカオス現象そのものは検討対象としない。その理由としては、①本論文で対象としたパラメタ範囲ではカオス現象は観察されていないこと、②カオスには有界性 1.4)という特徴もあるので、カオス現象が発生しても有界な領域に留まること、③非定常波入力時 (地震入力など) の応答評価ではカオス現象はさほど重要でないことが挙げられる。

本論文では、2.5.5 項で示すように、主共振の傾斜、サドルノード分岐、ピッチフォーク分岐、分調波共振、高調波共振、準周期解など複雑な現象が観察された。ここで、準周期解の時刻歴波形は、見かけ上は不規則に振動しているためカオス現象と誤認されそうであるが、周期比が無理数である周期関数の線形和で表される関数に過ぎず、初期値鋭敏性が無いためカオスではない 1.6)。なお、初期値鋭敏性とは、最初の状態が少し違うだけで、指数関数的に差が大きくなり、将来非常に大きな違いを生む現象を指す。

1.2.2 非線形系の解析手法について

非線形系の解析手法を、それらが使われる場面により分類すると、①非定常波入力時の非線形時刻歴応答解析、②定常波入力時の周期解の探索、③定常波入力時の共振曲線の探索の3つが挙げられる。

①非定常波入力時の非線形時刻歴応答解析

わずかな誤差により複雑な分岐が発生する非線形系を対象とする場合、ニューマークの β 法などによる一般的な非線形時刻歴応答解析では、計算効率や計算精度の面で不十分である。本論文では、運動方程式を連立常微分方程式の形式に変換したのちに、科学技術計算用パッケージの `scipy.integrate.odeint` 関数^{1.7)}を用いて、連立常微分方程式の初期値問題として解析している。ここで、`odeint` 関数から `lsoda` 関数が呼ばれており、Adams 法や後退微分法(BDF)^{1.8)}を用いて十分な計算効率や計算精度が確保されている。本論文の「3.3 節 パルス波入力に関する検討」、「3.4 節 地震波入力に関する検討」では `odeint` 関数を用いて解析を行った。また、周期解が得られない場合には、応答倍率などを求めるために非線形時刻歴応答解析を行う必要がある（「2.5.5(3) 準周期解への分岐現象」参照）。

なお、`odeint` 関数を用いて定常波入力時の周期解も求めることも可能である。しかし、減衰が小さい場合には、安定周期解に収れんするまでに数千サイクルが必要であり、定常周期解を求める用途としては `odeint` 関数は非効率であるといえる。

②定常波入力時の周期解の探索

定常周期解を求める用途にはシューティング法が最適である。シューティング法では、ニュートン法を用いることにより、高精度の周期解を高速に探索することができる。本論文では、田村らの論文^{1.9)}に記載されていたプログラムを修正して利用している。

なお、入力波の振動数を変化させながらシューティング法を適用することで、共振曲線を探索することも可能である。高精度の共振曲線が得られることから次項で述べる近似解法の妥当性チェックにも利用されている。しかし、「2.5 節 非線形系を対象とした定常周期解の解析手法」に示すように、非線形系の場合には、ある振動数の定常波入力に対する周期解が複数存在することがある。そのため、すべての周期解を得るためには、各振動数毎に、多数の初期値に対する応答を求める必要がある。さらに、複雑な分岐現象を解明するには、細かい振動数刻みで探索する必要がある。そのため、シューティング法により共振曲線探索を行うことは、計算時間が膨大になるという課題がある。

③定常波入力時の共振曲線の探索

非線形系の共振曲線を求めるための解析手法としては、摂動法を一般化した多重尺度法、線形系の解を母解とし 1 周期の間で平均化操作を施す平均法、ガラーキンの法に基づく調和

バランス法など^{1.10)}が使われている。これらの一般的な方法では、基本的には sin,cos 関数等を組み合わせた近似解を求めているため、式の展開も複雑である。図 1.3 は著者が非線形振動やカオス現象に興味を持つきっかけとなった奥泉^{1.11)}の学位論文である。履歴ループとして Wen の微分方程式モデル^{1.12)}を、主共振および 2 次共振領域の解析には多重尺度法を用いている。図中の付録 H は 2 次共振領域の近似解のほんの一部である。このように従来手法では、1 自由度系モデルであっても近似解を求めること自体が煩雑となることがある。

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \varepsilon g(x, \dot{x}, t) + \varepsilon^2 h(x, \dot{x}, t) = 0$$

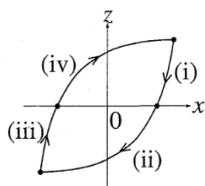


図 2.1 ヒステリシスループの分割

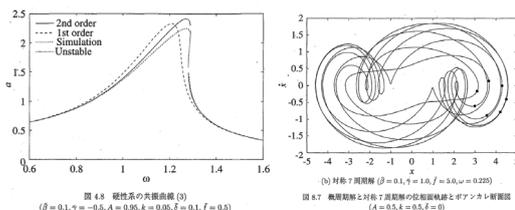


図 1.3 調和励振を受けるヒステリシス系の非線形振動 (奥泉) 1.11)

さらに複雑な非線形システムを解析するには、上記のような従来手法では限界があると著者は考えている。そこで、本論文では、共振曲線を求めるために接続法を用いている。接続法では出発点となる高精度の周期解が必要となるため、シューティング法により出発点の周期解を求めている。

本論文で利用している接続法の汎用システム AUTO^{1.13)~1.16)}は、カナダの Concordia 大学の Doedel 教授が開発した分岐解析ソフトであり、生物、電気、医学、量子力学、気象、宇宙、光学など幅広い分野で使われている。しかし、定常周期解探索などの振動問題への適用例は少ない。また、国内では、接続法や AUTO に関する情報^{1.17~1.19)}は殆どない。

シューティング法と接続法を合わせた共振曲線探索では、複雑な近似式の導出も不要であり、探索に必要な時間も極めて短い。さらに、多自由度モデルや、複雑な復元力特性を持つ解析モデルも容易に扱える可能性が高い。

Kerschen ら^{1.20)}は、非線形ノーマルモード(nonlinear normal modes NNMs)の概念を示し複数の解析手法について解説している。この論文中には、接続法を含む数値解法についての記述もあるが、強力な解析手法にもかかわらず、驚くことに利用例は極めて少ないとしている。

付録 H 2 次共振領域の非対称 2 次近似解の ε の 1 次項 x_1 の表記

区間 (i)~(iv) における x_1 の解を $x_{11} \sim x_{14}$ とする。

$$x_{11} = \frac{3a^2 A \beta}{4(A-4\omega^2)} + \frac{A \beta^2}{4(A-4\omega^2)} - \frac{A^2 \beta^2}{144\omega^6(A-4\omega^2)} + \frac{A^3 \beta^2 \gamma}{144\omega^6(A-4\omega^2)} + \frac{3a^2 A^2 \gamma}{16\omega^2(A-4\omega^2)} + \frac{A^2 \beta^2 \gamma}{16\omega^2(A-4\omega^2)} + \frac{4a A^2 \beta \gamma}{45\omega^4(A-4\omega^2)^2} + \frac{16a A^2 \beta \gamma}{45\omega^4(A-4\omega^2)^2} + \frac{3a^2 A \gamma}{45\omega^4(A-4\omega^2)^2} + \frac{A \beta^2 \gamma}{45\omega^4(A-4\omega^2)^2} + \frac{3a^2 A^2 \beta}{36\omega^4(A-4\omega^2)^2} + \frac{A \beta^2 \gamma}{36\omega^4(A-4\omega^2)^2} + \frac{3a^2 A^2 \beta}{16\omega^4(A-4\omega^2)^2} + \frac{A^2 \beta^2 \gamma}{16\omega^4(A-4\omega^2)^2} + \frac{64a A^2 \beta \gamma}{45(A-4\omega^2)^2(A-2\omega^2)} - \frac{45\omega^2(A-4\omega^2)^2(A-2\omega^2)}{193.4^4 \beta^2 f} + \frac{1350a^4(A-4\omega^2)^2(A-2\omega^2)\pi}{1350a^4(A-4\omega^2)^2(A-2\omega^2)\pi} + \frac{386.4^4 \beta f}{675\omega^4(A-4\omega^2)^2(A-2\omega^2)\pi} + \frac{386.4^4 \beta f}{675\omega^4(A-4\omega^2)^2(A-2\omega^2)\pi} + \frac{1544.4^4 \beta f}{675(A-4\omega^2)^2(A-2\omega^2)\pi} + \frac{1544.4^4 \beta f}{675(A-4\omega^2)^2(A-2\omega^2)\pi} + \frac{386.4^4 \beta f}{675\omega^2(A-4\omega^2)^2(A-2\omega^2)\pi} + \frac{386.4^4 \beta f}{675\omega^2(A-4\omega^2)^2(A-2\omega^2)\pi} + \frac{a A \beta}{4\omega^2(A-4\omega^2)} - \frac{a A^2 \beta}{4\omega^2(A-4\omega^2)^2} + \frac{a A^2 \beta}{4\omega^2(A-4\omega^2)^2} + \frac{a A \beta \cos \omega T_0}{a A \beta \cos \omega T_0} - \frac{a A \beta \cos \omega T_0}{a A \beta \cos \omega T_0} - \frac{f \cos \omega T_0}{f \cos \omega T_0} - \frac{A \beta^2 \cos 2\omega T_0}{A \beta^2 \cos 2\omega T_0} + \frac{A \beta^2 \gamma \cos 2\omega T_0}{A \beta^2 \gamma \cos 2\omega T_0} + \frac{18a^2}{18a^2} - \frac{18a^2}{18a^2} - \frac{144a^6}{144a^6} - \frac{4a A \beta f \cos 2\omega T_0}{4a A \beta f \cos 2\omega T_0} + \frac{a^2 A \beta \cos 2\omega T_0}{a^2 A \beta \cos 2\omega T_0} + \frac{A \beta^2 \cos 2\omega T_0}{A \beta^2 \cos 2\omega T_0} + \frac{a^2 A \gamma \cos 2\omega T_0}{a^2 A \gamma \cos 2\omega T_0} + \frac{A \beta^2 \gamma \cos 2\omega T_0}{A \beta^2 \gamma \cos 2\omega T_0} - \frac{193.4a^4 f \cos 2\omega T_0}{193.4a^4 f \cos 2\omega T_0} + \frac{193.4a^4 f \cos 2\omega T_0}{193.4a^4 f \cos 2\omega T_0} + \frac{a A \beta \beta \gamma \cos 2\omega T_0}{a A \beta \beta \gamma \cos 2\omega T_0} + \frac{12a^2}{12a^2} + \frac{1350a^4 \pi}{1350a^4 \pi} + \frac{386.4^4 \beta f}{386.4^4 \beta f} + \frac{386.4^4 \beta f}{386.4^4 \beta f} + \frac{a A \beta f \cos 3\omega T_0}{a A \beta f \cos 3\omega T_0} + \frac{a^2 A \beta \cos 3\omega T_0}{a^2 A \beta \cos 3\omega T_0} + \frac{A \beta^2 \cos 3\omega T_0}{A \beta^2 \cos 3\omega T_0} + \frac{a A \beta \beta \gamma \cos 4\omega T_0}{a A \beta \beta \gamma \cos 4\omega T_0} + \frac{30a^4}{30a^4} + \frac{30a^4}{30a^4} + \frac{96a^6}{96a^6} + \frac{a^2 A \gamma \cos 4\omega T_0}{a^2 A \gamma \cos 4\omega T_0} + \frac{A \beta^2 \gamma \cos 4\omega T_0}{A \beta^2 \gamma \cos 4\omega T_0} + \frac{8 A \beta f \gamma \cos 2\omega T_0}{8(A-4\omega^2)} + \frac{8 A \beta f \gamma \cos 2\omega T_0}{8(A-4\omega^2)}$$

1.2.3 強非線形解析に関する国内の研究

建築分野に関しては、戦前から直近までの建築学会構造系論文集に掲載されたすべての論文を対象として、分岐現象やカオス現象に言及しているものをピックアップした。しかし、該当する論文は6グループ(21編)と極めて少なかった。

強非線形解析を扱った黎明期の研究として、小堀ら^{1.21)}は1956年に **twisted wire** に関する論文を発表した。**twisted wire** は、変位の3次の項に比例する硬化型復元力特性としてモデル化されている(図 1.4)。なお、当時の計算環境の制約から強非線形性を利用した制振構造の可能性を示唆するに留まっている。1976~1978年には、べき関数型履歴系に関する北川・望月ら^{1.22)~1.26)}の研究が発表された(図 1.5)。実験結果をもとに変位のべき乗で復元力特性を定義している。また、非線形微分方程式の近似解法としては平均法を用いている。1979年には、皆川^{1.27)~1.34)}によって非線形運動方程式の定常解問題に関する論文が発表された(図 1.6)。近似解法として調和バランス法を用いている。高調波振動や分数調波振動の発生や、解の安定性についても言及するなど理論的にも高度な内容となっている。萩原ら^{1.35)~1.38)}は、1自由度モデルを対象とし幾何非線形性と材料非線形性の両方を考慮した論文を発表した(図 1.7)。有尾ら^{1.39), 1.40)}は **2-bar truss** 構造を対象として **Duffing** 方程式の非線形挙動解析を行った(図 1.8)。朝山^{1.41)}は、硬化型や軟化型履歴特性を持つ構造物の非線形地震応答解析を行い、カオス力学系としての複雑な挙動を従来の弾塑性応答解析で近似することが困難な場合があることを指摘した(図 1.9)。

構造系論文集以外では、安西ら^{1.42)}は **Duffing** 方程式の等価線形化について検討した。富永ら^{1.43)}は、劣化せん断型のRC構造の時刻歴応答解析を行いカオス的な応答発生の可能性を示唆した。堀ら^{1.44)}は免震建物を対象として **Duffing** 方程式を含む非線形動吸振器の制振効果について検証し、減衰が少ない範囲では非線形動吸振器の方が対応周波数域も広く、高い制振効果が得られるとした。著者らは降伏考慮 **Duffing** 系に関する検討^{1.45)}や、回転慣性要素と硬化型復元力特性を組み合わせた構造形式の検討^{1.46)}を行っている。

田治見^{1.47)}、柴田^{1.48)}は、バイリニア型弾塑性系の定常振動の近似解や厳密解を導出している。上記は建築振動学の教科書の定番であるが、履歴を有する非線形系についての数少ない文献となっている。

建築分野に関する上記の論文や書籍の傾向をまとめると、次のようになる。

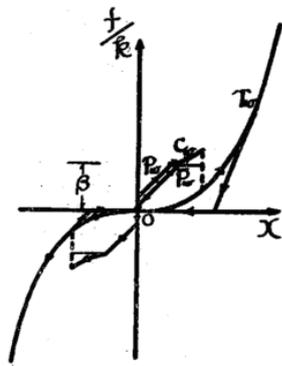
- ① 2自由度^{1.46)}や3自由度^{1.44)}を対象とした論文も数例あるが、1自由度モデルを対象とした検討が大半である。このことから、非線形系を対象とした多自由度モデルの解析は、現状では難易度が高いことが分かる。
- ② 非線形時刻歴応答解析のみを実施している論文^{1.35), 1.41), 1.43)}なども多い。
- ③ 共振曲線探索には、平均法^{1.26)}など、調和バランス法^{1.31)}などなどが使われている。なお、

接続法を使っているのは、著者ら 1.45), 1.46) の論文だけである。

④ 回転慣性要素と組み合わせた検討を行っているのは、著者ら 1.46) の論文だけである。

⑤ Duffing 方程式を対象とした検討が多いが、建築分野の特徴としてバイリニア型復元力を対象とした検討 1.47), 1.48) なども行われている。

本論文では、2 自由度系の Duffing 方程式を対象としている。既往の研究と比較して、共振曲線の探索には接続法を利用している点や、回転慣性要素を組み合わせた新しい構造形式を提案している点において特徴があると考えている。



第 1 図

twisted wire $T_w; f/k = x^3/8\beta^2$

combined wire $C_w; f/k = \beta(x^3/8\beta^3 + 1)$

図 1.4 twisted wire を用いた研究 (小堀ほか) 1.21)

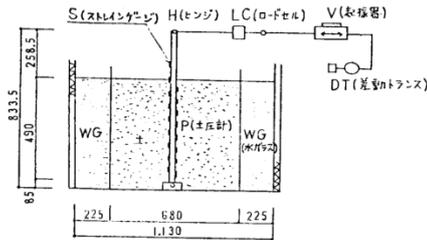


Fig. 1 模型ぐい一地盤系の復元力特性に関する実験装置

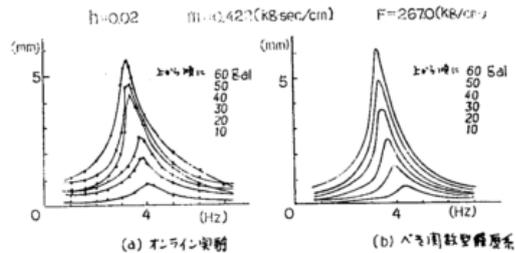


Fig. 7 共振曲線の比較

図 1.5 杭模型動的実験と軟化型復元力特性の精度検証例 (望月・北川ほか) 1.26)

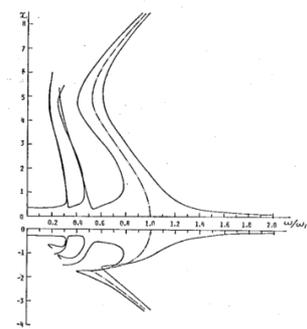


Fig. 3 Resonance Curve

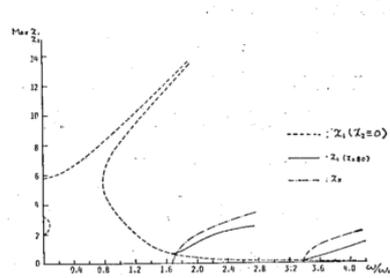


Fig. 8 Resonance Curve

図 1.6 高調波共振と分調波共振の分析 (皆川) 1.31)

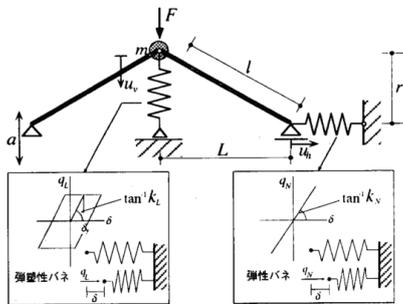


図-1: 1自由度非線形モデル

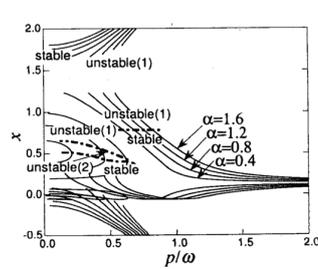
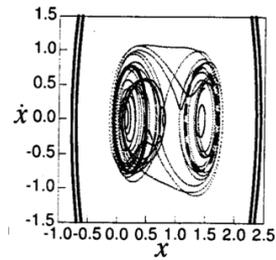


図-8: 共振曲線 (弾塑性系-静的荷重あり)



(d) $p/\omega = 0.9$

図 1.7 幾何非線形性と材料非線形性を考慮した非線形システム (萩原) 1.35)~1.38)

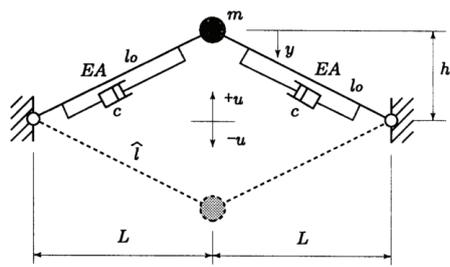
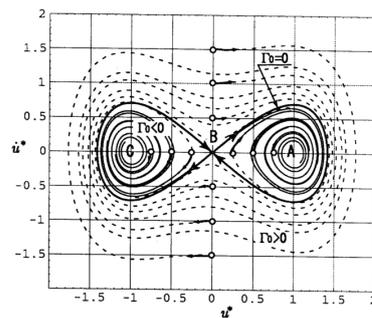


図-1 動的 2-bar truss モデル



(b) $h \neq 0, \kappa\omega_0^2 = 1$

図 1.8 2-bar truss モデルを対象とした非線形挙動解析 (有尾) 1.39), 1.40)

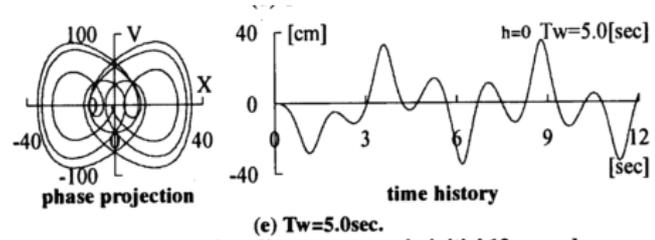
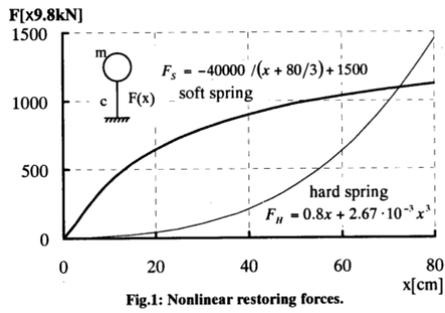


Fig.18: Stability of nonlinear response in initial 12 seconds (hard spring, $h=0\%$).

図 1.9 硬化型と軟化型の復元力を持つシステムの時刻歴応答解析 (朝山) 1.41)

土木分野では、偏平ケーブル 1.49)や浮遊式構造物 1.50)で発生するカオス振動について、調和バランス法や時刻歴応答解析を用いた研究などがあった。しかし、建築分野と同様に非線形系に関連する論文は少なく、接続法を用いた論文も無かった。

機械分野では多数の関連論文が発表されている。解析手法の観点からは、田村ら 1.51), 1.52) は調和バランス法を、岡部ら 1.53), 1.54) はヤコビの楕円関数を母解とする平均法を、吉武・末岡ら 1.55) はシューティング法を、藪野ら 1.56) は多重尺度法を用いた検討を行っている。しかし、接続法を使った論文は見つけることができなかった。また、硬化型復元力と回転慣性要素を組み合わせた構造形式を解析対象としている論文も無かった。

機械学会での非線形系振動に関する研究展望については、1995 年の近藤・矢ヶ崎 1.57)、2007 年の藪野 1.58) の論文が発表されている。近藤・矢ヶ崎・藪野は、2007 年に日本機械学会編として出版され、本論文で最も参考にした「非線形系のダイナミクス」1.10) の執筆者でもある。

1.2.4 強非線形解析に関する海外の研究

工学系分野に関する非線形系やカオス現象を扱った海外ジャーナル誌としては、"Nonlinear Dynamics", "Journal of Sound and Vibration" の2つが重要である。なお、前者は IF(インパクトファクタ)=2.849(機械工学分野 130 誌中の 7 位)、総引用数=6966 (同 13 位) であり、後者は IF=1.813 (同 25 位)、総引用数=22692 (同 2 位) と、機械工学分野の中でも上位に位置している^{脚注)}。その他にも、"International Journal of Bifurcation and Chaos", "Mechanical Systems and Signal Processing", "Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation", "International Journal of Non-Linear Mechanics" など多数のジャーナルがあり、対象とする研究分野も多岐に渡っている。ここでは、本論文との関連性が深い論文について述べる。

Vakakis らのグループは、非線形要素と弱いバネを組み合わせた制振メカニズムとして nonlinear energy sink(NES)に関する膨大な数の論文を発表している。Jiang ら^{1.58)}は、NES について理論的検討と振動実験を行った。図 1.10 に示すように、変位の 3 次の項で表される非線形性については、加振直交方向の弦を用いた幾何学的非線形性により実現されている。2014 年には、図 1.11 に示すような 9 層建物を模擬した大規模振動実験^{1.59)}も行われている。建物には、4 つの NES 装置と 2 つのインパクトダンパーが設置されている。

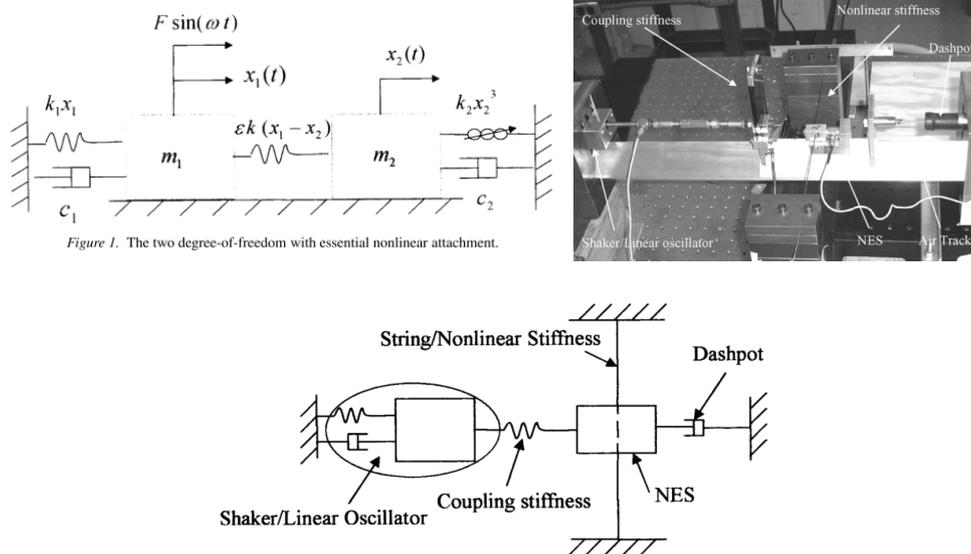


図 1.10 NES の解析モデルと小規模振動実験(Jiang) ^{1.58)}

脚注) THOMSON REUTERS 社の Journal Citation Reports の 2014 年版に基づく。

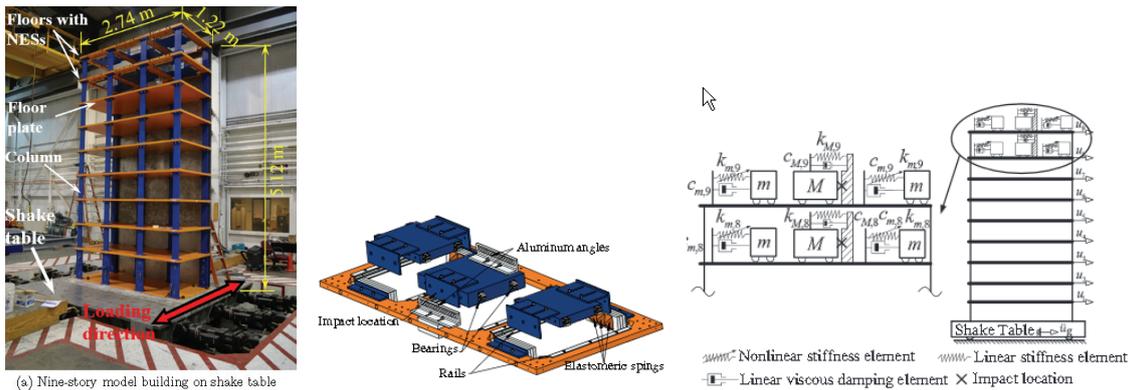


図 1.11 NES の大規模振動実験(Luo) 1.59)

Nayfeh らのグループも非線形系の論文を多数執筆している。2007 年には、Malatkar ら^{1.60)}が、Vakakis が提唱した NES の検証解析を行い、分岐現象など多数の興味ある現象は再現できたものの、NES の効果は再現できなかったとした。一方で、2014 年には Mehmood ら^{1.61)}が円柱の渦励振の対策に NES を使った論文を発表している。また、Nayfeh ら^{1.62)}は梁座屈における内部共振を、Yabuno ら^{1.63)}は片持梁の非線形ノーマルモードを、多重尺度法を使って検討している。

Gourdon ら^{1.64)}は、図 1.13 に示すような強非線形と比較的小さな質量を組み合わせた制振システムについて検討し、小規模振動実験も行っている。この実験でも、変位の 3 次の項で表される非線形性については、加振直交方向のばねを用いた幾何学的非線形性により実現されている。

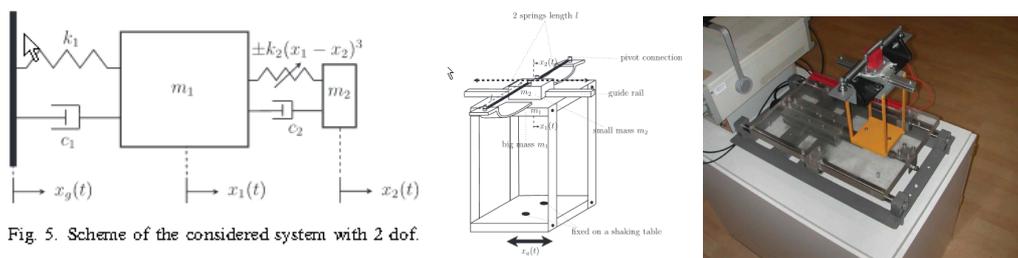


図 1.13 NES の小規模振動実験(Gourdon) 1.64)

最近では工学分野の振動問題に接続法の汎用システムである AUTO を使った論文も数件存在する。Peeters ら^{1.65)}は、2 自由度系システムを対象として、シューティング法と接続法を組合せた手法を解説している。2009 年には、Alexander^{1.66)}らにより、NTMD(Nonlinear Tuned Mass Damper)を対象として AUTO を使った検討が行われ、従来の近似法では見逃

していた孤島状の共振曲線を検出できたとした(図 1.14)。また、一般的な TMD(Tuned Mass Damper)との比較では、NTMD の優位性が確認できず、semi-active NTMD が将来の方向であると結論付けた。

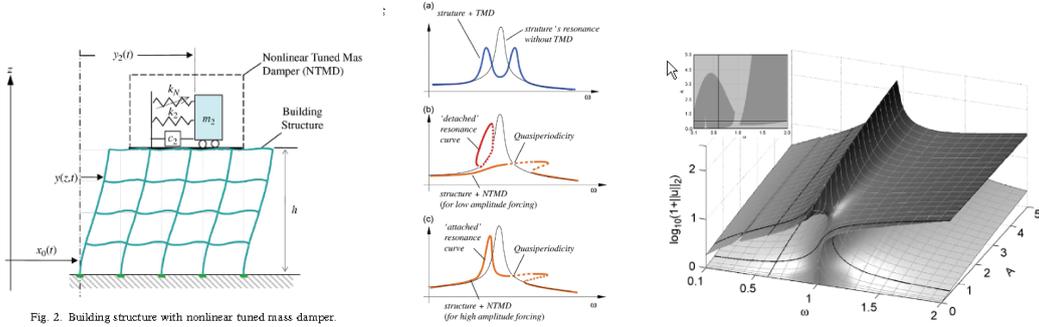


Fig. 2. Building structure with nonlinear tuned mass damper.

図 1.14 NTMD(Nonlinear Tuned Mass Damper) (Alexander) 1.66)

Eason らは、2013 年にセミアクティブ NTMD の解析を行い、セミアクティブ節点は非常に小さな質量でも十分であるとした 1.67) (図 1.15)。2014 年には、複数の安定周期解がある場合の取れん性の評価指標や分岐空間探索について NTMD を対象とした検討を行った 1.68) (図 1.16)。解析には接続法も用いられており、明記されていないが AUTO も使われているようである。

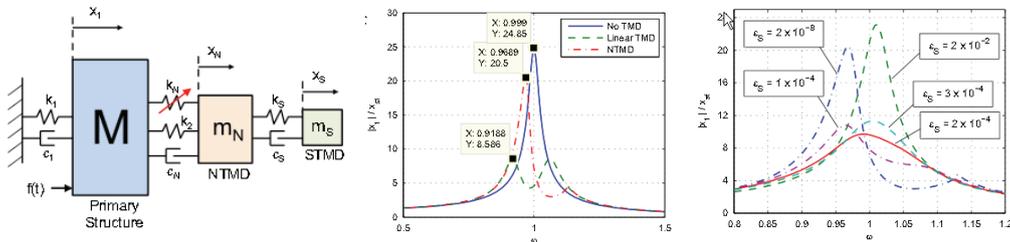


図 1.15 セミアクティブ NTMD を対象とした解析(Eason) 1.67)

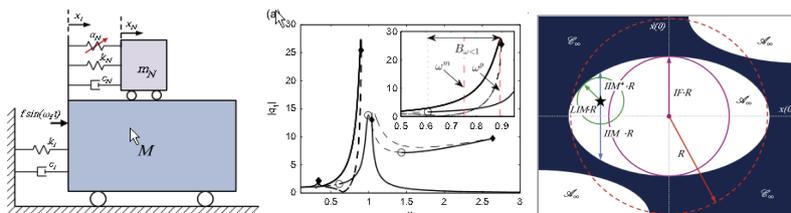


図 1.16 NTMD を対象とした分岐空間探索(Eason) 1.68)

海外論文では 2 自由度モデルを対象としたものも多く、さらにセミアクティブ用節点を加えた 3 自由度モデルの検討も行われている。本論文では、主構造と地面との間に非線形要素を組込んでいるが、上記の海外論文では、主構造と付加節点の連結部に組込んでいる例が多い。また、最近は、本論文で採用している接続法を工学的な振動分野に使った研究^{1.66)}なども若干ながら存在している。非線形系に現れる分岐現象に注目した論文は多いが、振動低減効果を TMD などと比較している論文は少ない。また、非線形要素の導入による振動低減効果が確認できなかったとする論文^{1.66)}も見られた。この点について、著者は、実質量が前提となっている Gourdon^{1.64)}, Alexander^{1.66)}, Eason^{1.67), 1.68)}らの解析では付加系の質量比 $\mu = 0.1$ を採用しており、質量比が小さいために振動低減効果が少なかったと考えている。

1.2.5 定点理論に関する研究

パッシブ制振システムは、簡単な機構、低コスト、エネルギー供給が不要であるという特徴がある。周期的な荷重を受ける線形パッシブ制振については、Hartog^{1.69)}による定点理論の発表後、現在まで多種の動吸振器についての厳密解や近似解が発表されている^{1.70)~1.72)}。蔭山ら^{1.73)}は、図 1.17 に示すような連結部に粘性ダンパーと連結ばねを用いた連結制振に定点理論を適用し、最適解を陽な形で導出した。本論文では、蔭山らの導出手順を参考にして、回転慣性要素も考慮した最適解を導出している。連結制振については、張ら^{1.74)}、竹脇ら^{1.75), 1.76)}、友澤ら^{1.77)} など多数の研究が発表されている。

なお、定点理論においては付加的な実質量が必要となるが、建物内での配置スペース等の制約から、比較的小さな質量比 μ (付加質量/主架構質量) を対象とした検討が多い。

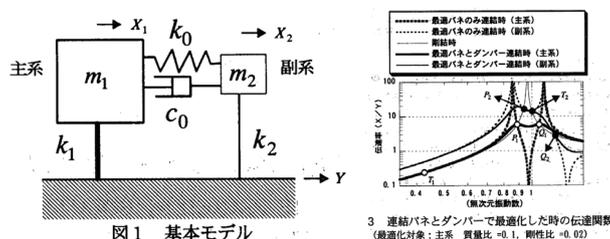


図 1.17 連結制振の解析モデルと伝達関数の例(蔭山) ^{1.73)}

1.2.6 回転慣性要素に関する研究

近年、回転慣性要素を用いた制振装置の研究も盛んに進められ、図 1.18 に示すような、ボールねじ等を用いて軸方向変位を回転変位に変換する装置も実用化されている。その装置では回転体部分の質量の数千倍もの仮想質量を実現しており、装置もコンパクトにでき、仮想質量のため地震力も増加しない。なお、本論文では「回転慣性要素」と呼称しているが、研究者によって「回転慣性質量ダンパー」「同調粘性マスダンパー」「慣性接続要素」「D.M. 同調システム」などの種々の呼称がつけられている。各装置によって粘性の有無などの違いがあるため統一名称での記載は適当ではないため、下記では元論文の呼称を使った。

磯田ら^{1.78), 1.79)}は、並列型、直列型、並列+直列型の3つの回転慣性質量の組み込み形状について検討し伝達関数として整理し、地震入力エネルギーの観点からも考察している。石丸ら^{1.80)}は、D.M. 同調システムの設計法に関する一連の研究を、五十子ら^{1.81)}は、同調粘性マスダンパーに関する研究を進めている。

橋本ら^{1.82), 1.83)}は、免震層に大質量比の TMD を有する免震建物の検討を行い、回転慣性質量ダンパーが、長周期地震を受ける場合の変位低減に有効であることを示した。磯田ら^{1.84)}は慣性質量ダンパーを組み込んだ低層集中制震の研究の例題として、質量比 4 以上の場合について検討している。しかし、大質量比を有する TMD についての研究は極めて少ない。

本論文では、仮想質量を用いた大質量比の構造形式について検討している。ここで、実質量を用いる一般的な TMD 機構では質量比 0.01~0.1 程度についての検討が多いが、本論文では仮想質量を使った場合の質量比として 1 を用いている。回転慣性装置を用いると数千倍の質量増幅効果が期待でき、例えば質量増幅率を 1000 倍とした場合でも、仮想質量における質量比 1 は、実質量比では 0.001 相当とかなり小さな値であり、実用化も可能な大きさとなっている。

なお、仮想質量を実現する装置は上記の他にも存在する。例えば、「ふりこ」や「てこ」等の作用を応用した装置を、清水ら^{1.85)}、吉村ら^{1.86)}が提案している。

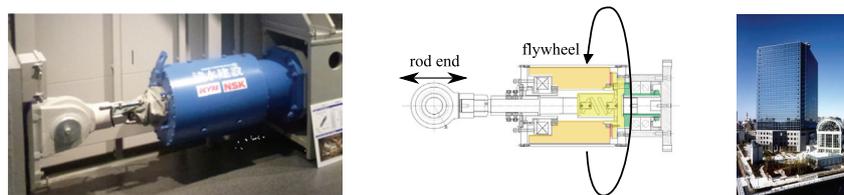


図 1.18 回転慣性要素の装置例

1.2.7 免震建物クリアランス・擁壁衝突などに関する研究

近年、巨大地震時における免震建物と擁壁の衝突に関する研究も注目を浴びている。

田中ら^{1.87)}は国内免震建物のデータベースを構築し、擁壁のクリアランスは 50cm~70cm、レベル 2 地震動に対する建物一次固有周期は 2~5 秒程度であるとした。また、地盤の卓越周期が、濃尾平野で 2~4 秒、大阪平野で 2~5 秒以上であることから、深部地盤の卓越周期と共振する可能性を示唆した。三輪田ら^{1.88)}は実大免震建物の擁壁衝突実験を行い、これを模擬した質点系モデルおよび立体モデルの解析により衝突挙動を明らかにした(図 1.19)。

上記以外にも、高橋ら^{1.89)}、中澤ら^{1.90)}、島村ら^{1.91)}、奥中ら^{1.92)}、安本ら^{1.93)}など、擁壁衝突に関する論文は数多く発表されており、変位制御に関するニーズは大きい。

本論文で提案する新構造形式は、応答変位をある特定の値付近に抑制する効果があり、展開先の 1 つとして免震建物のフェールセーフがあると考えている。

なお、擁壁衝突などは力学系カオスとしての検討が必要な強非線形の問題にもかかわらず、既往の研究では、数例の非線形時刻歴応答解析により考察している論文が多い。

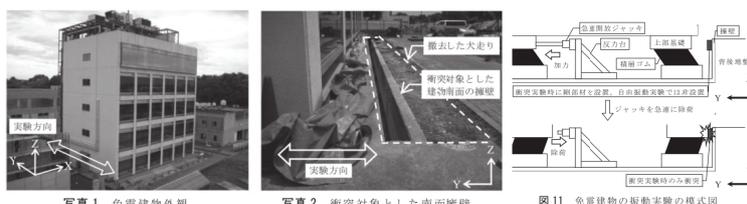


図 1.19 実大免震建物の擁壁衝突実験 (三輪田ら) 1.88)

1.2.8 既往の研究と本論文の関係

既往の研究と本論文の関係をまとめると以下のようになる。

- (1) 変位に関する 3 次の項を有する **Duffing** 方程式は、幾何学的非線形等を考慮することでも簡単に導出され、分岐やカオス現象などの複雑な振動特性を有している。なお、本論文ではカオス現象については考察しない。
- (2) 非線形系の代表的な解析手法としては、多重尺度法、平均法、調和バランス法などがあるが、近似式の導出が煩雑である。本論文では、シューティング法と接続法を併用した効率的な周期解探索法を利用している。この方法では、複雑な近似式の導出も不要であり、探索に必要な時間も極めて短い。
- (3) 非線形系に関しては、建築分野や土木分野での研究が極めて少ない。機械分野の論文は多いが、平均法や調和バランス法などの従来手法が使われている。
- (4) 海外では、本論文と同じように接続法を用いた研究も数例ある。なお、大質量比 **TMD** を対象とした研究は見当たらない。
- (5) 線形系の最適化手法としては定点理論ある。本論文では、蔭山らの論文を参考にして、回転慣性要素も考慮した最適解を導出した。
- (6) 回転慣性要素に関しては国内で多数の研究が行われているが、大質量比を対象とした研究は極めて少ない。本論文では、仮想質量を用いた大質量比の構造形式について検討している。ここで、回転慣性装置を用いると数千倍の質量増幅効果が期待でき、例えば質量増幅率を 1000 倍とした場合でも、仮想質量における質量比 1 は、実質量比では 0.001 相当とかなり小さな値である。
- (7) 本論文で提案する新構造形式は、応答変位をある特定の値付近に抑制する効果があり、展開先の 1 つとして免震建物のフェールセーフがあると考えている。なお、免震建物における擁壁衝突などは力学系カオスとしての検討が必要な強非線形の問題にもかかわらず、既往の研究では数例の非線形時刻歴応答解析により考察している論文が多い。

本論文の意義としては、①シューティング法と接続法を組合わせた効率的な周期解探索法を利用していること、②硬化型復元力と大質量比の仮想節点を組み合わせた新しい構造形式を提案していること、③新構造形式は、変位制御効果があり、免震建物の擁壁衝突回避などの切迫したニーズに合致していることが挙げられる。

1.3 損傷分散構造に関する既往の研究

1.3.1 項では、ギャップを利用した損傷分散構造に関する研究について、1.3.2 項では、ギャップ以外の損傷分散構造として、秋山らの柔剛混合構造などについて述べる。1.3.3 項では、せん断力分布や損傷分布に関する論文について述べる。1.3.4 項では、既往の研究と本論文の関係についてまとめる。

1.3.1 ギャップを利用した損傷分散構造に関する研究

ギャップを利用した損傷分散構造に関する研究は少ない。著者ら 1.94)~1.97) は、弱層が存在する場合にも損傷分散効果により層崩壊を抑制できる耐震補強法として、層間変形がギャップ量を超えた場合に補強部材が作動するような硬化型復元力特性を用いた補強方法を提案している (図 1.20)。本間ら 1.98) は、エネルギー応答に基づいて、応答塑性率を目標値以下に収めるために必要なダンパー量とリミッターの適切なギャップ量を算定する手法を提案している (図 1.21)。南ら 1.99) は、等価 1 質点系モデルおよび多質点系モデルを対象に時刻歴応答解析を行い、パルス性地震動に対する変形制御機構の効果を検証し、ギャップを持つストッパーを各層に配置することで損傷集中を低減することを示した (図 1.22)。なお、インパクトダンパー (ギャップによる衝突現象をダンパーとして利用) についても多くの研究が行われている。例えば、著者ら 1.100) は、歩行および地震時上下動に対してインパクトダンパーを用いた実験および解析を行っている。

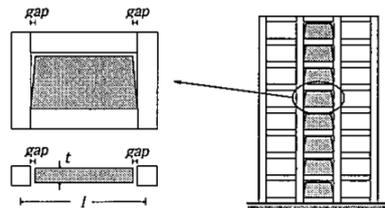


Fig.2 Image of gap shear wall system

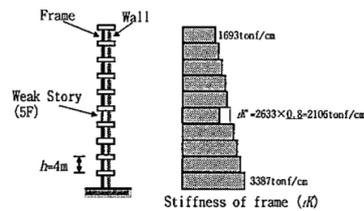


Fig.5 Analysis model

図 1.20 ギャップ連層壁 (渡辺・田村) 1.96)

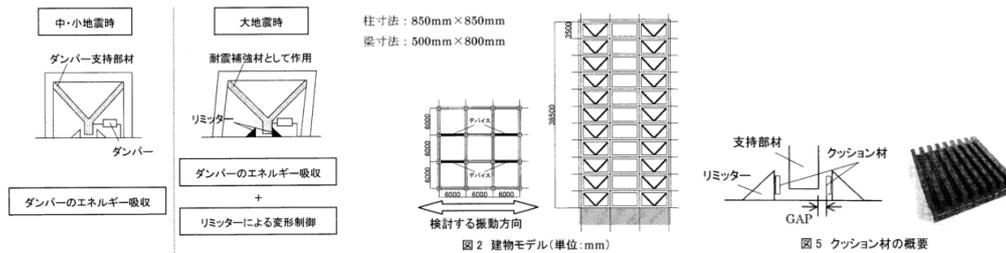


図 1.21 ダンパーと変形制御機構の設計方法の提案 (本間ら) 1.98)

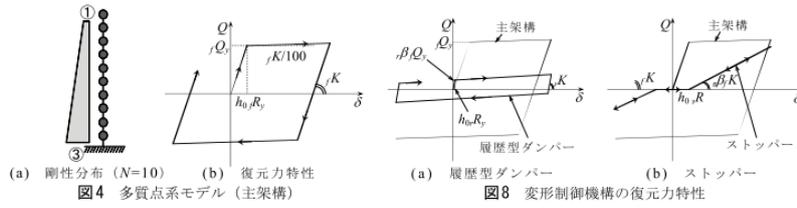


図 1.22 パルス性地震動に対する変形制御機構に関する研究 (南ら 1.99)

1.3.2 ギャップ以外の損傷分散構造に関する研究

高橋・秋山^{1.101)}は、損傷分散構造として柔剛混合構造(図 1.23)を提案し、最も重要なパラメタは、柔剛要素間の負担せん断力比であるとしている。これは、降伏後の第 2 勾配を大きくすることが損傷分散に有効であると言い換えることができる。柔剛混合構造では柔構造剛性を増やすと初期剛性も大きくなるため、建物の固有周期が短くなり、入力エネルギーの増加につながる可能性もある。ところが、本論文で提案しているギャップを利用した新構造形式では、初期剛性を増やさずに第 2 勾配を大きくできるというメリットがあり、転倒モーメントの低減、すなわち、杭や低層部柱の軸力の低減が可能となっている。このことから、本論文で提案した新構造形式は、秋山らが提唱している柔剛混合構造の改良版ともいえる。

その他の損傷分散構造としては、秋山ら^{1.102)}の損傷分散機能を持つ配力柱、伊山ら^{1.103)}のフェイルセーフ構造、張^{1.104)}らの回転中心指定型ロッキング(RCD)機構などがある。

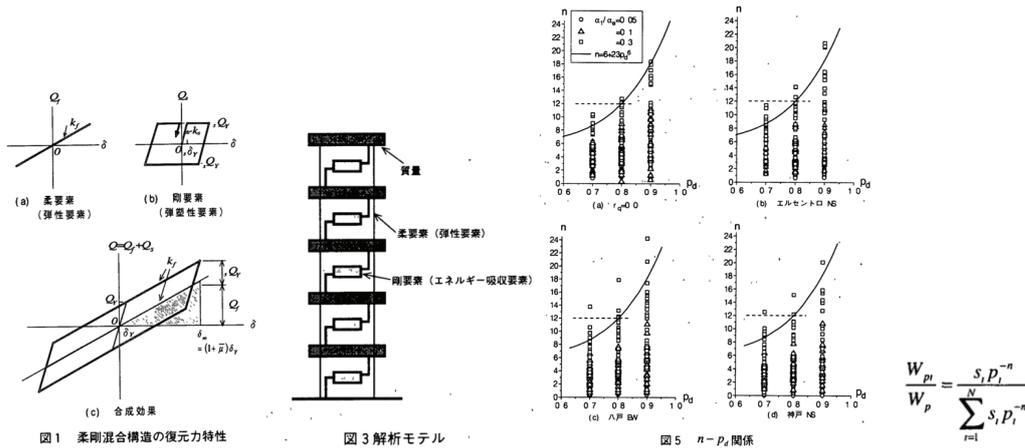


図 1.23 柔剛混合構造せん断多層骨組の損傷集中係数 n (高橋・秋山) 1.101)

1.3.3 せん断力分布・損傷分布に関する研究

損傷分散構造を実現するためには、多層建物の応答予測を適切に行い、他の層と比べて相対的に耐震性能が劣る層（弱層）を作らないことが重要であり、降伏せん断力分布を適切に設定する必要がある。

石山^{1.105)}1.106)は、いわゆる A_i 分布と呼ばれる地震層せん断力の分布を提案した。本論文の解析モデル作成では A_i 分布を用いている。なお、 A_i 分布を改良した修正 A_i 分布の研究も行われており、たとえば大木ら^{1.107)}は減衰の影響を考慮した修正 A_i 分布を提案している。

損傷分布評価に関する膨大な論文の中で著者が注目したのは、1969年の小堀ら^{1.108)}の論文であり、「塑性率分布比は弱層とした層で顕著で、他の層には殆ど影響を与えない」、「この現象は、弾性限強度分布の減少によるエネルギーのアンバランスを履歴減衰と応答の助長により補うことに起因する」と指摘している。この知見を参考に、本論文では、弱層の有無にかかわらず、高さ方向のせん断力分布の滑らかな連続性は保たれるという仮定から応答予測を行う手順を提案した。また、昨今の計算機環境の高速化から、弱層が無い解析モデルについて時刻歴応答解析を事前に実施し、その結果を反映させることで高精度の応答予測を行う手順を示した（4章参照）。

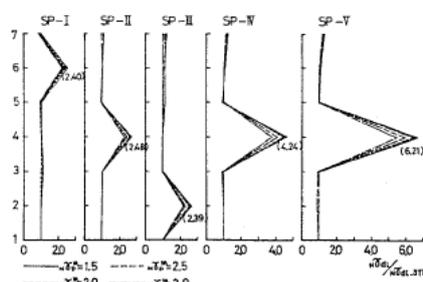


Fig. 3

図 1.24 靱性率応答分布比 (小堀ら)^{1.105)}

損傷分布評価として、最初に着目したのは秋山^{1.109)}のエネルギー法であり、損傷集中係数 n ^{1.101)}の概念と同じ枠組みでの損傷分布予測を試みた。しかし、1つのスカラー量である総エネルギーを各層に分配するという手順に起因して、損傷集中係数 n のばらつきが大きく、極めて安全側の予測となってしまうことが分かった。同様に、限界耐力計算（等価線形化）では、縮合等価 1 自由度系から多層建築物の応答予測を行う倉本ら^{1.110)}の研究や、粘弾性ダンパーを用いた制御構造の応答制御設計法を提案している笠井ら^{1.111)}の研究があるが、高次モードを考慮するなどの精度向上を図ると、その代償として煩雑な計算が必要になるという課題がある。

1.3.4 既往の研究と本論文の関係

既往の研究と本論文の関係をまとめると以下のようになる。

(1) ギャップを各層に配置することで損傷集中を低減することが可能であるが、関連する論文は少ない

(2) 秋山らが提唱している柔剛混合構造では、柔構造剛性を増やすと建物の固有周期が短くなり、入力エネルギーの増加につながる可能性もある。本論文で提案しているギャップを利用した新構造形式では、初期剛性を増やさずに第 2 勾配を大きくできるというメリットがあり、転倒モーメントの低減が可能となっている。このことから、本論文で提案した新構造形式は、秋山らが提唱している柔剛混合構造の改良版ともいえる。

(3) 損傷分散構造を実現するためには、多層建物の応答予測を適切に行い、他の層と比べて相対的に耐震性能が劣る層（弱層）を作らないことが重要であり、降伏せん断力分布を適切に設定する必要がある。本論文の解析モデル作成では、石山が提案した A_i 分布を用いている。

小堀らは、「塑性率分布比は弱層とした層で顕著で、他の層には殆ど影響を与えない」、「この現象は、弾性限強度分布の減少によるエネルギーのアンバランスを履歴減衰と応答の助長により補うことに起因する」と指摘している。この知見を参考に、本論文では、弱層の有無にかかわらず、高さ方向のせん断力分布の滑らかな連続性は保たれるという仮定から応答予測を行う手順を提案した（4章参照）。

1.4 本研究の構成

本論文は全 5 章から構成されている。提案した 2 つの構造形式のうち、前者は第 2 章および第 3 章で、後者は第 4 章で検討している。

第 1 章「序論」では、本研究の背景と目的を示すと共に、本研究に関連する既往の研究についてまとめた。

第 2 章「非線形系の解析手法」では、第 3 章で行う具体的な検討に先立ち、定常波入力を受ける強非線形システムの解析手法等について考察した。最初に、対象とする解析モデルと運動方程式を示し、提案している構造形式の振動低減メカニズムについて示した。次に、線形モデルの共振曲線を求めるために、回転慣性要素も考慮した定点理論の最適解を誘導した。さらに、非線形モデルの共振曲線を求めるために、シューティング法と接続法を組み合わせた効率的な方法を示した。最後に、強非線形系に特有の現象を把握するために、初期値依存性の検討、スイープ加振の検討、分岐現象などに関する検討を行った。

第 3 章「硬化型復元力と回転慣性要素を用いた制振構造」では、前章で示したシューティング法と接続法を組み合わせる手法を用いて、定常波入力時の共振曲線について考察した。次にパルス波入力時の振動特性を非線形時刻歴応答解析により求めた。最後に地震波入力時の振動特性について検討した。

第 4 章「損傷分散による多層制振構造」では、多層建物を対象としたギャップを有する硬化型補強の応答低減メカニズムを解明し、従来型補強と比較した場合の有用性を明らかにした。さらに、弱層が存在する場合の高精度の応答予測手順も示した。また、ギャップ率を変動させた場合の応答低減について検討した。

第 5 章「結論」では、本研究を総括し、各章で得られた知見を要約して示すとともに、今後の研究課題について提示した。

第 1 章 参考文献

- 1.1) 松葉育雄：力学系カオス，森北出版株式会社，p.1, 2011
- 1.2) 前掲 1.1), pp. 11-12
- 1.3) 上田 暁亮.：非線形性に基づく確率統計現象--Duffing 方程式で表わされる系の場合，電気学会論文誌 A 基礎・材料・共通部門誌, Vol. 98, No. 3, pp.167-173, 1978.
- 1.4) 合原一幸編：カオス時系列解析の基礎と応用，産業図書，p.9, 2000
- 1.5) 桐木紳，三波篤郎，谷川清隆，辻井正人：Hirsch・Smale・Devaney 力学系入門 原著第 2 版—微分方程式からカオスまで—，共立出版，p.349, 2007
- 1.6) 前掲 1.1), pp. 16-17
- 1.7) Scipy.org, <<http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.odeint.html#scipy.integrate.odeint>>, (accessed 2015.10.28).
- 1.8) 三井斌友：常微分方程式の数値解法，岩波書店，pp.26-30, 2003.
- 1.9) 田村 英之，松崎 健一郎.：定常振動問題の解と安定判別のための数値解法とプログラム，日本機械学会論文集. C 編, Vol. 60, No. 569, pp. 30-37, 1994.
- 1.10) 日本機械学会編：非線形系のダイナミクス—非線形現象の解析入門—，コンピュータダイナミクスシリーズ 2，コロナ社，pp.23-72, 2007
- 1.11) 奥泉信克：調和励振を受けるヒステリシス系の非線形振動に関する研究，東京工業大学学位論文，1998.3, <<http://tdl.libra.titech.ac.jp/hkshi/recordID/dissertation.bib/1000316078?caller=xc-search>>, (accessed 2015.10.28).
- 1.12) Bouc-Wen model of hysteresis <https://en.wikipedia.org/wiki/Bouc_Wen_model_of_hysteresis>, (accessed 2015.10.28).
- 1.13) Doedel E.J., "Auto Software for Continuation and Bifurcation Problems in Ordinary Differential Equations", Concordia University, Montreal, 2011, <<http://indy.cs.concordia.ca/auto/>>, (accessed 2015-06-03).
- 1.14) Doedel, E.J.: "Lecture Notes on Numerical Analysis of Nonlinear Equations". In Krauskopf B., Osinga H.M. and Galan-Vioque J. (Eds.), Numerical Continuation Methods for Dynamical Systems: Path following and boundary value problems, Springer, pp. 1-49, 2007
- 1.15) Doedel, E.J.: Lecture Notes on Numerical Analysis of Nonlinear Equations , <<http://indy.cs.concordia.ca/auto/notes.pdf>>, (accessed 2015-10-28).
- 1.16) Eugene L. Allgower and Kurt Georg, Colorado State University, 1990, <[http://inis.jinr.ru/sl/M_Mathematics/MN_Numerical methods/MNd_Numerical calculus/Allogower Introduction.pdf](http://inis.jinr.ru/sl/M_Mathematics/MN_Numerical%20methods/MNd_Numerical%20calculus/Allogower%20Introduction.pdf)>, (accessed 2015-10-28).
- 1.17) 矢ヶ崎 一幸：コンピュータソフトウェア AUTO による，周期軌道および安定/不安定多様体，ホモ/ヘテロクリニック軌道の数値計算，<<http://www.eng.niigata-u.ac.jp/~yagasaki/preprints/cm2010.pdf>>, (accessed 2015-10-28).
- 1.18) 高石 武史：分岐解析プログラム AUTO -初めて AUTO を使う人のために-, 2009, <<http://take.ttlab.cs.hkg.ac.jp/~tts/AUTO/BEGINNERS/auto07p/auto07p.pdf>>, (accessed 2015-10-28).
- 1.19) 上山大信：AUTO による大域ダイナミクスの解析の試み，計算機援用解析，2008, <https://www.jstage.jst.go.jp/article/sugaku/61/3/61_3_316/_pdf>, (accessed 2015-10-28).
- 1.20) Kerschen, G., Peeters, M., Golinval, J. C., Vakakis, a. F.：Nonlinear normal modes, Part I: A useful framework for the structural dynamicist, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 23, pp. 170-194, 2009.
- 1.21) 小堀 鐸二，南井 良一郎：地震による構造物の非線型振動について：その 2 構造物力学特性の人為的非線型化過程，日本建築学会論文集, No. 52, pp. 41-48, 1956.3
- 1.22) 北川 博.：履歴系の復元力モデルへの置換について <その 1>：復元力モデルの等価条件に関する

- 考察, 日本建築学会論文報告集, No. 247, pp. 63-74, 1976.
- 1.23) 北川 博. : 履歴系の復元力モデルへの置換について <その 2> : べき関数型復元力モデルの特性とその適用性の検討, 日本建築学会論文報告集, No. 248, pp. 51-61, 1976.
 - 1.24) 望月 利男, 北川 博. : 履歴系の復元力モデルへの置換について <その 3> : べき関数型履歴系の地震応答解析法, 日本建築学会論文報告集, No. 256, pp. 33-39, 1977.
 - 1.25) 望月 利男, 北川 博. : 履歴系の復元力モデルへの置換について<その 4> : べき関数型履歴系の地震応答解析例, 日本建築学会論文報告集, No. 257, pp. 75-84, 1977.
 - 1.26) 望月 利男, 北川 博, 小泉 敏一, 長嶋 文雄. : 履歴系の復元力モデルへの置換について <その 5> : べき関数型履歴系の地震応答解と動の実験の比較, 日本建築学会論文報告集, No. 265, pp. 63-70, 1978.
 - 1.27) 皆川 洋一. : 非線形運動方程式の定常解問題 : 第 1 報-既往の研究と非線形代数方程式の未知数の分類, 日本建築学会論文報告集, No. 276, pp. 59-67, 1979.
 - 1.28) 皆川 洋一. : 非線形運動方程式の定常解問題の分類 : 非線形運動方程式の定常解問題-第 2 報, 日本建築学会論文報告集, No. 277, pp. 45-54, 1979.
 - 1.29) 皆川 洋一. : 非線形自由振動 : 非線形運動方程式の定常解問題-第 3 報, 日本建築学会論文報告集, No. 278, pp. 9-14, 1979.
 - 1.30) 皆川 洋一. : 非線形振動の数値解析 : 非線形運動方程式の定常解問題-第 4 報, 日本建築学会論文報告集, No. 279, pp. 21-27, 1979.
 - 1.31) 皆川 洋一. : 解の安定性と近似解法 : 非線形運動方程式の定常解問題-第 5 報, 日本建築学会論文報告集, No. 280, pp. 11-17, 1979.
 - 1.32) 皆川 洋一. : 回転シェルの非線形運動方程式 : 回転シェルの非線形振動第 1 報, 日本建築学会論文報告集, No. 281, pp. 21-30, 1979.
 - 1.33) 皆川 洋一. : 回転シェルにおける非線形振動 : 回転シェルの非線形振動 第 2 報, 日本建築学会論文報告集, No. 282, pp. 107-112, 1979.
 - 1.34) 皆川 洋一. : 周期的な水平外力を受ける水の入った円筒タンクの非線形振動応答--定常応答に出現する分数調波振動の不安定領域の発生機構, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 74, No. 642, pp. 1461-1468, 2009.
 - 1.35) 萩原 伸幸, 大森 博司, 松井 徹哉. : 幾何学的非線形性を考慮した弾塑性系の動的挙動と安定性, 日本建築学会構造系論文集, No. 488, pp. 77-86, 1996.
 - 1.36) 萩原 伸幸. : 自由振動解を用いた非線形系のエネルギー応答推定に関する基礎的研究 : 周期外乱に対する Duffing 系のエネルギー応答, 日本建築学会構造系論文集, No. 587, pp. 93-100, 2005.
 - 1.37) 萩原 伸幸. : 自由振動解を用いた非線形系のエネルギー応答推定に関する基礎的研究 : 分数調波振動の影響と地震波によるエネルギー応答, 日本建築学会構造系論文集, No. 618, pp. 105-111, 2007.
 - 1.38) 萩原 伸幸. : エネルギー-周期特性曲線による履歴系の応答推定値の精度検証:正弦波 1 波入力を対象として, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 78, No. 685, pp. 481-488, 2013.
 - 1.39) 有尾 一郎, 佐藤 誠, 藤谷 義信. : 2-BAR TRUSS 構造における鞍状不動点近傍の分岐挙動解析, 日本建築学会構造系論文集, No. 532, pp. 65-70, 2000.
 - 1.40) 有尾 一郎, 佐藤 誠, 藤谷 義信. : 2-BAR TRUSS 構造における DUFFING 振動のカオス挙動解析, 日本建築学会構造系論文集, No. 538, pp. 73-78, 2000.
 - 1.41) 朝山 秀一. : カオス力学系としてのパッシブな応答制御機構を持つ建築物の非線形挙動に関する基礎的研究, 日本建築学会構造系論文集, No. 544, pp. 179-187, 2001.6
 - 1.42) 安西 勝彦, 前田 潤滋, 花井 正実, 牧野 稔. : Duffing 方程式の等価線型化系の近似特性に関する一考察, 日本建築学会学術講演梗概集. 構造系, pp. 595-596, 1976.
 - 1.43) 富永 恵, 吉村 一雄. :劣化せん断型復元力特性を示す鉄筋コンクリート構造のカオスの応答, 日本建築学会学術講演梗概集. B-2, 1996, pp. 571-572, 1996.
 - 1.44) 堀 裕輔, 西谷 章. : 非線形共振現象によるエネルギー移動に基づく構造物の振動制御, 日本建築学

会学術講演梗概集 B-2, pp. 947-948, 2012.9

- 1.45) 渡辺宏一, 中井正一 : 強非線形を有する 1 自由度系の振動特性に関する検討, 日本建築学会学術講演梗概集 B-2, pp. 875-876, 2014.9
- 1.46) Watanabe, K. and Nakai, S. : Vibration Control with Nonlinear Rotating Inertial Mass Device, Proceedings of IABSE Symposium, Nara, Japan, 2015.5 (CD-ROM)
- 1.47) 田治見宏 : 建築振動学, コロナ社, pp.132-155, 1965
- 1.48) 柴田明德 : 最新建築学シリーズ 9 最新耐震構造解析, 森北出版, pp.120-127, 1981
- 1.49) 高橋 和雄, 松野 進, 鎌田 智之, 町田 健一郎. : 偏平ケーブルの非線形振動に現れるカオスの解析, 土木学会論文集, Vol. 525, pp. 181-190, 1995.
- 1.50) 高梨 清一, 石田 啓, 矢富 盟祥, 浜田 昌昭, 桐畑 修一. : 規則波による柱体のカオス振動の発生に関する研究, 土木学会論文集, No. 565, pp. 119-128, 1997.
- 1.51) 田村 英之, 近藤 孝広, 末岡 淳男. : Duffing 方程式の高次近似解 : ハードスプリング系の奇数次高調波共振, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 51, No. 467, pp. 1738-1747, 1985.
- 1.52) 田村 英之, 近藤 孝広, 末岡 淳男, 植田 登. : Duffing 方程式の高次近似解 : ソフトスプリング系の主共振, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 52, No. 473, pp. 40-47, 1986.
- 1.53) 岡部 匡, 近藤 孝広, 渡邊 裕文. : Jacobi の cn 関数と sn 関数の和を母解とする楕円型平均法(機械力学, 計測, 自動制御), 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 74, No. 744, pp. 1971-1978, 2008.
- 1.54) 岡部 匡, 近藤 孝広, 大西 惇平. : Jacobi の cn 関数と sn 関数の和を母解とする楕円型平均法の精度改善について, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 77, No. 773, pp. 89-101, 2011.
- 1.55) 吉武 裕, 末岡 淳男, 日吉 誠, 竹内 宣孔. : 二自由度がた系の非線形振動 : 調和振動, 高調波振動, カオスおよびハイパーカオス, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 61, No. 591, pp. 4123-4130, 1995.
- 1.56) 藪野 浩司, 長根 貴之, 青島 伸治. : 適応フィルタを用いた周波数分析法による係数励振現象の解析 : 振幅および位相スペクトルの時間変化に関する実験解析, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 63, No. 605, pp. 29-34, 1997.
- 1.57) 近藤 孝広, 矢ヶ崎 一幸. : 非線形振動とカオスに関する二,三の最近の話題, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 61, No. 583, pp. 746-751, 1995.
- 1.58) 藪野 浩司. : 非線形現象の解析法と利用法 : 分岐解析と分岐制御の視点から(<小特集>機械系における非線形力学と解析法), 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 73, No. 728, pp. 958-965, 2007.
- 1.58) Jiang, Xiaoi, Michael McFarland, D., Bergman, Lawrence A., Vakakis, Alexander F. : Steady State Passive Nonlinear Energy Pumping in Coupled Oscillators: Theoretical and Experimental Results, Nonlinear Dynamics, Vol. 33, pp. 87-102, 2003.
- 1.59) Luo, Jie, Wierschem, Nicholas E., Hubbard, Sean A., Fahnestock, Larry A., Dane Quinn, D., Michael McFarland, D., Spencer, Billie F., Vakakis, Alexander F., Bergman, Lawrence A. : Large-scale experimental evaluation and numerical simulation of a system of nonlinear energy sinks for seismic mitigation, Engineering Structures, Vol. 77, pp. 34-48, 2014.
- 1.60) Malatkar, Pramod, Nayfeh, Ali H. : Steady-State dynamics of a linear structure weakly coupled to an essentially nonlinear oscillator, Nonlinear Dynamics, Vol. 47, pp. 167-179, 2007.
- 1.61) Mehmood, a., Nayfeh, Ali. H., Hajj, Muhammed R. : Effects of a non-linear energy sink (NES) on vortex-induced vibrations of a circular cylinder, Nonlinear Dynamics, Vol. 77, pp. 667-680, 2014.
- 1.62) Nayfeh, Ali H., Lacarbonara, Walter, Chin, Char Ming. : Nonlinear normal modes of buckled beams: three-to-one and one-to-one internal resonances, Nonlinear Dynamics, Vol. 18, pp. 253-273, 1999.
- 1.63) Yabuno, Hiroshi, Nayfeh, Ali H. : Nonlinear normal modes of a parametrically excited cantilever beam, Nonlinear Dynamics, Vol. 25, pp. 65-77, 2001.
- 1.64) Gourdon, E., Alexander, N. A., Taylor, C. A., Lamarque, C. H., Pernot, S. : Nonlinear energy pumping under transient forcing with strongly nonlinear coupling: Theoretical and

- experimental results, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 300, No. 3–5, pp. 522–551, 2007.3.
- 1.65) Peeters, M., Vigiú, R., Sérandour, G., Kerschen, G., Golinval, J. C. : Nonlinear normal modes, Part II: Toward a practical computation using numerical continuation techniques, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 23, No. 1, pp. 195–216, 2009.1.
- 1.66) Alexander, N.A. and Schilder, F. : Exploring the performance of a nonlinear tuned mass damper, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 319, pp. 445–462, 2009.1
- 1.67) Eason, R. P., Sun, C., Dick, A. J., Nagarajaiah, Satish. : Attenuation of a linear oscillator using a nonlinear and a semi-active tuned mass damper in series, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, No. 1, pp. 154–166, 2013.1.
- 1.68) Eason, R.P., Dick, A.J. and Nagarajaiah, S. : Numerical investigation of coexisting high and low amplitude responses and safe basin erosion for a coupled linear oscillator and nonlinear absorber system, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, pp. 3490–3504, 2014.7.
- 1.69) Hartog J.P.D., *Mechanical Vibrations*, Dover Publications Inc., pp. 87-106, 1985
- 1.70) 背戸一登 : 動吸振器とその応用, コロナ社, 2010
- 1.71) 制振工学ハンドブック編集委員会 : 制振工学ハンドブック, コロナ社, pp. 591–604, 2008
- 1.72) 日本建築学会 : 建築構造物の振動制御入門, 丸善, pp. 314–317, 2010
- 1.73) 蔭山 満, 安井 譲, 背戸 一登 : 連結制振の基本モデルにおける連結バネとダンパーの最適解の誘導, *日本建築学会構造系論文集*, No. 529, pp. 97-104, 2000.3
- 1.74) 張 富明, 向井 洋一. : 棟間連結制振建物の耐震性能に対する検討, *日本建築学会構造系論文集*, No. 608, pp. 29-36, 2006.
- 1.75) 竹脇 出, 辻 聖晃. : 連結制震ダンパーを有する構造物群へ入力される地震エネルギーの基本特性, *日本建築学会構造系論文集*, No. 616, pp. 81-87, 2007.
- 1.76) 満田 衛資, 大淵 充紀, 辻 聖晃, 竹脇 出. : 連結制振構法を用いた建物の固有振動および減衰に関する基本特性, *日本建築学会構造系論文集*, Vol. 79, No. 696, pp. 227-236, 2014.
- 1.77) 友澤 裕介, 岩崎 良二, 高田 毅士. : 制振効果を最大化する連結特性の特定, *日本建築学会構造系論文集*, Vol. 73, No. 631, pp. 1529-1534, 2008.
- 1.78) 磯田 和彦, 半澤 徹也, 田村 和夫 : 回転慣性質量ダンパーを組合せた応答低減機構による 1 質点系振動モデルの応答特性に関する研究, *日本建築学会構造系論文集*, Vol. 74, No. 642, pp. 1469–1476, 2009.8
- 1.79) 磯田 和彦, 半澤 徹也, 田村 和夫. : 慣性質量ダンパーを組み込んだ構造物への地震入力エネルギーに関する研究, *日本建築学会構造系論文集*, Vol. 75, No. 650, pp. 751-759, 2010.
- 1.80) 石丸 辰治, 三上 淳治, 秦 一平, 古橋 剛. : D.M.同調システムの簡易設計法, *日本建築学会構造系論文集*, Vol. 75, No. 652, pp. 1105-1112, 2010.
- 1.81) 五十子 幸樹, 杉村 義文, 斉藤 賢二, 井上 範夫 : 同調粘性マスダンパー付き多質点系せん断型構造物のモード応答特性:付加質量分布が主系剛性分布に比例する場合の検討, *日本建築学会構造系論文集*, Vol. 79, No. 697, pp. 367-374, 2014.
- 1.82) 橋本 拓哉, 藤田 皓平, 辻 聖晃, 竹脇 出 : 大質量比 TMD を有する免震建物の長周期地震動に対する応答抑制効果, *日本建築学会大会学術講演梗概集 B-2*, pp. 703–704, 2013.8
- 1.83) 橋本 拓哉, 藤田 皓平, 辻 聖晃, 竹脇 出 : 地下階に大質量比 TMD を有する免震建物の種々のタイプの地震動に対する応答抑制効果, *日本建築学会大会学術講演梗概集 B-2*, pp. 825-826, 2014.9
- 1.84) 磯田 和彦, 半澤 徹也, 田村 和夫 : 慣性質量ダンパーを組み込んだ低層集中制震に関する基礎的研究, *日本建築学会構造系論文集*, Vol. 78, No. 686, pp. 713–722, 2013.4
- 1.85) 清水 信行, 山本 鎮男, 河田 叡治, 永井 雄一, 山形 誠. : 1 層構造物に免震装置をつけた場合の理論的検討 : ふりことしてこの作用を応用した免震装置, *日本建築学会論文報告集*, No. 327, pp. 29-39, 1983.
- 1.86) 吉村 雄介, 山本 鎮男, 曾根 彰, 増田 新. : 振り子・てこ型動吸振器を用いた構造物の震動制御, 日

- 本建築学会構造系論文集, No. 491, pp. 47-53, 1997.
- 1.87) 田中 佑治, 福和 伸夫, 飛田 潤, 護 雅史 : 国内免震建物のデータベース構築と現状分析, 日本建築学会技術報告集, Vol. 17, No. 35, pp. 79-84, 2011.2
 - 1.88) 三輪田 吾郎, 小巻 潤平, 佐藤 浩太郎 : 実大免震建物の擁壁衝突実験とそのシミュレーション解析, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 76, No. 663, pp. 899-908, 2011.5
 - 1.89) 高橋 武宏, 穴原 一範, 深堀 美英. : 水平変位制御によって免震建物に発生する衝撃力に関する実大実験と応答解析, 日本建築学会構造系論文集, No. 573, pp. 223-230, 2003.
 - 1.90) 中澤 俊幸, 吉敷 祥一, 曲 哲, 和田 章. : 安全余裕度の確保を目的とした免震構造物のクリアランスの設定方法, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 77, No. 677, pp. 1159-1165, 2012.
 - 1.91) 島村 淳, 松本 優資, 奥中 良佑. : 複合改良地盤を用いた擁壁と免震建物の衝突応答低減に関する基礎的研究, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 78, No. 684, pp. 309-317, 2013.
 - 1.92) 奥中良祐, 宮本裕司, 柏 尚稔, 渡部翔太郎 : 免震建物の擁壁の斜め衝突応答に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, No.706, pp.1763-1771, 2014.12
 - 1.93) 安本 宏, 岡沢理映, 多幾山法子, 大西良広, 林 康裕 : パルス性地震動に対する免震建物の擁壁衝突時の最大応答評価, 日本建築学会構造系論文集, No.697, pp.385-392, 2014.3
 - 1.94) 渡辺 宏一, 中井 正一 : 硬化型復元力特性を有する部材により耐震補強した多層骨組の振動特性, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 78, No. 687, pp. 931-938, 2013.5
 - 1.95) 渡辺宏一、田村和夫 : ギャップ連層壁架構の地震応答特性, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.883-884, 1998.9
 - 1.96) 渡辺宏一、田村和夫 : ギャップ連層壁架構の基本振動特性, 第 10 回日本地震工学シンポジウム, pp.2753-2758, 1998.11
 - 1.97) 渡辺宏一、中井正一 : 硬化型復元力特性をもつ構造の最大層せん断力, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.955-956, 2012.9
 - 1.98) 本間誠、堀則男、井上範夫 : エネルギー応答に基づいた地震を受ける鉄筋コンクリート建物におけるダンパーと変形制御機構の設計, 日本建築学会構造系論文集 第 618 号, pp.49-56, 2007.8
 - 1.99) 南 博之, 鈴木 恭平, 多幾山 法子, 大西 良広, 林 康裕. : パルス性地震動に対する変形制御機構の効果に関する研究, 日本建築学会技術報告集, Vol. 18, No. 39, pp. 471-476, 2012.
 - 1.100) Yutaka Nakamura and Koichi Watanabe : Effects of balanced impact damper in structures subjected to walking and vertical seismic excitations, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Wiley Online Library, 2015.
 - 1.101) 高橋 誠, 秋山 宏. : 地震時における柔剛混合構造せん断型多層骨組の損傷集中特性, 日本建築学会構造系論文集, No. 536, pp. 63-70, 2000.
 - 1.102) 秋山 宏, 高橋 誠. : 損傷分散型骨組の一般化, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 365, pp. 20-27, 1986.
 - 1.103) 伊山 潤, 桑村 仁. : 地震に対するフェイルセーフ構造, 日本建築学会構造系論文集, No. 507, pp. 29-34, 1998.
 - 1.104) 張 富明. : 変形配分型構造システム, 日本建築学会構造系論文集, No. 562, pp. 27-35, 2002.
 - 1.105) 石山 祐二. : 種々の建物に対する地震層せん断力の分布とベースシヤー係数, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 439, pp. 65-72, 1992.
 - 1.106) 石山 祐二. : Ai 分布の誕生とその経緯, 学術講演梗概集. B, 構造 I, Vol. 1992, pp. 183-184, 1992.
 - 1.107) 大木洋司, 笠井和彦, 下田智博 : 減衰がせん断力係数分布へ及ぼす影響に関する基礎的研究 その 2 減衰の影響を考慮した修正 Ai 分布, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, p257-258, 2006.9
 - 1.108) 小堀 鐸二, 南井 良一郎, 井上 豊, 久徳 敏治, 藤井 正経. : 高層構造物の適正動力学特性 : 質量, 弾性限強度, 剛性分布の変動の影響, 大会学術講演梗概集. 構造系, Vol. 44, No. 0, pp. 625-626, 1969.
 - 1.109) 秋山宏 : エネルギーの釣合いに基づく建築物の耐震設計, 技報堂出版, 1999

- 1.110) 日本建築学会：建築物の耐震性能評価方法の現状と課題—限界耐力計算・エネルギー法・時刻歴応答解析—, 丸善, pp.99-140, 2009.2
- 1.111) 笠井和彦、蒲武川：多層スリップ型架構に粘弾性ダンパーを用いた制震構造の応答制御設計法, 日本建築学会構造系論文集 第 650 号, pp.781-790, 2010.4

第 2 章 非線形系の解析手法

2.1 はじめに

2 章では、主構造系が 1 節点（水平方向 1 自由度）で表されるシステムを主な対象とし、硬化型復元力特性を有する装置が組み込まれた系における解析手法や強非線形系に現れる分岐現象等について考察する。図 2.1 に解析対象構造物のイメージを示す。主構造系としては、1 自由度系とみなせる免震建物や免震床などを想定している。

2.2 節では、検討対象の解析モデルと運動方程式について示す。また、2 章および 3 章で検討する解析モデルの名称について、主構造系および付加構造系の特徴を示す簡易な記号で定義する。2.3 節では本論文で提案する構造形式の振動低減メカニズムについて説明し、2.4 節では線形系を対象とした定常周期解について定点理論により最適解を導出する。2.5 節では非線形系を対象とした定常周期解と共振曲線の探索方法と、強非線形系に現れる複雑な分岐現象等について検討し、2.6 節では、得られた知見をまとめる。

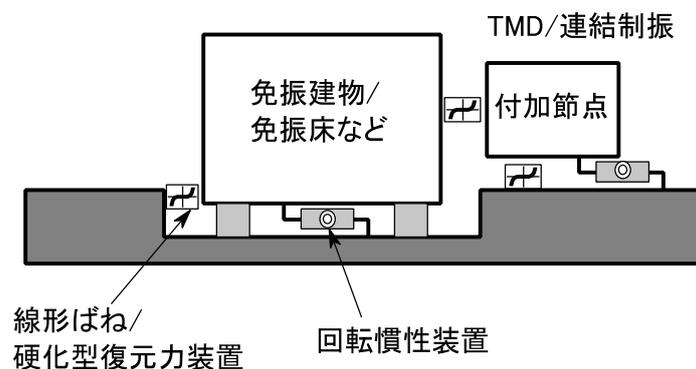


図 2.1 検討対象構造物のイメージ

2.2 解析モデル

図 2.2 は、図 2.1 で示した検討対象構造物のイメージを解析モデルとして表現したものである。ここで、 m, c, k, g は質量、減衰係数、線形剛性、非線形剛性をそれぞれ表す。下添え字 1 は主構造系、2 は付加構造系、0 は連結部を示す。また、 a は後述する回転慣性装置などで実現できる仮想質量を表す。地動外力として正弦波を受ける場合の運動方程式は (2.1) 式で表わされる。また、ギャップを考慮した場合の非線形項は (2.2) 式となる。

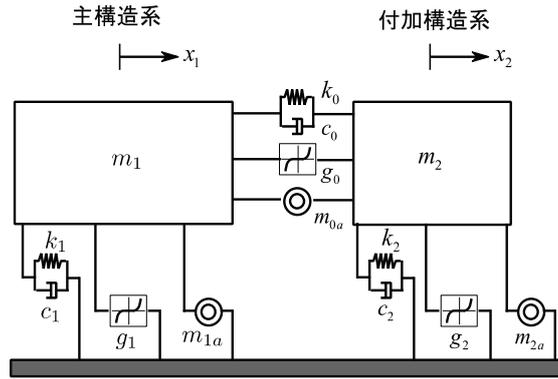


図 2.2 主構造系と付加構造系で構成される解析モデル（予備検討用）

$$\begin{bmatrix} m_1 + m_{1a} + m_{0a} & -m_{0a} \\ -m_{0a} & m_2 + m_{2a} + m_{0a} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_0 + c_1 & -c_0 \\ -c_0 & c_0 + c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_0 + k_1 & -k_0 \\ -k_0 & k_0 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_{g1} - f_{g0} \\ f_{g2} + f_{g0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{Bmatrix} p \sin(\omega t) \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} f_{g1} &= \begin{cases} g_1(x_1 + x_{g1})^3 & x_1 < -x_{g1} \\ 0 & -x_{g1} < x_1 < x_{g1} \\ g_1(x_1 - x_{g1})^3 & x_{g1} < x_1 \end{cases} \\ f_{g2} &= \begin{cases} g_2(x_2 + x_{g2})^3 & x_2 < -x_{g2} \\ 0 & -x_{g2} < x_2 < x_{g2} \\ g_2(x_2 - x_{g2})^3 & x_{g2} < x_2 \end{cases} \\ f_{g0} &= \begin{cases} g_0(x_2 - x_1 + x_{g0})^3 & (x_2 - x_1) < -x_{g0} \\ 0 & -x_{g0} < (x_2 - x_1) < x_{g0} \\ g_0(x_2 - x_1 - x_{g0})^3 & x_{g0} < (x_2 - x_1) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.2)$$

最初に、図 2.2 の解析モデルの各パラメータを試行錯誤的に変動させた場合の共振曲線について予備検討を行った。シューティング法と接続法の組み合わせは非常に強力な手法であるが、極端なパラメータを設定した場合に共振曲線の探索に失敗するケースも見られた。そこで、本論文ではパラメータを絞り込んで検討することとした。

図 2.3 に既往の研究で対象とされた解析モデルを示す。Jiang ら 2.1)の解析モデルは付加構造系側に、Gourdon ら 2.2)の解析モデルは主構造系と付加構造系の連結部に非線形項を配置した解析モデルとなっている。これらの解析結果によると、劇的な振動低減結果は得られていないように思える。また、著者ら 2.3)は主構造系側にギャップを考慮した非線形項を配置した解析を行っている。結果として、ギャップを設けることによる大きなメリットは得られなかった。以上の知見を鑑みながら、本論文では、主構造系と付加構造系を連結する非線形項 g_0 や付加質量項 m_{0a} 、付加構造系と地面を結ぶ非線形項 g_2 、主構造系の非線形項 g_1 のギャップなどを考慮しないこととした。

なお、これらのパラメータの組み合わせによっては大きな振動低減が得られる可能性もある。すべてのパラメータを考慮した解析については今後の研究課題としたい。

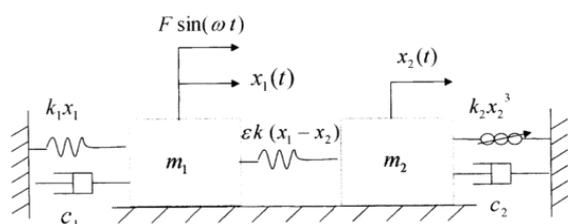


Figure 1. The two degree-of-freedom with essential nonlinear attachment.

(a) Jiang らの解析モデル 2.1)

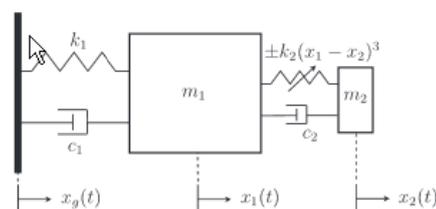
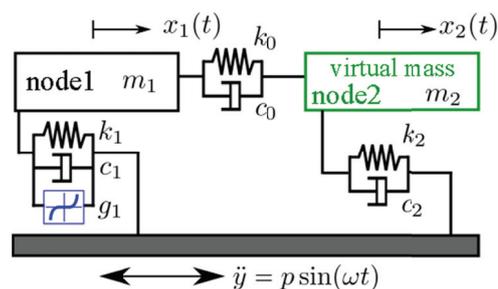


Fig. 5. Scheme of the considered system with 2 dof.

(b) Gourdon らの解析モデル 2.2)



(c) 著者らのギャップを考慮した解析モデル 2.3)

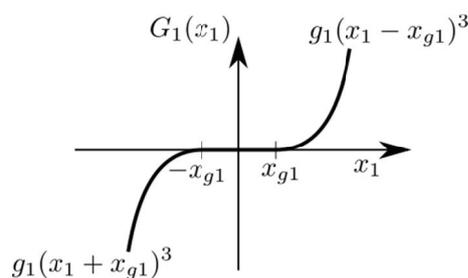


図 2.3 既往の研究における解析モデル

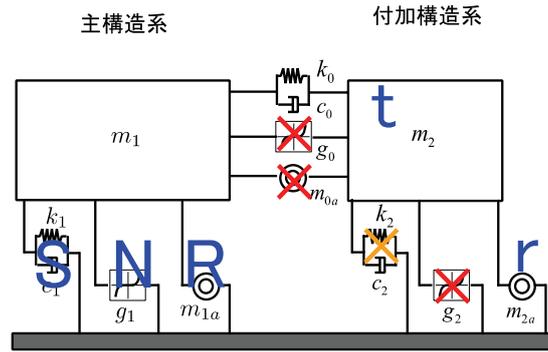


図 2.4 本論文で検討対象とする解析モデルとモデル名称に関連する記号

予備検討を踏まえて、本論文で対象とする解析モデルを図 2.4 のようにした。図中の×は予備検討の結果として、本論文では考慮しない構造要素である。2.4 節において定点理論を用いて線形系を対象とした検討を行っているが、図中の付加構造系と地面を結ぶ剛性 k_2 をゼロとした場合が主構造系の振動低減効果が最も大きかったため、2.5 節以降の検討では図中の×も検討対象外としている。図中には、解析モデル名に関連する記号を青文字で記入している。解析モデル名は主構造系を表す 4 つの記号 ('S', 'R', 'N', 'NR') と付加構造系を表す 2 つの記号 ('t', 'r') を連結して表現する。ここで、主構造系では、'S' は Standard structure、'R' は Rotating inertial mass、'N' は Nonlinear、'NR' は Nonlinear with Rotating inertial mass、付加構造系では、't' は TMD (Tuned mass damper)、'r' は Rotating inertial mass による TMD を示している。主構造系において 'N' や 'R' を用いている場合は煩雑さを避けるために 'S' を省略する。付加構造系が無い解析モデルの場合は主構造系の記号のみとする。最終的に本論文で検討する運動方程式を (2.3) 式に示す。

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} m_1 + m_{1a} & 0 \\ 0 & m_2 + m_{2a} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_0 + c_1 & -c_0 \\ -c_0 & c_0 + c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} \\
 + \begin{bmatrix} k_0 + k_1 & -k_0 \\ -k_0 & k_0 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} g_1 x_1^3 \\ 0 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{Bmatrix} \ddot{y}
 \end{aligned} \quad (2.3)$$

なお、主構造系のみが強非線形項を考慮する構造形式は、次節で述べるように振動低減メカニズムが明快であり、最初に検討する構造形式としては最も適していると考えられる。

表 2.1 に本論文で検討する解析モデルの名称一覧を示す。本文中や図中の解析モデル名は、容易にモデル名と判別できるように山括弧 ('<' と '>') で括って表現する。表 2.1 には図 2.4 を簡略化したモデルを示した。なお、本論文の図表中では主構造系の違いによって、

モデル<S>がベースとなっている場合は黒色、モデル<R>の場合は赤色、モデル<N>の場合は緑色、モデル<NR>の場合は青色を基調とした色で統一的に表現する。なお、<S>,<R>は線形モデルであり、連結部以外の減衰がゼロの場合には、2.4節で述べる定点理論により最適値を求めることができる。<N>,<NR>は非線形モデルであり、2.5節にてシューティング法と接続法を組み合わせた方法による評価手順を示す。第3章では表2.1で背景色を付けた<S-t>,<R-r>,<N-r>,<NR-r>を比較する。なお、本論文では、モデル<NR-r>を新しい構造形式として提案する。

なお、表2.1のモデル<N>は、(2.4)式で示すような1自由度系の非線形運動方程式で表すことができ、Duffing方程式と呼ばれている。

$$m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + g_1x_1^3 = f \quad (2.4)$$

表 2.1 解析モデル一覧

		付加構造系			備考
		付加構造系無し	t TMD	r 回転慣性要素	
主構造系	S ■	 モデル<S>	 モデル<S-t> (一般的な TMD)	 モデル<S-r>	線形
	R ■	 モデル<R>	 モデル<R-t>	 モデル<R-r>	
	N ■	 モデル<N> (Duffing 系)	—	 モデル<N-r>	非線形
	NR ■	 モデル<NR>	—	 モデル<NR-r> (本論文で提案する 新構造形式)	

注) 網掛けした<S-t>, <R-r>, <N-r>, <NR-r>は第 3 章にて比較する解析モデル。

2.3 振動低減メカニズム

本論文で提案する新構造形式<NR-r>は、従来型の定点理論^{2.4)}による TMD(本論文でのモデル名は<S-t>)とは全く異なった振動低減メカニズムを有している。定点理論による TMD では、図 2.5 に示すように、共振曲線において連結部の減衰によらず通る 2 つの定点 P, Q の高さが等しくなるように連結バネの剛性を定め、さらに定点が極大点となるように減衰を定める。図中では定点 P, Q を説明するための極端な例として減衰 $c_0 = 0$ と $c_0 = \infty$ の 2 例を書き入れている。図は、質量比 $\mu = m_2 / m_1 = 0.10$ 、最適減衰定数 $h_0 = 1.7\%$ の例であるが、変位応答倍率も $R_1 = 5$ 程度と大きな値となっている。なお、質量比を大きくするに従って、変位応答倍率も小さくすることが可能ではあるが、2.4 節で述べるように、その代償として非常に大きな減衰が必要になる。また、TMD 機構ではチューニング精度も課題となる^{2.5)}。

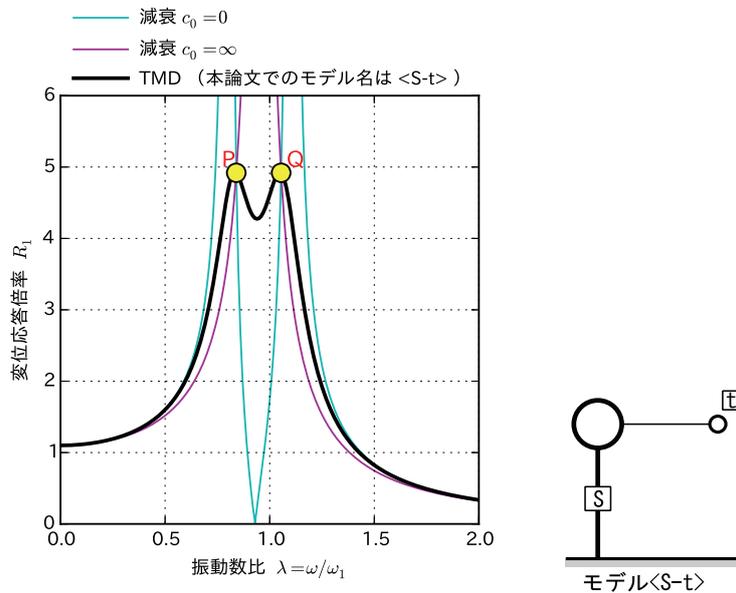


図 2.5 定点理論における定点 P, Q

図 2.6 に TMD 機能を有さない 4 つのモデル<S>, <R>, <N>, <NR>の共振曲線を示す。図中の非線形系モデル<N>, <NR>には安定周期解（太線）と不安定周期解（細線）が存在する。安定周期解と不安定周期解は、イメージとしては山の谷間と尾根にそれぞれ対応すると考えるとわかりやすい。尾根である不安定周期解に対して微小の摂動が加われば容易に谷である安定周期解に向かって収れんする。このことから、共振曲線に現れる不安定周期解については通常は考慮する必要はない。

モデル<S>は、主構造系のみで構成された 1 自由度系である。この例では主構造系の減衰定数を $h_1 = 0.02$ としているので、共振点における変位応答倍率は $R_{1,peak} = 1 / (2h_1) = 25$ となる。

なお、図の縦軸の最大値を $R_1 = 6$ としているためピーク点は表示されていない。モデル<R>は、主構造系に回転慣性要素による仮想質量を加えたモデルである。この例では、仮想質量比 $\delta_1 = m_{1a} / m_1 = 1$ としており、仮想質量による加速度低減効果が期待できる。しかし、共振点の振動数比は仮想質量により $\lambda = 1/\sqrt{2} \approx 0.71$ と低振動数側にずれるとともに、見かけ上の減衰定数が小さくなるため、共振点のピークはモデル<S>よりも大きな $25\sqrt{2}$ になる。

モデル<N>は、<S>に硬化型の非線形項を追加したモデルである。変位応答倍率のみに着目すると、最も振動低減効果が大きなモデルである。しかし、3章で示すように、その代償として大きな加速度が発生する。モデル<NR>は、<S>に回転慣性要素による仮想質量および硬化型の非線形項を追加したモデルである。<N>と比べると変位応答倍率に対する振動低減効果は劣るものの、<R>の仮想質量による加速度低減効果が期待できる。本論文では<NR>に TMD 機能を追加したモデル<NR-r>が最終的な提案モデルとしている。

ところで、<N>では振動数比 $\lambda = 4$ 、<NR>では振動数比 $\lambda = 3$ 付近に、主共振曲線とは分離した島状の周期解が出現している。また、振動数比 $\lambda = 0 \sim 1$ においてはギザギザ状のピークが多数発生している。

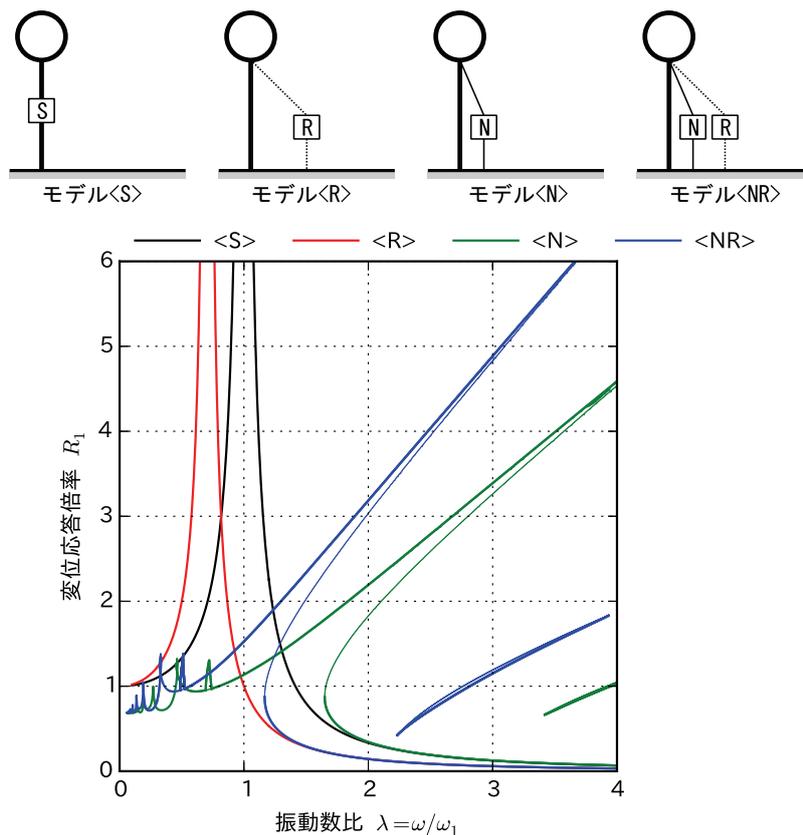


図 2.6 振動低減メカニズムの説明図（その 1）

図 2.7 では、モデル<NR>のみを描画し、説明のための記号 A, B, C, D, Z, Z' を追加している。<NR>では、高振動数比領域（たとえば $\lambda=3$ ）において複数の安定周期解（図中の太線）が現れるが、本論文では、高振動数側に傾いた共振曲線（図中 C）を上位周期解、共振曲線の裾野に相当する領域（図中 A）を下位周期解と呼称する。また、上位周期解と下位周期解の間には分調波共振（図中 B）が発生することがある。この例では 3 周期分の調和外力が作用する間に主構造系が 1 回振動するという 1/3 次の分調波周期解が発生している。調和地動入力時にどの安定周期解に収れんするかは初期値に依存するが、初期値ゼロ（初期変位と初期速度がゼロ）の場合には下位周期解（図中 A）に収れんする。初期値依存性については 2.5 節で詳細に検討するが、複数の安定周期解がある場合には、共振曲線において応答倍率が小さい方の安定周期解に収れんする傾向にある。すなわち、最も小さな安定周期解のみに着目すると、サドルノード分岐点（図中 Z）と同じ振動数比である上位周期解の Z' 点が共振の大まかなピークとみなせる^{脚注}。なお、共振曲線は定常な調和振動に対する解であるので、地震動などの非定常応答の場合にも振動低減効果があるかを確認する必要がある。

分調波周期解（図中 B）や高調波周期解（図中 D）については、変位応答倍率が上位周期解（図中 C）と比較しても小さいので、本論文では 2.5.5 項で簡単に考察することとする。

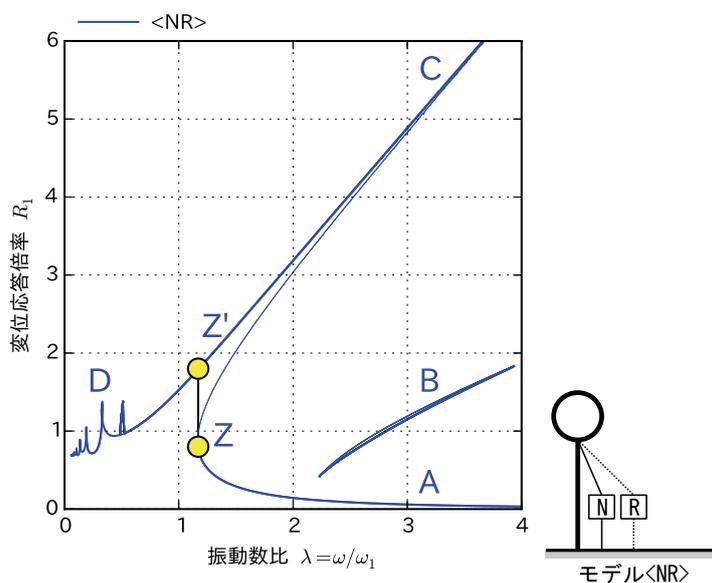


図 2.7 振動低減メカニズムの説明図（その 2）

脚注) 2.5.3 項の初期値依存性の検討により、初期値ゼロの場合には Z 点より多少大きい振動数比まで上位周期解に収れんすることが確かめられた。しかし、入力動の大きさにより Z 点は移動することや、地震応答等を前提とした場合には、Z 点位置をそれほど厳密に評価する必要もないため、本論文では目安として以後の考察にサドルノード分岐点である Z 点を用いる。

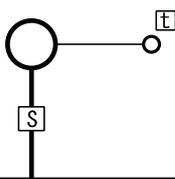
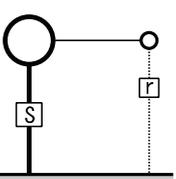
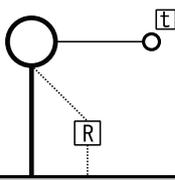
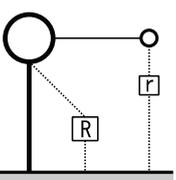
2.4 線形系を対象とした定常周期解の解析手法

2.4.1 検討の概要

非線形系のモデル<N>, <NR>などでは、非線形に關与する項が変位の3乗となっているため、変位が小さい領域（たとえば $x_1 < 1$ ）では線形系に近い振動性状を示す。本論文では強非線形性をもつ系の振動性状の把握が目的であるが、定点理論に基づく線形系の知見が大いに役に立つことから、線形系を対象として、定点理論による定常周期解について考察する。

2.4.2 項では定点理論による連結制振構造の最適解（連結部の最適剛性比 $\alpha_{0,opt}$ 最適減衰定数 $h_{0,opt}$ ）とその条件での変位応答倍率 $R_{1,opt}$ を求める式を導出する。最適解導出についての全体的な流れは蔭山ら^{2.6)}を参考にしているが、新たに回転慣性質量に関する項も考慮するとともに、導出過程も簡潔にしている。2.4.3 項では、定点理論により導出された最適解を用いて、表 2.2 に示す4つの解析モデルについて最適解および共振曲線の比較を行った。なお、本節では連結制振構造が対象であるため、付加構造系の質点と地面とを結ぶ剛性 k_2 もパラメタとして考察しているが、主構造系の振動低減のみに着目すると最終的には $k_2 = 0$ とした場合が最も振動低減効果が大きかった。そこで、第3章では $k_2 = 0$ の場合のみを検討の対象とし、表中の簡略図でも TMD 系システムとして描画した。

表 2.2 定点理論により検討する解析モデルの一覧

		付加構造系	
		t TMD	r 回転慣性要素
主構造系	S	 モデル<S-t> ■	 モデル<S-r> ■
	R	 モデル<R-t> ■	 モデル<R-r> ■

2.4.2 回転慣性要素を考慮した定点理論の最適解の誘導

(1) 運動方程式

ここでは、蔭山ら^{2.6)}の論文を参考にして、回転慣性要素を考慮した定点理論の最適解を導出する。(2.3)式において、 $g_1 = 0$ 、 $c_1 = c_2 = 0$ を仮定すると、運動方程式は(2.5)式となる。

$$\begin{bmatrix} m_1 + m_{1a} & 0 \\ 0 & m_2 + m_{2a} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_0 & -c_0 \\ -c_0 & c_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_0 + k_1 & -k_0 \\ -k_0 & k_0 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{Bmatrix} \ddot{y} \quad (2.5)$$

求めたい解は定常周期解であるので、 $y(t) = pYe^{i\omega t}$ 、 $x_1(t) = X_1e^{i\omega t}$ 、 $x_2(t) = X_2e^{i\omega t}$ とする。ここで p は波形倍率、 ω は加振振動数である。また、主構造系の質量 m_1 、剛性 k_1 を基準として無次元量化するために、以下の変数を導入する。

$\omega_1 = \sqrt{k_1 / m_1}$	主構造系の固有振動数
$\lambda = \omega / \omega_1$	振動数比 (入力動の振動数)
$\delta_1 = m_{1a} / m_1$	質量比 (主構造系の仮想質量)
$\delta_2 = m_{2a} / m_1$	質量比 (付加構造系の仮想質量)
$\mu = m_2 / m_1$	質量比 (付加構造系の実質量)
$\alpha_2 = k_2 / k_1$	剛性比 (付加節点と地面を結ぶばね剛性)
$\alpha_0 = k_0 / k_1$	剛性比 (連結部の剛性)
$h_0 = c_0 / (2m_1\omega_1)$	減衰定数 (連結部の減衰定数)

以上の無次元化変数を用いると(2.5)式は、(2.6)式に変換できる。

$$\begin{bmatrix} -(1 + \delta_1)\lambda^2 + 2h_0\lambda i + 1 + \alpha_0 & -2h_0\lambda i - \alpha_0 \\ -2h_0\lambda i - \alpha_0 & -(\mu + \delta_2)\lambda^2 + 2h_0\lambda i + \alpha_0 + \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \lambda^2 \\ \mu\lambda^2 \end{Bmatrix} pY \quad (2.6)$$

なお、 $c_1 = c_2 = 0$ としているため本節の最適値導出では使っていないが、減衰定数 h_1, h_2 についても以下のように主構造系を基準にして無次元化している。そのため、システムの全減衰量 ($c_0 + c_1 + c_2$) を把握する際は h_0, h_1, h_2 を単純に加算すれば良い。

$h_1 = c_1 / (2m_1\omega_1)$	減衰定数 (主構造系の減衰定数)
$h_2 = c_2 / (2m_1\omega_1)$	減衰定数 (付加構造系の減衰定数)

(2) 変位応答倍率の算定式

以下に、地動加速度一定、地動速度一定、地動変位一定の場合の 3 ケースについて、変位応答倍率を求める式を導出する。定点理論では、定点 P,Q の高さを揃えることにより最適化するが、3つのケースでは振動数比によって入力動の大きさが異なるため、最適値にも違いが生じることとなる。

a) 地動加速度一定の場合

主構造系の変位応答倍率 $R_1(\lambda)$ は、(2.6)式を変形することにより(2.7)式で表される。

$$R_1(\lambda) = \frac{X_1}{\lambda^2 pY} = \frac{-(\mu + \delta_2)\lambda^2 + 2h_0\lambda i + \alpha_0 + \alpha_2 + \mu(2h_0\lambda i + \alpha_0)}{(-1 + \delta_1)\lambda^2 + 2h_0\lambda i + 1 + \alpha_0)(-\mu + \delta_2)\lambda^2 + 2h_0\lambda i + \alpha_0 + \alpha_2) - (2h_0\lambda i + \alpha_0)^2} \quad (2.7)$$

なお、本論文では付加構造系の変位応答倍率 $R_2(\lambda)$ については考察しないが、(2.8)式として参考までに示す。

$$R_2(\lambda) = \frac{X_2}{\lambda^2 pY} = \frac{\mu(-1 + \delta_1)\lambda^2 + 2h_0\lambda i + 1 + \alpha_0 + (2h_0\lambda i + \alpha_0)}{(-1 + \delta_1)\lambda^2 + 2h_0\lambda i + 1 + \alpha_0)(-\mu + \delta_2)\lambda^2 + 2h_0\lambda i + \alpha_0 + \alpha_2) - (2h_0\lambda i + \alpha_0)^2} \quad (2.8)$$

主構造系の変位応答倍率 $R_1(\lambda)$ について、その絶対値をとると(2.9)式となる。

$$|R_1(\lambda)| = \left| \frac{X_1}{\lambda^2 pY} \right| = \sqrt{\frac{A^2 + B^2 h_0^2}{C^2 + D^2 h_0^2}} \quad (2.9)$$

ここで、 A, B, C, D は下記で表される。

$$A = (\mu + \delta_2)\lambda^2 - (\alpha_0 + \alpha_2 + \mu\alpha_0)$$

$$B = 2(1 + \mu)\lambda$$

$$C = (1 + \delta_1)(\mu + \delta_2)\lambda^4 - ((1 + \delta_1)(\alpha_0 + \alpha_2) + (\mu + \delta_2)(1 + \alpha_0))\lambda^2 + \alpha_0 + \alpha_2 + \alpha_0\alpha_2$$

$$D = 2(1 + \mu + \delta_1 + \delta_2)\lambda^3 - 2(1 + \alpha_2)\lambda$$

なお、最適減衰定数 $h_{0,opt}$ を求める際に必要になるので A, B, C, D の λ についての偏微分についてもここに示す。

$$A' = \partial A(\lambda) / \partial \lambda = 2(\mu + \delta_2)\lambda$$

$$B' = \partial B(\lambda) / \partial \lambda = 2(1 + \mu)$$

$$C' = \partial C(\lambda) / \partial \lambda = 4(1 + \delta_1)(\mu + \delta_2)\lambda^3 - 2((1 + \delta_1)(\alpha_0 + \alpha_2) + (\mu + \delta_2)(1 + \alpha_0))\lambda$$

$$D' = \partial D(\lambda) / \partial \lambda = 6(1 + \mu + \delta_1 + \delta_2)\lambda^2 - 2(1 + \alpha_2)$$

b) 地動速度一定の場合

主構造系の変位応答倍率 $R_1(\lambda)$ の絶対値は(2.10)式となる。

$$|R_1(\lambda)| = \left| \frac{X_1}{\lambda p Y} \right| = \sqrt{\frac{A^2 + B^2 h_0^2}{C^2 + D^2 h_0^2}} \quad (2.10)$$

A, B, A', B' を下記に示す。なお、 C, D, C', D' は地動加速度一定の場合と同じである。

$$\begin{aligned} A &= (\mu + \delta_2)\lambda^3 - (\alpha_0 + \alpha_2 + \mu\alpha_0)\lambda \\ B &= 2(1 + \mu)\lambda^2 \\ A' &= \partial A(\lambda) / \partial \lambda = 3(\mu + \delta_2)\lambda^2 - (\alpha_0 + \alpha_2 + \mu\alpha_0) \\ B' &= \partial B(\lambda) / \partial \lambda = 4(1 + \mu)\lambda \end{aligned}$$

c) 地動変位一定の場合

主構造系の変位応答倍率 $R_1(\lambda)$ の絶対値は(2.11)式となる。

$$|R_1(\lambda)| = \left| \frac{X_1}{p Y} \right| = \sqrt{\frac{A^2 + B^2 h_0^2}{C^2 + D^2 h_0^2}} \quad (2.11)$$

A, B, A', B' を下記に示す。なお、 C, D, C', D' は地動加速度一定の場合と同じである。

$$\begin{aligned} A &= (\mu + \delta_2)\lambda^4 - (\alpha_0 + \alpha_2 + \mu\alpha_0)\lambda^2 \\ B &= 2(1 + \mu)\lambda^3 \\ A' &= \partial A(\lambda) / \partial \lambda = 4(\mu + \delta_2)\lambda^3 - 2(\alpha_0 + \alpha_2 + \mu\alpha_0)\lambda \\ B' &= \partial B(\lambda) / \partial \lambda = 6(1 + \mu)\lambda^2 \end{aligned}$$

(3) 定点 P, Q の振動数比の算定

定点 P, Q は連結部の減衰 c_0 に依らずに通る点であることを利用して、極端な例である $c_0 = 0$ と $c_0 = \infty$ の2つのケースの変位応答倍率（共振曲線）の交点を求めることにより定点 P, Q の振動数比を算定する。(2.5)式で $c_0 = 0$ とすると、(2.12)式が得られる。(2.12)式を無次元化変数で表すと(2.13)式となる。

$$\begin{bmatrix} m_1 + m_{1a} & 0 \\ 0 & m_2 + m_{2a} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_0 + k_1 & -k_0 \\ -k_0 & k_0 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{Bmatrix} \ddot{y} \quad (2.12)$$

$$\begin{bmatrix} -(1 + \delta_1)\lambda^2 + 1 + \alpha_0 & -\alpha_0 \\ -\alpha_0 & -(\mu + \delta_2)\lambda^2 + \alpha_0 + \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \lambda^2 \\ \mu\lambda^2 \end{Bmatrix} p Y \quad (2.13)$$

変位応答倍率 $R_1(\lambda)_{h=0}$ は(2.14)式となる。

$$R_1(\lambda)_{h=0} = \frac{X_1}{\lambda^2 pY} = \frac{-(\mu + \delta_2)\lambda^2 + \alpha_0 + \alpha_2 + \mu\alpha_0}{(-(1 + \delta_1)\lambda^2 + 1 + \alpha_0)(-(\mu + \delta_2)\lambda^2 + \alpha_0 + \alpha_2) - \alpha_0^2} \quad (2.14)$$

(2.5)式で $c_0 = \infty$ とすると主構造系変位 x_1 と付加構造系変位 x_2 が等しくなるため、(2.15)式のように1自由度系の運動方程式となり、無次元化変数で表すと(2.16)式となる。

$$(m_1 + m_2 + m_{1a} + m_{2a})\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 = -(m_1 + m_2)\ddot{y} \quad (2.15)$$

$$[-(1 + \mu + \delta_1 + \delta_2)\lambda^2 + (1 + \alpha_2)]X_1 = (1 + \mu)\lambda^2 pY \quad (2.16)$$

変位応答倍率 $R_1(\lambda)_{h=\infty}$ は(2.17)式となる。

$$R_1(\lambda)_{h=\infty} = \frac{X_1}{\lambda^2 pY} = \frac{1 + \mu}{(1 + \alpha_2) - (1 + \mu + \delta_1 + \delta_2)\lambda^2} \quad (2.17)$$

(2.14),(2.17)の絶対値が等しいという条件から交点 P,Q を求めることができるが、ここで、交点において2つの系の位相が逆となること^{2.6)}から、(2.18)式が得られる。

$$R_1(\lambda)_{h=\infty} = -R_1(\lambda)_{h=0} \quad (2.18)$$

(2.14),(2.17)式を(2.18)式に代入して整理すると(2.19)式となる。

$$\varphi_a \lambda^4 - \varphi_b \lambda^2 + \varphi_c = 0 \quad (2.19)$$

ここで、

$$\varphi_a = (\mu + \delta_2)(2 + 2\mu + 2\delta_1 + \mu\delta_1 + \delta_2)$$

$$\varphi_b = 2(1 + \mu)(1 + \mu + \delta_1 + \delta_2)\alpha_0 + \mu^2 + (2 + 3\alpha_2 + \alpha_2\delta_1 + \delta_2)\mu + 2(\delta_2 + \alpha_2\delta_2 + \alpha_2\delta_1 + \alpha_2)$$

$$\varphi_c = 2(1 + \mu)(1 + \alpha_2)\alpha_0 + (2 + \alpha_2 + \mu)\alpha_2$$

2次方程式の解の公式より定点 P,Q の振動数比は(2.20)式で表される。

$$\lambda_p = \sqrt{\left(\varphi_b - \sqrt{\varphi_b^2 - 4\varphi_a\varphi_c}\right) / (2\varphi_a)}, \quad \lambda_q = \sqrt{\left(\varphi_b + \sqrt{\varphi_b^2 - 4\varphi_a\varphi_c}\right) / (2\varphi_a)} \quad (2.20)$$

なお、連結部の最適剛性比 $\alpha_{0,opt}$ を求める場合には、(2.21)式で表される2次方程式の解と係数の関係を用いる方が簡単である。

$$\lambda_p^2 + \lambda_q^2 = \varphi_b / \varphi_a, \quad \lambda_p^2 \lambda_q^2 = \varphi_c / \varphi_a \quad (2.21)$$

(4) 最適剛性比の算定

a) 地動加速度一定の場合

定点 P,Q において、絶対値が等しく位相が逆という条件から(2.22)式が成り立つ。

$$R_1(\lambda_p)_{h=\infty} = -R_1(\lambda_q)_{h=\infty} \quad (2.22)$$

(2.17)式を(2.22)式に代入すると(2.23)式が得られる。

$$\frac{(1+\mu)}{(1+\alpha_2)-(1+\mu+\delta_1+\delta_2)\lambda_p^2} = -\frac{(1+\mu)}{(1+\alpha_2)-(1+\mu+\delta_1+\delta_2)\lambda_q^2} \quad (2.23)$$

(2.23)式を変形すると(2.24)式となる。

$$\lambda_p^2 + \lambda_q^2 = \frac{2(1+\alpha_2)}{1+\mu+\delta_1+\delta_2} \quad (2.24)$$

(2.21)式と(2.24)式から連結部の最適剛性比 $\alpha_{0,opt}$ は(2.25)式で表される。

$$\alpha_{0,opt} = \frac{(\mu - \alpha_2 - \alpha_2\delta_1 + \delta_2)(2 + \mu - \mu^2 + 2\delta_1 + \mu\delta_1 - \mu\delta_2)}{2(1+\mu)(1+\mu+\delta_1+\delta_2)^2} \quad (2.25)$$

b) 地動速度一定の場合

定点 P,Q において、絶対値が等しく位相が逆という条件から(2.26)式が成り立つ。

$$\lambda_p R_1(\lambda_p)_{h=\infty} = -\lambda_q R_1(\lambda_q)_{h=\infty} \quad (2.26)$$

(2.17)式を(2.26)式に代入すると(2.27)式が得られ、変形すると(2.28)式となる。

$$\frac{(1+\mu)\lambda_p}{(1+\alpha_2)-(1+\mu+\delta_1+\delta_2)\lambda_p^2} = -\frac{(1+\mu)\lambda_q}{(1+\alpha_2)-(1+\mu+\delta_1+\delta_2)\lambda_q^2} \quad (2.27)$$

$$\lambda_p^2 \lambda_q^2 = \frac{(1+\alpha_2)^2}{(1+\mu+\delta_1+\delta_2)^2} \quad (2.28)$$

(2.21)式と(2.28)式から連結部の最適剛性比 $\alpha_{0,opt}$ は(2.29)式で表される。

$$\alpha_{0,opt} = \frac{(\mu - \alpha_2 - \alpha_2\delta_1 + \delta_2)(2 + \alpha_2 + 2\mu - \mu^2\alpha_2 + 2\delta_1 + \alpha_2\delta_1 + \mu\delta_1 + \delta_2 - \mu\alpha_2\delta_2)}{2(1+\mu)(1+\alpha_2)(1+\mu+\delta_1+\delta_2)^2} \quad (2.29)$$

c) 地動変位一定の場合

定点 P,Q において、絶対値が等しく位相が逆という条件から(2.30)式が成り立つ。

$$\lambda_p^2 R_1(\lambda_p)_{h=\infty} = -\lambda_q^2 R_1(\lambda_q)_{h=\infty} \quad (2.30)$$

(2.17)式を(2.30)式に代入すると(2.31)式が得られ、変形すると(2.32)式となる。

$$\frac{(1+\mu)\lambda_p^2}{(1+\alpha_2)-(1+\mu+\delta_1+\delta_2)\lambda_p^2} = -\frac{(1+\mu)\lambda_q^2}{(1+\alpha_2)-(1+\mu+\delta_1+\delta_2)\lambda_q^2} \quad (2.31)$$

$$\frac{\lambda_p^2 + \lambda_q^2}{\lambda_p^2 \lambda_q^2} = \frac{2(1+\mu+\delta_1+\delta_2)}{1+\alpha_2} \quad (2.32)$$

(2.21)式と(2.32)式から連結部の最適剛性比 $\alpha_{0,opt}$ は(2.33)式で表される。

$$\alpha_{0,opt} = \frac{(\mu - \alpha_2 - \alpha_2 \delta_1 + \delta_2)(2 + \mu - \alpha_2 \mu)}{2(1 + \mu)(1 + \alpha_2)(1 + \mu + \delta_1 + \delta_2)} \quad (2.33)$$

(5) 最適減衰定数と変位応答倍率の算定

連結部の最適減衰定数 $h_{0,opt}$ は、定点 P,Q において(2.34)式で表される変位応答倍率 $R_1(\lambda)$ が極大値を取るという条件から導くことができる。

$$|R_1(\lambda)| = \sqrt{\frac{A^2 + B^2 h_0^2}{C^2 + D^2 h_0^2}} \quad (2.34)$$

(2.34)式を振動数比 λ で偏微分する。極大値を取るという条件より(2.35)式が成り立つ。

(2.35)式に(2.34)式を代入して整理すると(2.36)式となる。(2.36)式を、 h_0^2 について整理すると(2.37)式となる。

$$\partial R_1(\lambda) / \partial \lambda = 0 \quad (2.35)$$

$$(A^2 + B^2 h_0^2)'(C^2 + D^2 h_0^2) - (A^2 + B^2 h_0^2)(C^2 + D^2 h_0^2)' = 0 \quad (2.36)$$

$$\phi_a h_0^4 + \phi_b h_0^2 + \phi_c = 0 \quad (2.37)$$

ここで、

$$\begin{aligned}\phi_a &= BD(B'D - BD') \\ \phi_b &= AD(A'D - AD') + BC(B'C - BC') \\ \phi_c &= AC(A'C - AC')\end{aligned}$$

(2.37)式を解くことにより、減衰定数 $h_0(\lambda)$ は (2.38)式で表される。

$$h_0(\lambda) = \sqrt{\left(-\phi_b \pm \sqrt{\phi_b^2 - 4\phi_a\phi_c}\right) / (2\phi_a)} \quad (2.38)$$

なお、定点 P, Q において、(2.38)式による減衰定数がそれぞれ算定できるが、両者が一致しない場合もあり得る。そこで、本論文では、最適減衰定数 $h_{0,opt}$ を(2.38)式のように両者の平均値で設定する。

$$h_{0,opt} = (h_0(\lambda_p) + h_0(\lambda_q)) / 2 \quad (2.39)$$

また、P, Q 点の変位応答倍率 $R_{1,opt}$ は、(2.34)式において h_0 に無関係に定まるという条件から、(2.40)式のように、簡単に A と C の比率で表される。

$$R_{1,opt} = A(\lambda_p) / C(\lambda_p) \quad (2.40)$$

2.4.3 定点理論の最適解に関する考察

図 2.8～図 2.11 に付加構造系の質量比 (μ または δ_2) に対する最適剛性比 $\alpha_{0,opt}$ 、最適減衰定数 $h_{0,opt}$ 、変位応答倍率 $R_{1,opt}$ を示す。図 2.8, 2.9, 2.10, 2.11 はそれぞれモデル<S-t>, <S-r>, <R-t>, <R-r>の場合である。主構造系に仮想質量を追加している<R-t>, <R-r>では、主構造系の仮想質量比を一律に $\delta_1 = m_{1a} / m_1 = 1$ としている。各図の横軸は<S-t>, <R-t>の場合は付加構造系の実質量比 $\mu = m_2 / m_1$ であり、<S-r>, <R-r>の場合は付加構造系の仮想質量比 $\delta_2 = m_{2a} / m_1$ である。各図について、上段は変位応答倍率 $R_{1,opt}$ 、中段は最適減衰定数 $h_{0,opt}$ 、下段は最適剛性比 $\alpha_{0,opt}$ である。また、第 1 列は入力加速度一定、第 2 列は入力速度一定、第 3 列は入力変位一定の場合である。各図中には付加構造系と地面を結ぶばねの剛性比 $\alpha_2 = k_2 / k_1$ について、 $\alpha_2 = 0.0, 0.2, 0.4$ の 3 本の線を書き入れている。すべてのモデルについて、 $\alpha_2 = 0.0$ (図中の細線) の場合が、変位応答倍率 $R_{1,opt}$ は最も小さく、最適減衰定数 $h_{0,opt}$ と最適剛性比 $\alpha_{0,opt}$ は最も大きくなっている。変位応答倍率の低減を重視する場合は TMD 機構($\alpha_2 = 0.0$)が有利といえる。以下では、主に加速度入力一定で付加構造剛性比 $\alpha_2 = 0.0$ (図中の細線) の場合について考察する。

図 2.8 のモデル<S-t>は従来型の TMD に相当し、実質量の装置を設置するという制約から $\mu < 0.10$ が実用的な範囲となる。最適化の結果においても、 $\mu = 0.5$ 付近で変位応答倍率 $R_{1,opt}$ の低減効果は $R_1 = 3$ 程度ではほぼ頭打ちとなっており、その時に必要な最適減衰定数は $h_{0,opt} = 12 \sim 13\%$ と極めて大きくなっている。このことから解析上も<S-t>での実質量としては $\mu < 0.10$ が妥当な範囲であり、その時の変位応答倍率は $R_1 = 5$ 程度を目安と考えることができる。図 2.9 はモデル<S-r>に場合であり、仮想質量を用いているため装置の設置による制約は<S-t>よりも少ない。最適化の結果をみると、 $\mu = 0.7$ 付近で変位応答倍率が $R_1 = 2$ まで低減されており、<S-t>よりも振動低減効果が大きいといえる。なお、最適減衰定数については<S-t>と同程度の大きさであった。大きな減衰定数を持つ装置が実現可能であれば、モデル<S-r>は有力な選択肢となりえる。図 2.10 はモデル<R-t>の場合であり、<S-t>の主構造系に仮想質量 $\delta_1 = m_{1a} / m_1 = 1$ を追加したモデルである。入力加速度一定の場合には、変位応答倍率 $R_{1,opt}$ の低減効果が少なく、選択肢としての魅力に乏しい。なお、入力変位一定の場合には $R_{1,opt}$ の低減効果が<S-t>, <S-r>よりも大きくなっている。図 2.11 はモデル<R-r>の場合であり、主構造系と付加構造系の両方に仮想質量を考慮したモデルとなっている。付加構造系の仮想質量が $\delta_2 = m_{2a} / m_1 = 0.5$ の場合には<S-t>と同程度の変位応答倍率 $R_{1,opt}$ の低減効果となっており、その後、質量比 δ_2 が大きくなるに従って $R_{1,opt}$ は低減する。また、<S-t>と質量比が同じ場合を比べると、小さな最適減衰定数となっている。さらに、入力変位一定の場合にも $R_{1,opt}$ について大きな低減効果が見られる。

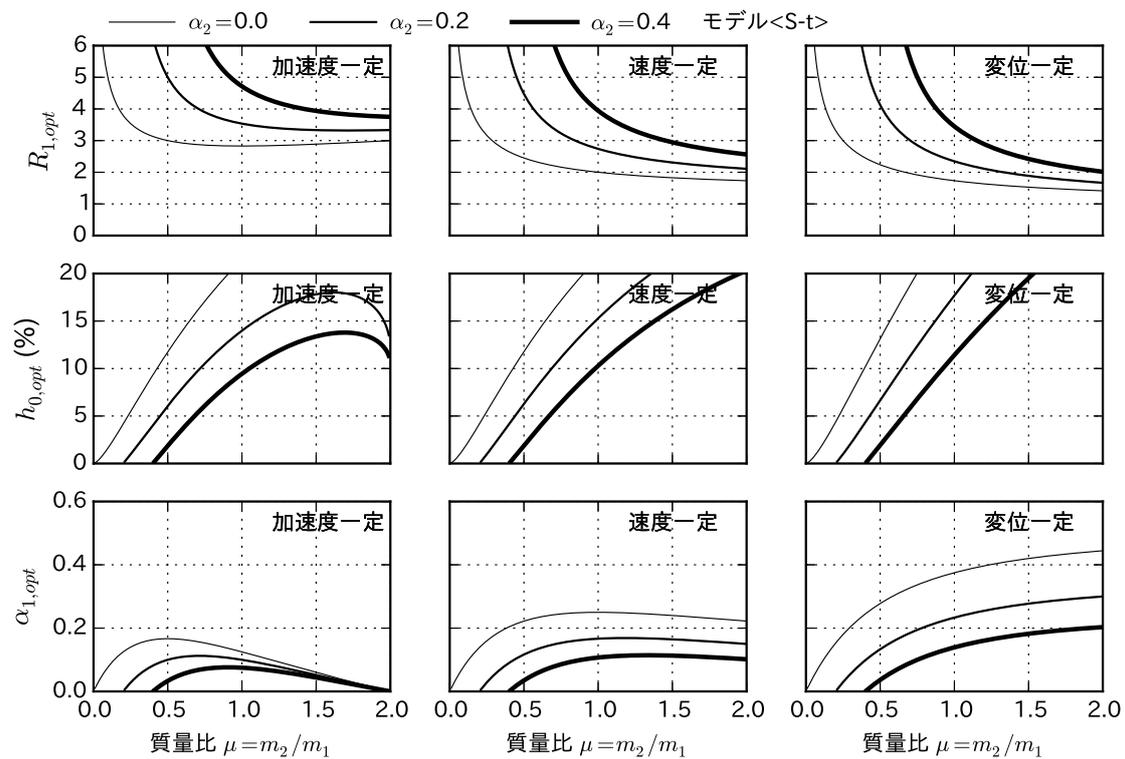


図 2.8 定点理論による最適解 (モデル<S-t>)

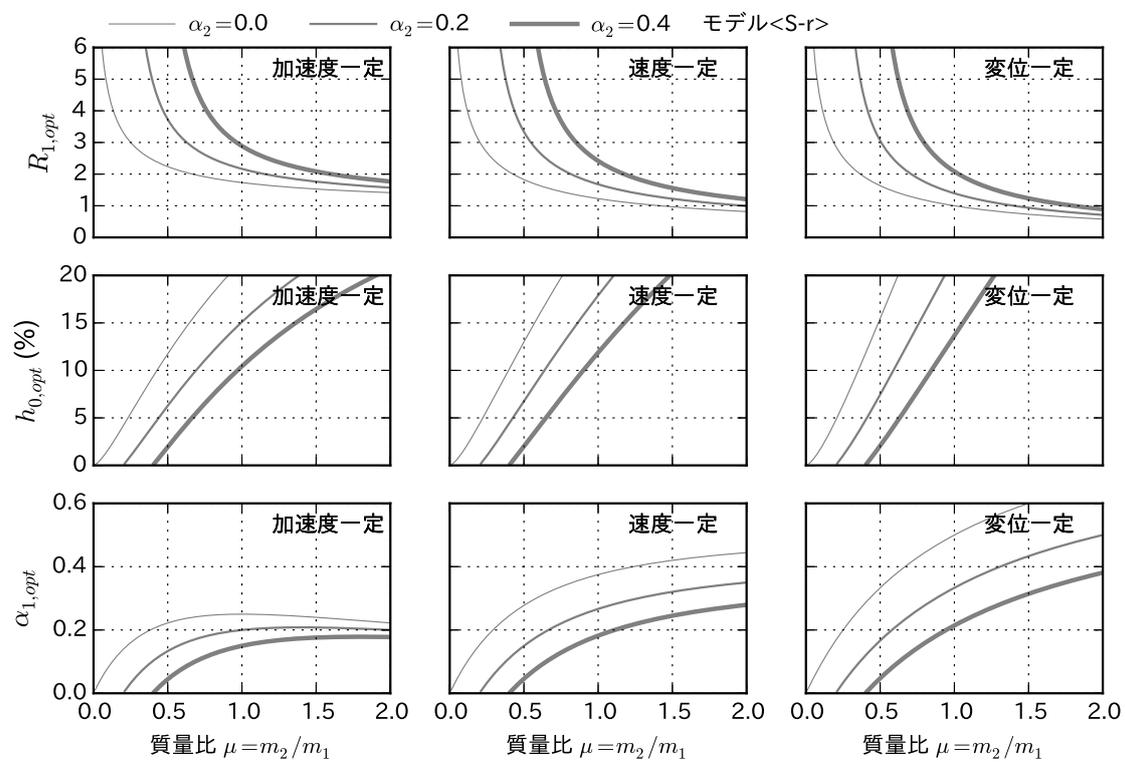


図 2.9 定点理論による最適解 (モデル<S-r>)

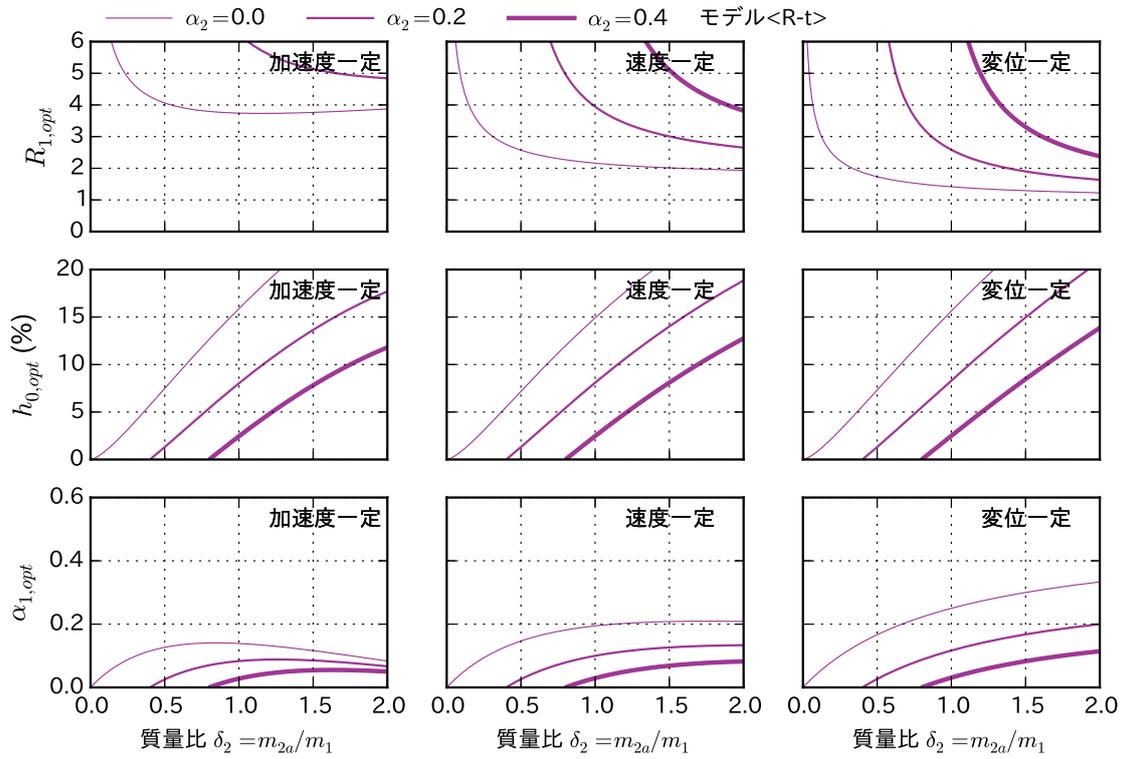


図 2.10 定点理論による最適解 (モデル<R-t>)

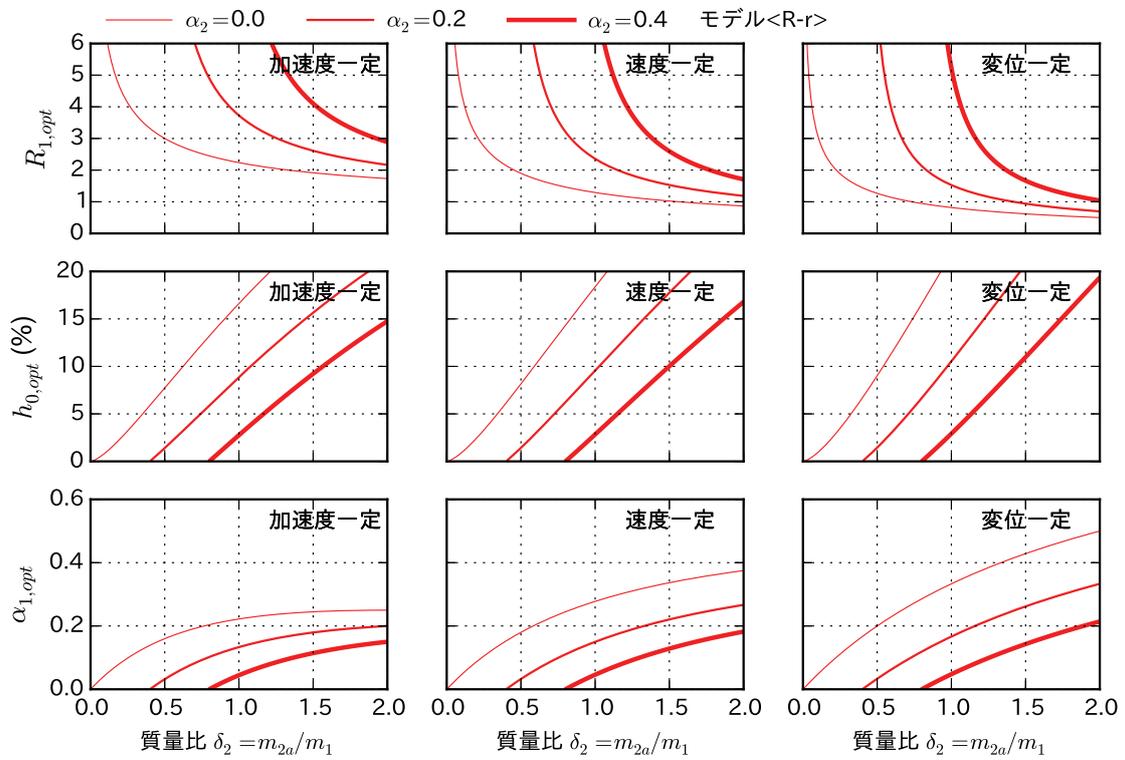


図 2.11 定点理論による最適解 (モデル<R-r>)

図 2.12 に、減衰定数と変位応答倍率の関係を示す。図の上段からモデル<S-t>, <S-r>, <R-t>, <R-r>であり、第 1 列は入力加速度一定、第 2 列は入力速度一定、第 3 列は入力変位一定の場合である。各図の横軸は最適減衰定数 $h_{0,opt}$ 、縦軸は変位応答倍率 R_1 であり、図中には減衰定数 1% (黄色線) も書き加えている。減衰が小さい条件では、入力加速度一定では<S-t>, <S-r>, <R-r>の場合が、入力変位一定では<R-t>, <R-r>の場合が R_1 の低減効果が大きいことが分かる。

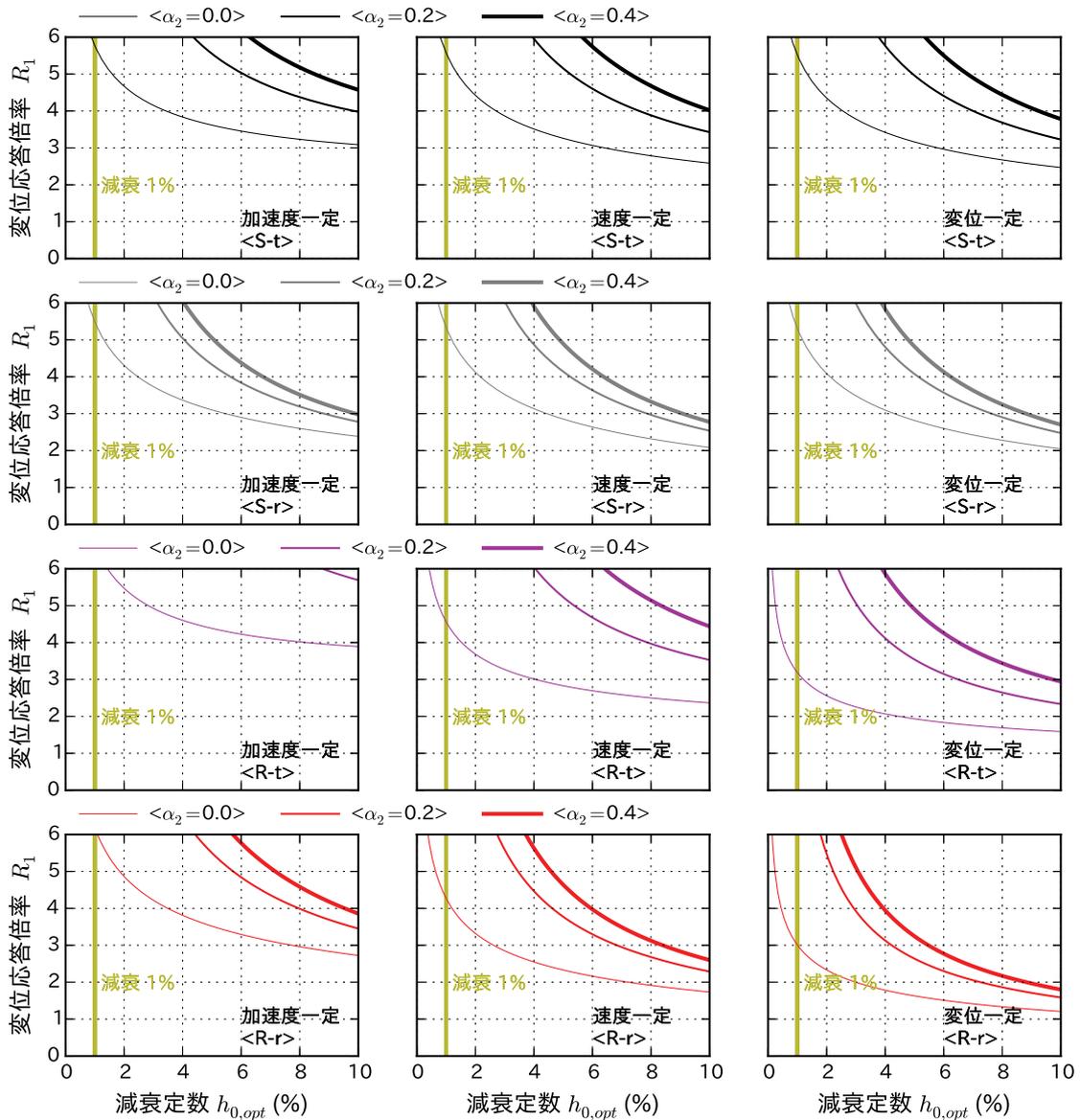


図 2.12 減衰定数と変位応答倍率の関係

図 2.13 に、共振曲線を示す。図の上段からモデル<S-t>, <S-r>, <R-t>, <R-r>である。横軸は振動数比 $\lambda = \omega / \omega_1$ 、縦軸は変位応答倍率 $R_{1,opt}$ であり、図中には実質量比 $\mu = 0.1, 0.5, 1.0$ または仮想質量比 $\delta_2 = 0.1, 0.5, 1.0$ の場合の共振曲線を書き入れている。ここで、 $\lambda = 0$ は静的载荷に相当するが、実質量を用いた TMD 機構である<S-t>と<R-t>では、低振動数比の場合に変位応答倍率 R_1 が実質量の影響で大きくなっていることが分かる。その影響で、実質量比を増やしても R_1 の下げ止まりが顕著になるものと考えられる。一方、仮想質量を用いた TMD 機構である<S-r>と<R-r>では、静的载荷に相当する $\lambda = 0$ でも変位応答倍率 R_1 の増加は見られず、質量比の増加に伴い、 R_1 が低減されていることが分かる。

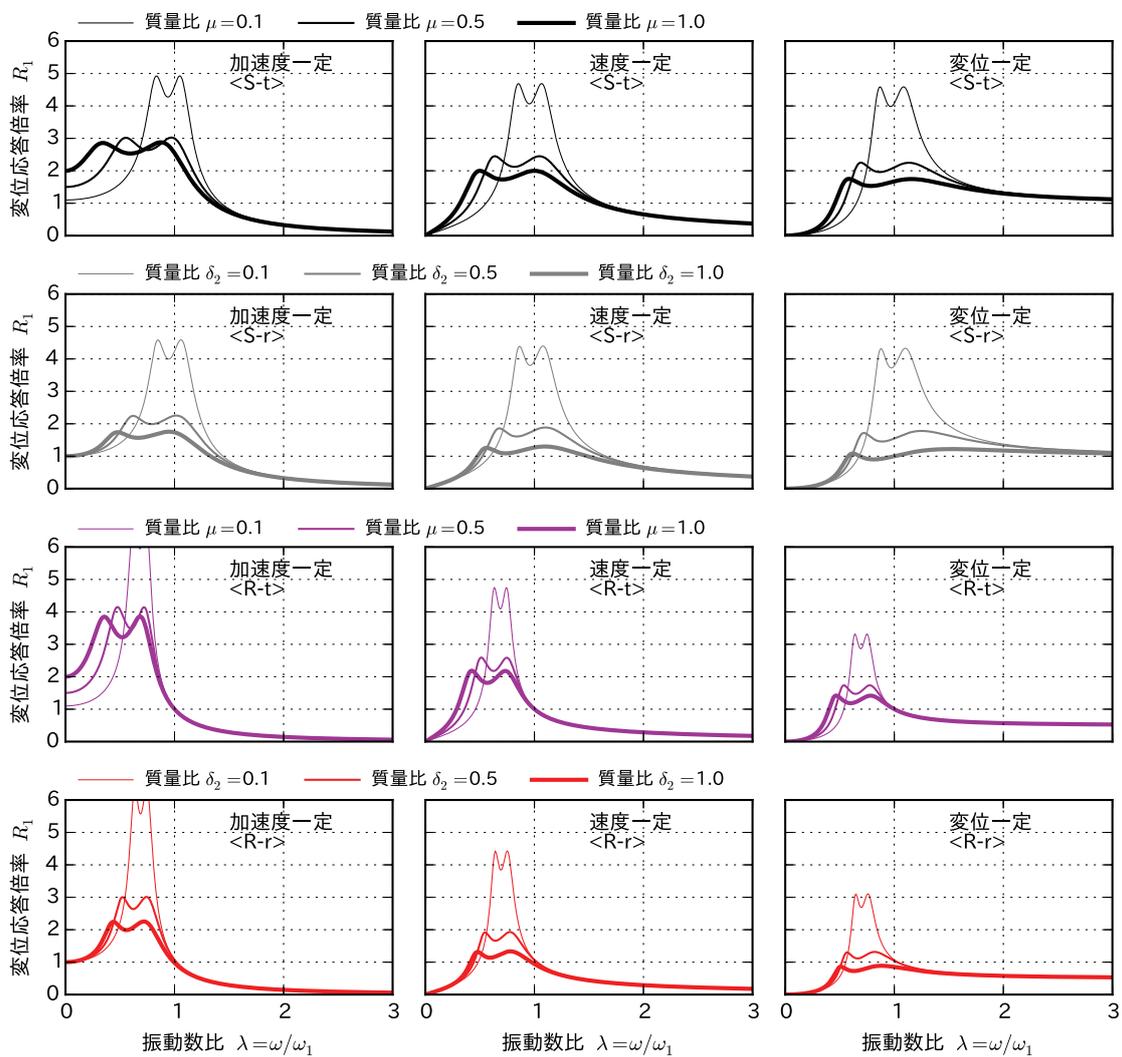


図 2.13 線形系モデルの共振曲線

2.4.4 線形系モデルの諸元の設定

前項では定点理論を用いて、4つの線形系モデル<S-t>, <S-r>, <R-t>, <R-r>の最適解と共振曲線について検討した。本項では、第3章の比較検討に用いる線形系モデルの諸元を設定する。

最初に、線形系モデルと非線形系モデルを同じ条件で比較するために、連結部の減衰定数を全モデルの共通値として定める。ここで、モデル<S-t>において、定点理論により実質量比 $\mu = 0.05, 0.10$ の場合の最適減衰定数を求めると、 $\mu = 0.05$ では最適減衰定数 $h_{0,opt} = 0.64\%$ 、 $\mu = 0.10$ では $h_{0,opt} = 1.68\%$ となる。ここでの減衰定数は主構造系の剛性 k_1 と質量 m_1 を基準として、 $h_0 = c_0 / (2m_1\omega_1) = c_0 / (2\sqrt{k_1 m_1})$ で定義した量である。通常の建物の設計に用いる減衰定数は、S造で2%、RC造で3%であることから、本論文の検討では、全モデルで $h_0 = 1\%$ とする。線形系モデルについては、 $h_0 = 1\%$ となるような質量比を二分法 (Bisection method) により試行錯誤的に求めた。表 2.3 に算定結果を示す。

表 2.3 減衰定数 $h_0 = 1\%$ とした場合の線形系の諸元一覧

解析モデル	$\mu = m_2 / m_1$	$\delta_1 = m_{1a} / m_1$	$\delta_2 = m_{2a} / m_1$	h_0
<S-t>	0.0688	0	0	1%
<S-r>	0	0	0.0688	1%
<R-t>	0.1086	1.0	0	1%
<R-r>	0	1.0	0.1078	1%

定点理論により求めた主構造系が無減衰 ($h_1 = 0\%$) の場合の共振曲線を図 2.14(a) に示す。主構造系の減衰が $h_1 = 2\%$ の場合の共振曲線は、次頁で説明する接続法の汎用ソフト AUTO を用いて算定し、図 2.14(b) に示す。 $h_1 = 2\%$ の場合にも $h_1 = 0\%$ を前提とした定点理論による最適解を使っているため2つのピークの高さに差が発生している。これらのピークの高さが同じとなる条件を試行錯誤的に求めることも可能であるが、線形系モデルは非線形系モデルの性能評価の目安とするに過ぎないので、本論文では $h_1 = 2\%$ の場合も定点理論で求めた諸元をそのまま使うこととする。

また、連結部の減衰定数として $h_0 = 1\%$ を採用した場合、共振曲線上では<S-t>と<S-r>の差は小さい。そこで、一般的な TMD 機構である<S-t>を主構造系が'S'タイプの線形系モデルの代表として選定する。また、主構造系が'R'タイプの線形系モデルとしては、<R-r>を選定する。表 2.4 に第3章で比較対象とする線形系モデルの一覧を示す。

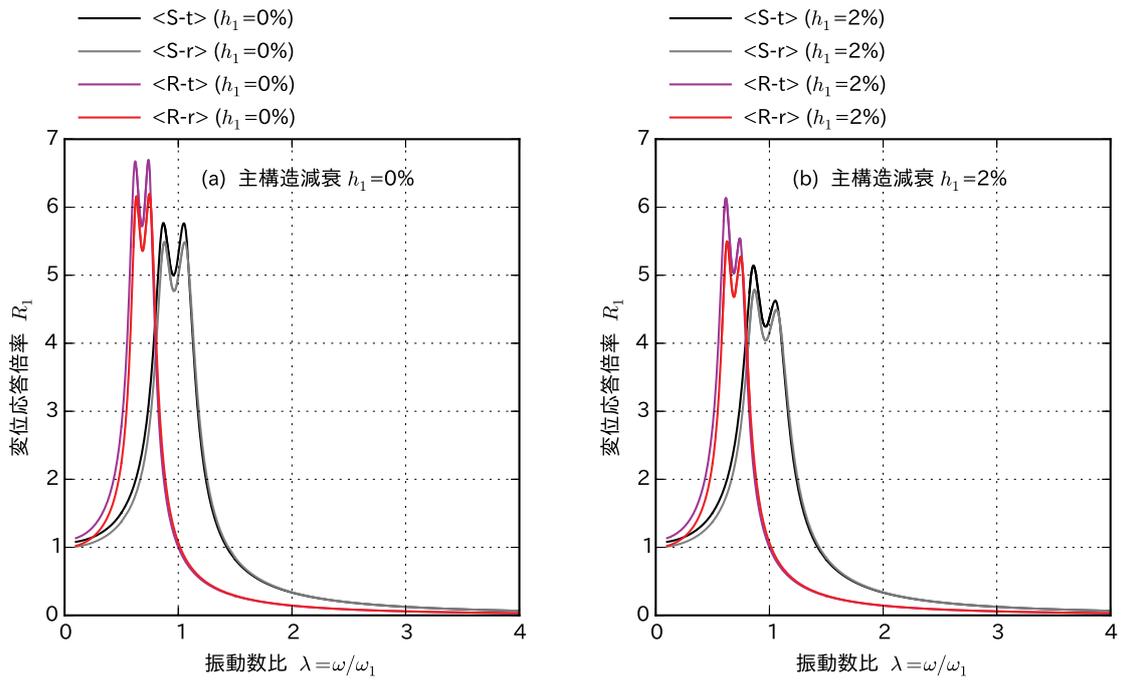


図 2.14 主構造系の減衰定数 h_1 の影響

表 2.4 第 3 章で比較対象とする線形系モデル<S-t>と<R-r>

		付加構造系	
		t TMD	r 回転慣性要素
主構造系	S ■	<p>モデル<S-t></p>	
	R ■		<p>モデル<R-r></p>

2.5 非線形系を対象とした定常周期解の解析手法

2.5.1 検討の概要

2.5節では、非線形系を対象とした定常周期解の解析手法について述べる。2.5.2項では、分岐現象などが発生する強非線形系の定常周期解および共振曲線を効率よく求める方法について提案する。具体的には、①シューティング法を用いて探索空間内の安定周期解を求め、②安定周期解を出発点として接続法を用いて振動数比を変動させた場合の周期解を順次探索することで共振曲線を求める。2.5.3項では、強非線形系に現れる初期値依存性について考察する。2.5.4項ではスイープ加振した場合に上位周期解に沿って共振するか否かについて検討する。2.5.5項では、強非線形系に現れる複雑な分岐現象について述べる。

本節の目的は、非線形問題を効率よく扱うための手法の提案と、非線形問題で発生する現象について考察することにより、2.3節で説明した振動低減メカニズムが成立するための傍証を提示することにある。なお、第3章ではTMD機能を考慮するために、主構造系と付加構造系からなる2自由度の非線形系モデルを対象としているが、本節では、簡潔な説明となるように、基本的に1自由度の非線形系モデルを扱っている。

2.5.2 シューティング法と接続法を組合わせた非線形モデルの解析手法

本項では、非線形1自由度系を対象に、シューティング法^{2.7)}と接続法^{2.8)}を組合わせた解析手法について述べる。解析手法としての最終的な目標は、図2.15に示す共振曲線を効率的に求めることにある。

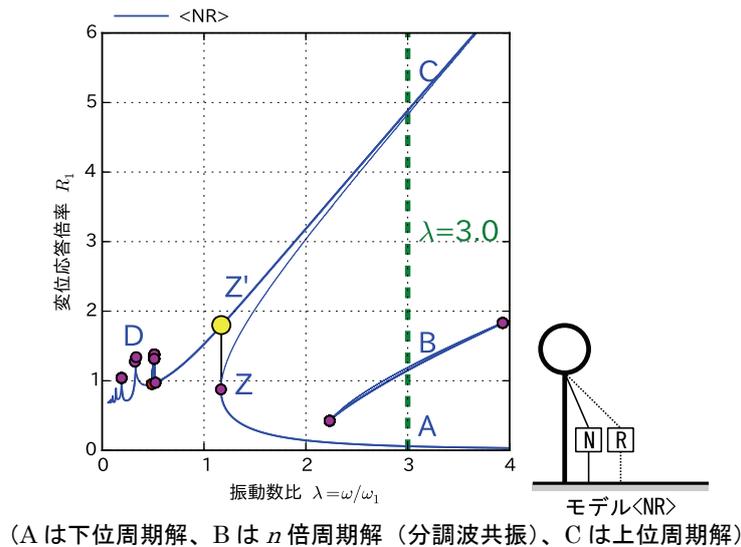


図 2.15 共振曲線の例

最初に接続法について簡単に説明する。接続法の理論的な裏付けとして陰関数定理^{2.9), 2.10)}がある。2変数の場合は次のようになる。この定理によると、(2.41),(2.42)式が満たされれば、陰関数が唯一存在することが分かり、それが連続微分可能であることがわかるだけでなく、具体的な陰関数の形が分かっていなくても、 $F(x,y)$ の形さえわかっているならば、その点の陰関数の傾きがわかることになる。陰関数定理を図 2.16 に適用すると、例えば振動数比 $\lambda=3$ のときのC領域の周期解が求まっていれば、それを出発点としてその近傍の周期解を次々と探索することができる。

【陰関数定理】^{2.9), 2.10)}

関数 $F(x,y)$ は点 (a,b) のある近傍 $U \subset R^2$ で連続微分可能とし

$$F(a,b) = 0 \quad (2.41)$$

$$F_y(a,b) \neq 0 \quad (2.42)$$

とする、この時、 a の十分小さい近傍 $(a-\delta < x < a+\delta)$ において

$$F(x, f(x)) = 0 \quad (2.43)$$

を満たす連続な陰関数 $f(x)$ が唯一存在する。そして、 $f(x)$ は連続微分可能であり

$$f'(x) = -\frac{F_x(x, f(x))}{F_y(x, f(x))} \quad (2.44)$$

を満たす。

本論文では用いている接続法の汎用ソフト AUTO^{2.8)}では、陰関数定理を利用するとともに、疑似弧長法による探索の制御も行っている。また、探索中の各点で安定・不安定周期解の判定を行うとともに、分岐点に達すると停止する仕様になっている。その分岐点を出発点として再度探索を実行すると、分岐点から先の共振曲線を求めることができる。AUTOは強力な探索能力を有するものの、対象問題の特性に合わせて制御変数設定や分岐点後の再探索実行をする必要があり、使いこなすにはかなりのノウハウが必要でもある。

接続法を用いた探索において重要なポイントが2つある。1つめのポイントとしては、精度の高い周期解が必要である。周期解の精度が悪いと探索の途中で発散してしまうことがある。2つめのポイントとして、出発点に連続している周期解は探索できるが、連続していない周期解は探索できないことである。図 2.16 を例にすると、領域Bの分調波共振に関連する周期解は領域A、Cの周期解を出発点とした場合には探索できないことになる。

接続法の弱点を補完する上で、シューティング法は最適な解析ツールである。1つめのポイントとして、直接数値積分法とニュートン法を併用しており、十分に高精度な周期解を計算できることが挙げられる。2つめのポイントとして、周期解を求めるための計算が、非線形時刻歴応答解析と比べて格段に高速である。例えば図 2.16 の $\lambda=3$ についてのA,B,C

の3つの領域の周期解を求めるためには、初期値依存性により膨大な初期値に対する計算が必要になる。1自由度系でも2つの初期条件（初期変位と初期速度）の組み合わせになるため、各初期値を100分割した場合でも、 $100 \times 100 = 10,000$ ケースの解析が必要になる。複雑な共振曲線が予測される場合には複数の振動数比 λ でも計算が必要で、1つの共振曲線に関して周期解の出発点を求めるための解析が数万～数十万ケースとなることもある。非線形時刻歴応答解析を用いた場合これらの計算は数十分～数時間のオーダーとなるが、シューティング法を用いるとニュートン法を併用しているため数秒～数分で解析可能である。

定常周期解を求める場合、シューティング法では境界値問題として、 $x_1(0) = x_1(2\pi n)$ 、 $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_1(2\pi n)$ を満たす初期値を求めている。ここで、 $n=1$ は通常の周期解、 $n=2$ は倍周期解(1/2次分数調波共振)、 $n=3$ は3倍周期解(1/3次分数調波共振)となる。そのため、分調波共振の存在が予想される振動数比においては、複数の n について探索を行う必要がある。

以下では、シューティング法と接続法を用いた探索の手順を、1自由度の非線形系を例に詳細に説明する。

(1) シューティング法による安定周期解の探索

回転慣性要素と非線形項を考慮した 1 自由度系の運動方程式は(2.41)式になる。

$$(m_1 + m_{1a})\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + g_1x_1^3 = m_1p\sin(\omega t) \quad (2.41)$$

(2.41)式を 1 階連立常微分方程式の形に変形すると(2.42)式になる。

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ (m_1p\sin(\omega t) - c_1\dot{x}_1 - k_1x_1 - g_1x_1^3)/(m_1 + m_{1a}) \end{Bmatrix} \quad (2.42)$$

本論文で用いているシューティング法のプログラムは、田村ら^{2.7)}の論文に記載されていたプログラムをベースに、著者が高速化のために若干の修正を加えたもので、収れん計算時の修正量の設定方法については田村らの論文と同じである。線形問題であれば 2 回目の収れん計算で収れんする。非線形問題でも初期値が安定周期解に近ければ数回の収れん計算で収れんする。また、初期値が安定周期解から遠い場合はすぐに計算が発散することが多いため、無駄な計算を行わずに済む。

図 2.16 に、シューティング法による安定周期解の探索例を示す。図 2.16(a)は初期値として $(x_1, \dot{x}_1) = (0, 0)$ とした場合である。大きな黒丸(●)が初期値であり、黒点線が(2.42)式を用いて計算された最初のループである。黒点線の終端は $t = 2\pi$ における値であり、黒点線は閉ループとなっていないため、閉ループとなるように初期値を修正する。ここで修正量を適切に設定できれば収れん回数は少なくなる。この例では 4 回目の収れん計算で十分に高精度の周期解(図中青色線)が得られており、図 2.15 における領域 A に収れんした例となっている。なお、図中の収れん値とは正弦加振波の $t = 2\pi n$ (n は整数)の時の変位と速度であり、共振曲線における最大変位とは異なることに注意が必要である。図 2.16(b)は図 2.15 における領域 C に収れんした例となっている。図中の小さな黒丸(●)は収れん計算で修正されていく過程での初期値であり、徐々に最終収れん値であるおおきな赤丸(●)に近づいている。初期値と収れん値が離れているため、収れんにかかった回数は 19 回となっている。図 2.16(c)は図 2.15 における領域 C の不安定周期解(細線)に収れんした例である。時刻歴応答解析で不安定周期解を求めることは非常に難しいが、シューティング法では初期値が不安定周期解の近傍にあれば、不安定周期解も探索可能である。図 2.16(d)は図 2.15 における領域 B に収れんした例である。この周期解は 3 倍周期解(1/3 次分数調波共振)であり、 $t = 2\pi(3n)$ において閉ループとなる条件で探索する必要がある。

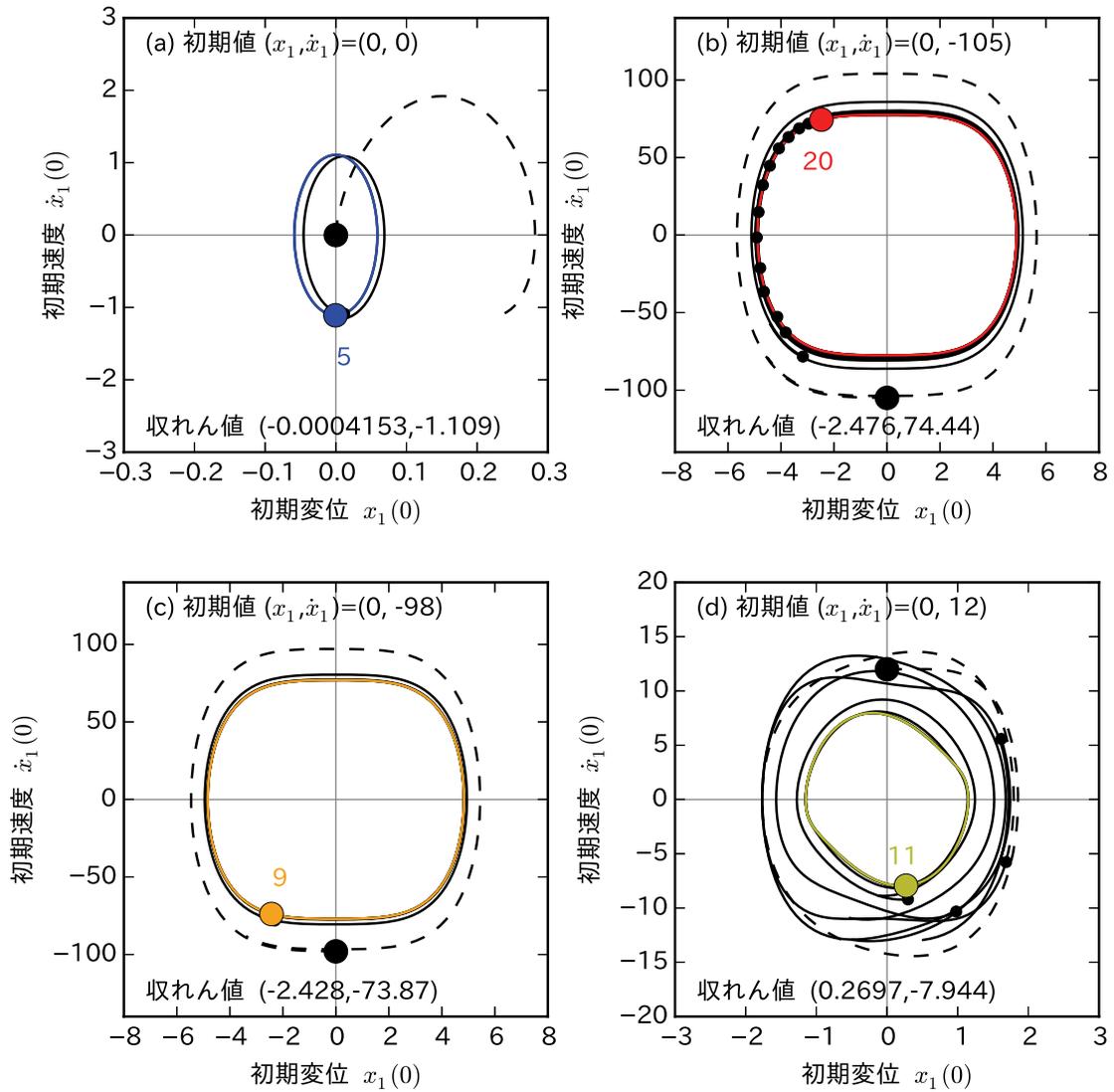
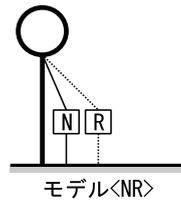


図 2.16 シューティング法による安定周期解の探索 モデル<NR>

図 2.17 に、シューティング法により多数の初期条件に対して安定周期解を探索した結果を示す。振動数比は $\lambda=3$ で、図 2.17(a),(b),(c),(d) は探索する周期を $n=1,2,3,4$ とした場合である。例えば、 $n=3$ のときは 3 倍周期解 (1/3 次分数調波共振) を探索していることになる。初期値の組み合わせは、変位 101 個 \times 速度 101 個 $=$ 約 1 万ポイントとし、探索範囲としては、変位の初期値を ± 8 、速度の初期値を ± 120 とした。各点は最終的に収れんした周期解によって色分けしている。

図 2.17(a) は探索周期 $n=1$ の場合で、図中の赤色は領域 C の安定周期解、オレンジ色は領域 C の不安定周期解、青色は領域 A の安定周期解に収れんした初期値である。また、大きな点 (●、●、●) は最終的な収れん値を示している。なお、図中で空白となっているところはシューティング法の収れん計算時に発散したケースである。図より $n=1$ のときは当然ながら 3 倍周期解は探索できないことが分かる。

図 2.17(b) は探索周期 $n=2$ の場合で、図中の赤色は領域 C の安定周期解、オレンジ色は領域 C の不安定周期解、青色は領域 A の安定周期解に収れんした初期値である。この例では 2 倍周期解は探索できなかった。なお、1 倍周期解は 2 周期後にも閉ループとなるため $n=2$ の探索で $n=1$ を代用できるのではと思われたが、シューティング法では時間 t が大きくなるほど初期値修正が困難になるため、図中の空白が増えている。このことから、1 倍周期解を探索するには $n=1$ を用いた方が良いことが分かる。

図 2.17(c) は探索周期 $n=3$ の場合で、図中の赤枠で囲った部分に複数の 3 倍周期解が出現している。図 2.17(e) は、変位の初期値を ± 2 、速度の初期値を ± 12 、変位 101 個 \times 速度 101 個 $=$ 約 1 万ポイントとしたときの計算結果である。中央の青色は領域 A に収れんする初期値であり、その廻りに 6 個の収れん値がある。3 倍周期解の場合、加振力が 1 周期ずれても構造物への入力条件は変わらないため、3 つの安定周期解が存在する。また、図中で色の領域が小さい周期解は 3 つの周期解のそれぞれに対応する不安定周期解である。なお、図中の空白領域に図 2.15 における領域 C に収れんしたことを示す小さな赤点が散見されるが、これらの点はシューティング法の初期値補正の過程で偶然領域 C に収れんしただけであり、これらの点を初期値として時刻歴応答解析を行っても領域 C に収れんすることは無い。

図 2.17(d) に探索周期 $n=4$ の場合を示す。図より振動数比 $\lambda=3$ では 4 倍周期解の存在可能性は低い。なお、この例では 1 倍周期解である領域 A の周期解も探索に失敗している。

図 2.17 の全ての計算に必要な時間は数十秒～数分であり、シューティング法を用いれば、接続法の初期値となる周期解が非常に短時間で求めることが可能である。なお、共振曲線の概形が分かっている場合には初期値の組み合わせを減らすことも可能である。さらに、図 2.15 において安定周期解が 1 つの場合 (たとえば $\lambda=1$) には、探索の初期値として $(x_1, \dot{x}_1) = (0, 0)$ の 1 ケースだけ用いれば必要な周期解が得られるので、さらなる探索の高速化が図れる。

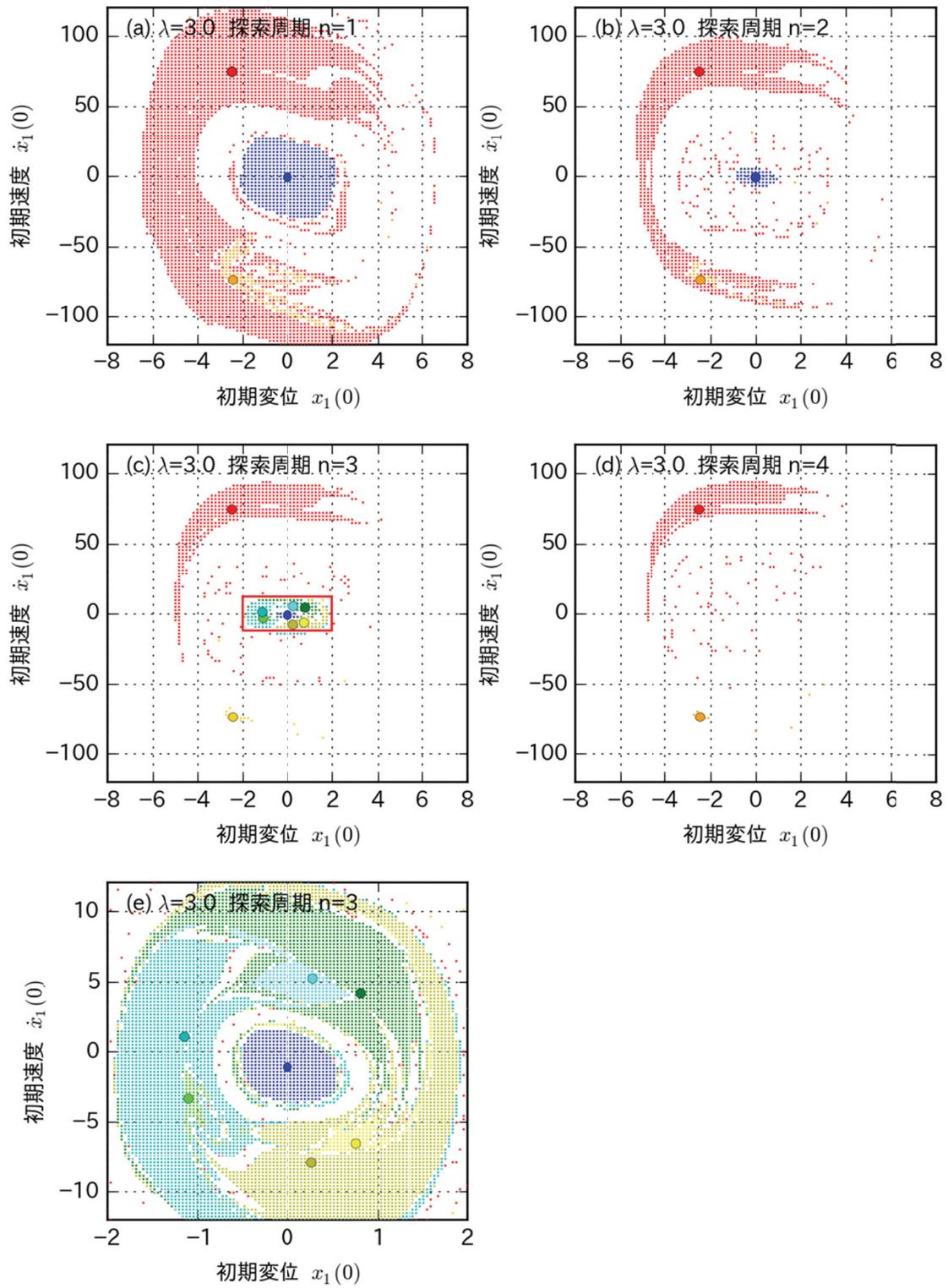


図 2.17 シューティング法による探索結果 <NR>

(2) 時刻歴応答解析による探索結果の確認

シューティング法により探索した図 2.16 と同じ初期値を用いて、非線形時刻歴解析により周期解を探索した。図 2.18 に探索結果を示す。図中の黒丸が初期値で、収れん過程は、 $t = 2\pi n$ のときの点（変位と速度の組み合わせ）を実線で結ぶことで示している。図から分かるように、4つ初期条件の全てが図 2.15 における領域 A に収れんした。

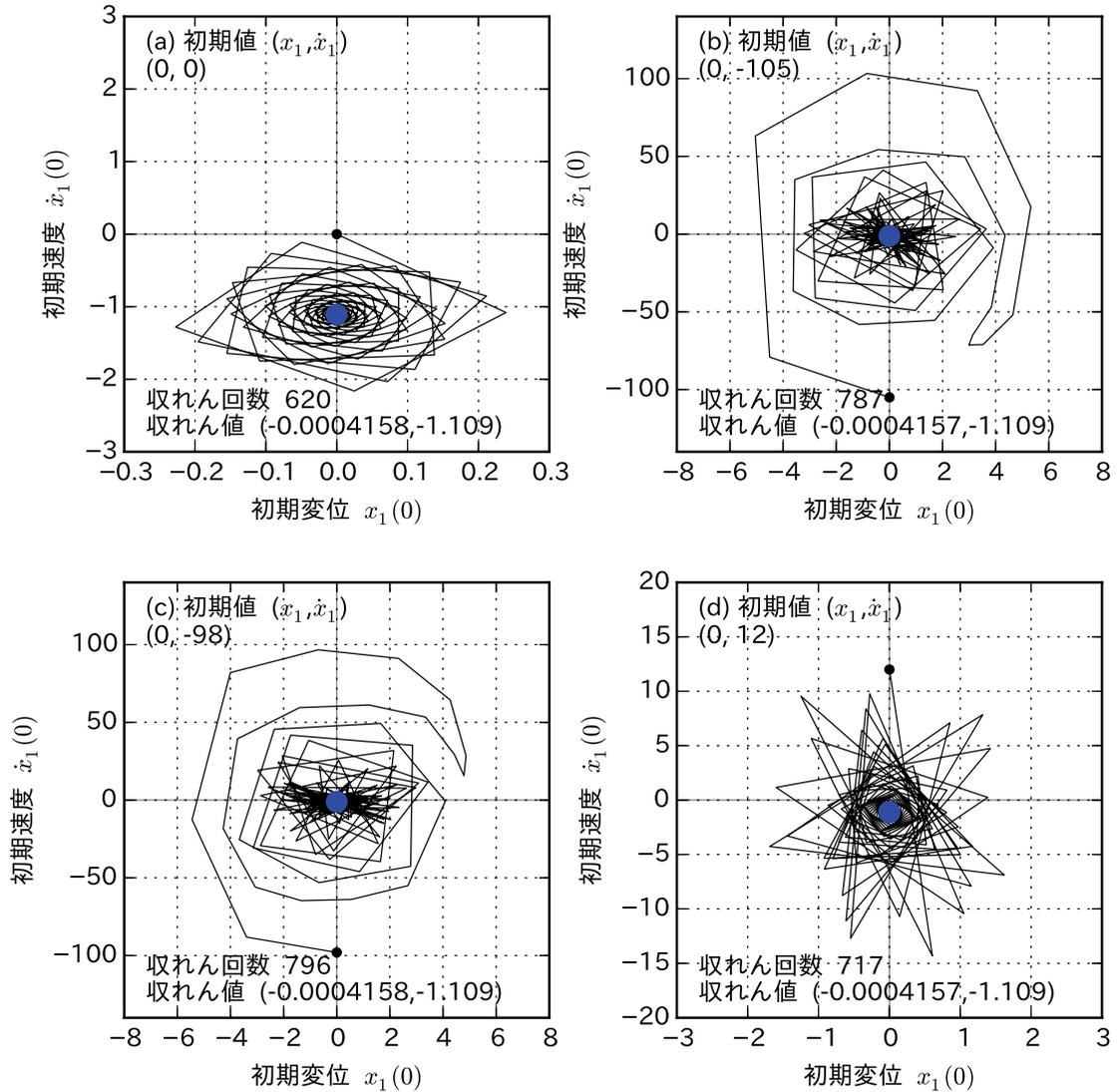


図 2.18 時刻歴応答解析による探索の例 モデル<NR> (その1)

図 2.19 に、シューティング法による収れん値を初期値とした時刻歴応答解析結果を示す。図 2.19(a),(b)では初期値と収れん値がほぼ一致し、シューティング法で求めた周期解の妥当性が確認できた。なお、初期値として有効数字 4 桁に丸めた値を使ったことや、時間刻みや計算誤差の影響で、(a)では収れん回数が 174 回、(b)では 304 回となっている。

図 2.19(c)は図 2.15 の領域 C の不安定周期解を初期値とした場合であり、時刻歴応答解析では不安定周期解にとどまらずに、結局は領域 C の安定周期解に収れんしている。このことから、時刻歴応答解析では不安定周期解の探索は非常に厳しいことが分かる。

図 2.19(d)は図 2.15 の領域 B の 3 倍周期解を初期値とした場合であり、 $t = 2\pi n$ での変位と速度を描画すると図中に示すような 3 角形となる。

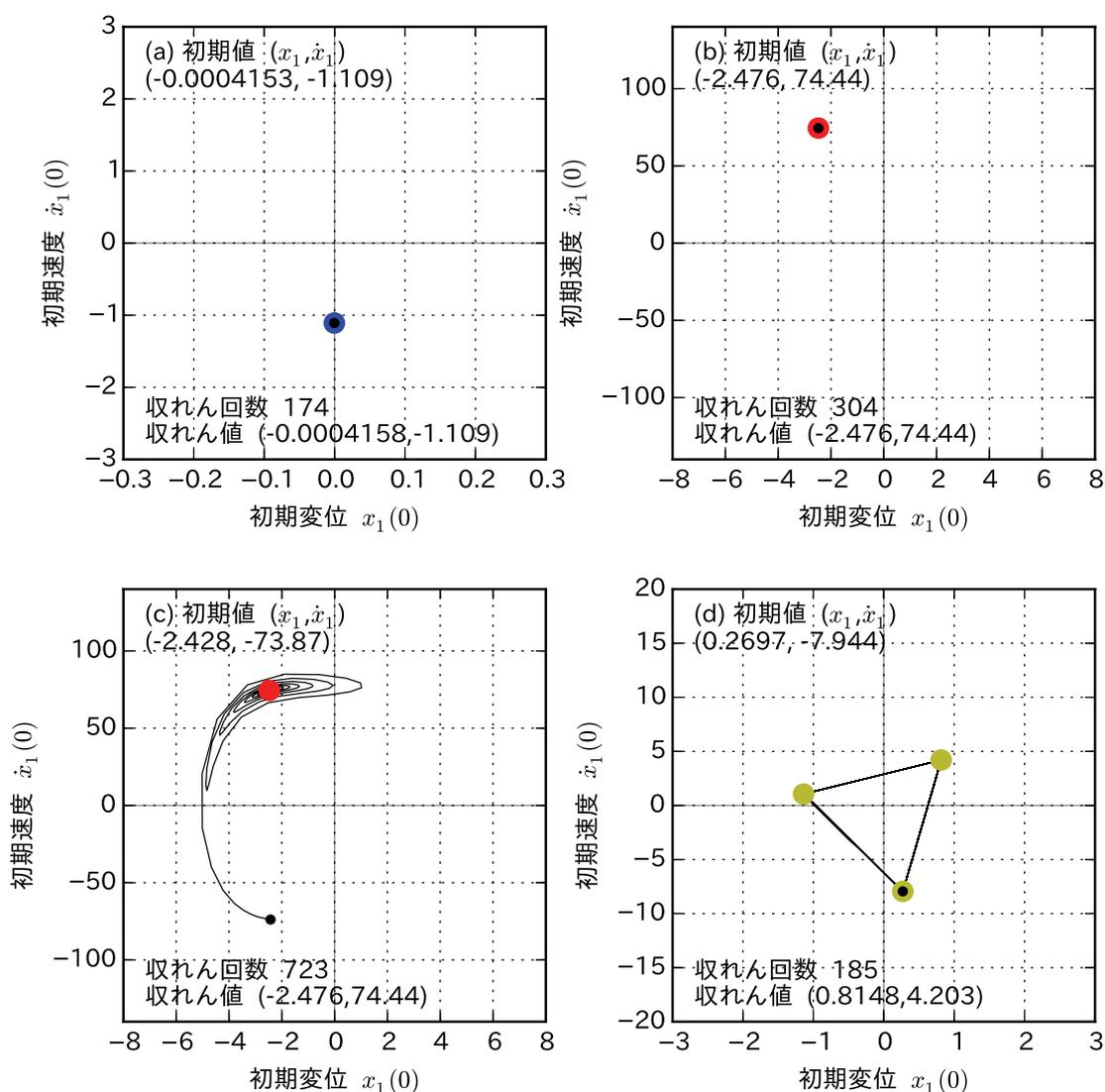


図 2.19 時刻歴応答解析による探索の例モデル <NR> (その 2)

(3) 接続法による共振曲線の探索

探索で求められた周期解を起点として、振動数比の正負の方向に接続法にて共振曲線を求めると図 2.20 に示すようになる。なお、振動数比 $\lambda=3$ を起点とした探索だけで、領域 A,B,C と領域 D の一部についての共振曲線が得られるが、領域 D には多数の分岐が密集しているため振動数比 $\lambda=0.5$ 付近でもシューティング法により周期解探索を行い、それを出発点として接続法により共振曲線を探索している。なお、接続法による共振曲線探索は約 7 秒であった。このように、シューティング法と接続法を組み合わせることによって非線形システムの共振曲線を効率的に求めることができる。

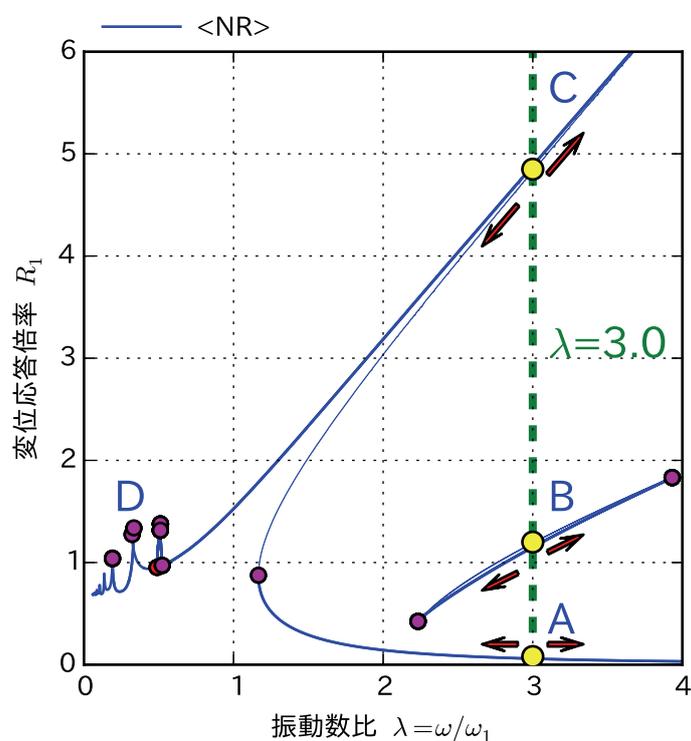


図 2.20 接続法による共振曲線の探索結果

(A は下位周期解、B は n 倍周期解、C は上位周期解)

(4) 2自由度モデルや多自由度モデルへ展開

2自由度の非線形運動方程式である(2.1)式を1階連立常微分方程式の形に変形すると(2.43)式になる。

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ (m_2 + m_{2a} + m_{0a})z_0 z_1 + m_{0a} z_0 z_2 \\ \dot{x}_2 \\ m_{0a} z_0 z_1 + (m_1 + m_{1a} + m_{0a})z_0 z_2 \end{Bmatrix} \quad (2.43)$$

ここで、

$$z_0 = \frac{1}{(m_1 + m_{1a} + m_{0a})(m_2 + m_{2a} + m_{0a}) - m_{0a}^2}$$

$$z_1 = m_1 p \sin(\omega t) - (c_0 + c_1)\dot{x}_1 + c_0 \dot{x}_2 - (k_0 + k_1)x_1 + k_0 x_2 - f_{g1} + f_{g0}$$

$$z_2 = m_2 p \sin(\omega t) + c_0 \dot{x}_1 - (c_0 + c_2)\dot{x}_2 + k_0 x_1 - (k_0 + k_2)x_2 - f_{g2} - f_{g0}$$

第3章では2自由度を扱うため(2.43)式が基本となる。1自由度の場合は2変数ですむので格子状に計算する初期値を設定してシューティング法を用いても短時間で安定周期解を求めることが可能であった。しかし、2自由度系では4変数となるため初期値の組み合わせは莫大になり、総当たりで初期値を設定すると現実的な計算時間内の探索は不可能となる。そこで、2自由度系については、初期値 $(x_1(0), \dot{x}_1(0), x_2(0), \dot{x}_2(0))$ の上下限を定め、乱数により初期値を自動生成することとした。1,000個の初期値の組み合わせを基本とするが、10,000個、100,000個とした場合にも未知の周期解が見つからないことを適宜確認しながら検討を進めた。

本論文では3自由度以上については扱っていないが、乱数による初期値設定では未知の周期解が無いとは断定できないため、将来的には周期解探索のための何からの理論構築が必要である。

2.5.3 初期値依存性に関する考察

前項でシューティング法を用いる際に用いた初期値は、単なるニュートン法における初期値であり、時刻歴応答解析での初期値とは位置付けが異なっている。本項では時刻歴応答解析により、本来の意味での初期値依存性について考察する。

<NR>を対象モデルとし、振動数比 $\lambda=1.2, 1.5, 2.0, 3.0$ の4つについて検討する。図 2.21 に初期変位 ± 10 、初期速度 ± 150 、初期値の組み合わせ $101 \times 101 = \text{約 } 1 \text{ 万}$ ケースの時刻歴応答解析結果を示す。図中の色は、変位応答倍率の大きさを示している。また、図中の中央付近の黄色枠部分に対し同様に約1万ケースの解析を行った結果を図 2.23 に示す。図 2.22(a), 図 2.22(a)が $\lambda=1.2$ の場合で、青色が領域 A(低位周期解)に、水色が領域 C(上位周期解)に収れんした初期値となっている。なお、 $\lambda=1.2$ は Z 点より若干大き目の値であるが、下位周期解に収れんする初期値の中心は $x_1(0)=0, \dot{x}_1(0)=-5$ 付近にあり、原点($x_1(0)=0, \dot{x}_1(0)=0$)を初期値とした場合には領域 C(上位周期解)に収れんしている。図 2.21(b), 図 2.22(b)が $\lambda=1.5$ の場合で、原点も青色領域 A(低位周期解)に収れんしている。したがって、静止状態(原点)を初期状態とした場合に下位周期解にとどまる振動数比 λ としては、Z 点の振動数比よりも大きく $\lambda=1.2, 1.5$ の間にあるといえる。図 2.21(c), 図 2.22(c)が $\lambda=2$ の場合で、原点付近の広い範囲で下位周期解に収れんする。図 2.21(d), 図 2.22(d)が $\lambda=3$ の場合で、原点付近では、領域 A または B に収れんする初期値ゾーンが広がり、領域 C (図中橙色)に収れんするためには大きな初期値が必要であることが分かる。また、 $\lambda=1.2, 2.0, 3.0$ では初期値が大きいゾーンでは領域 A, C が縞模様のように分布しており、初期値が大きい場合でも低位周期解に収れんすることも多く、この傾向は振動数比が大きくなるほど強くなる。言い換えれば応答倍率が大きくなるほど上位周期解に収れんする可能性が小さくなる。以上の考察を踏まえて、本論文では Z 点を変位応答倍率の目安点とする。ここで、図 2.21, 図 2.22 の計算には約 20 時間 (2.5 時間 $\times 4 \times 2$)が必要であった。

図 2.23, 図 2.24 に初期値をボックス状に設定した場合の時刻歴解析結果を示す。各辺で 26 点の初期値としたため、初期値の全数は $(26-1) \times 4 = 100$ ケースである。収れんするまでの $t=2\pi$ 毎の変位と速度を表す座標に、最終的な収れん値に対応した色を使って小さな丸を描画している。計算量は格子状に初期値を設定した場合の約 1/100 となっているが、初期値依存性の全体的な傾向は概ねつかめている。これらの情報をうまく活用できれば、効率的な初期値依存性評価につながる可能性がある。

初期値依存性を把握するに当たり、1 自由度 (2 変数) の場合には計算時間も現実的範囲に収まり解析結果も 2 次元マップとして表示できるので全体的な傾向が把握しやすい。一方、2 自由度 (4 変数) 以上の場合には初期値依存性を効率よく評価する方法や、解析結果のわかりやすい表示方法など工夫を要する。これらについては今後の課題としたい。

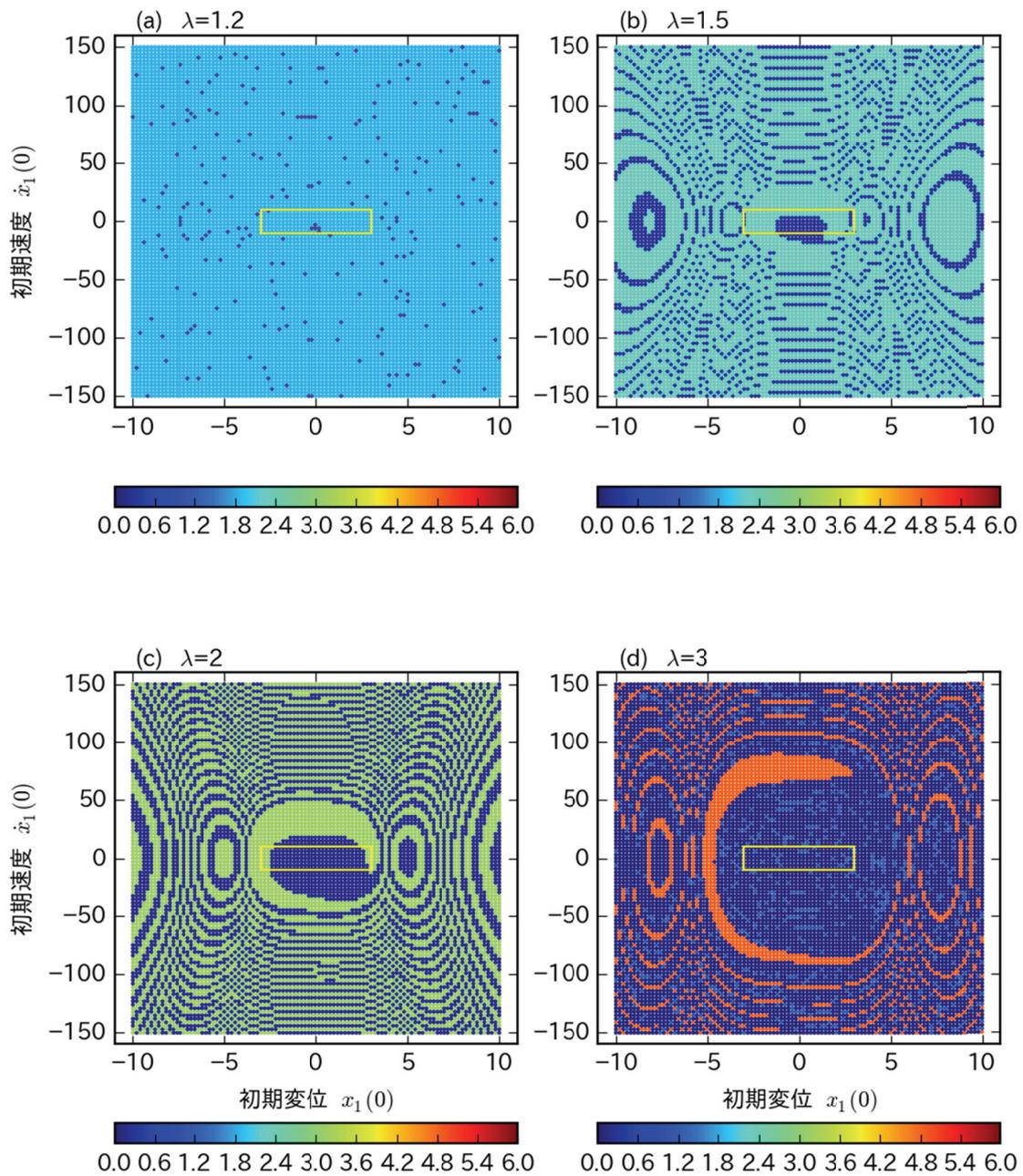
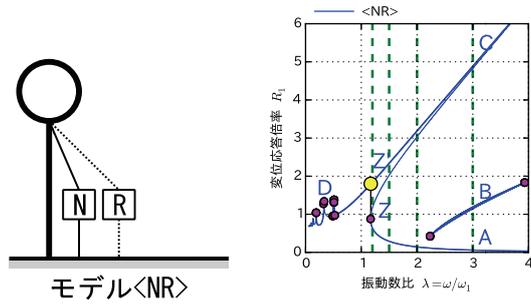


図 2.21 初期値依存性 モデル<NR>

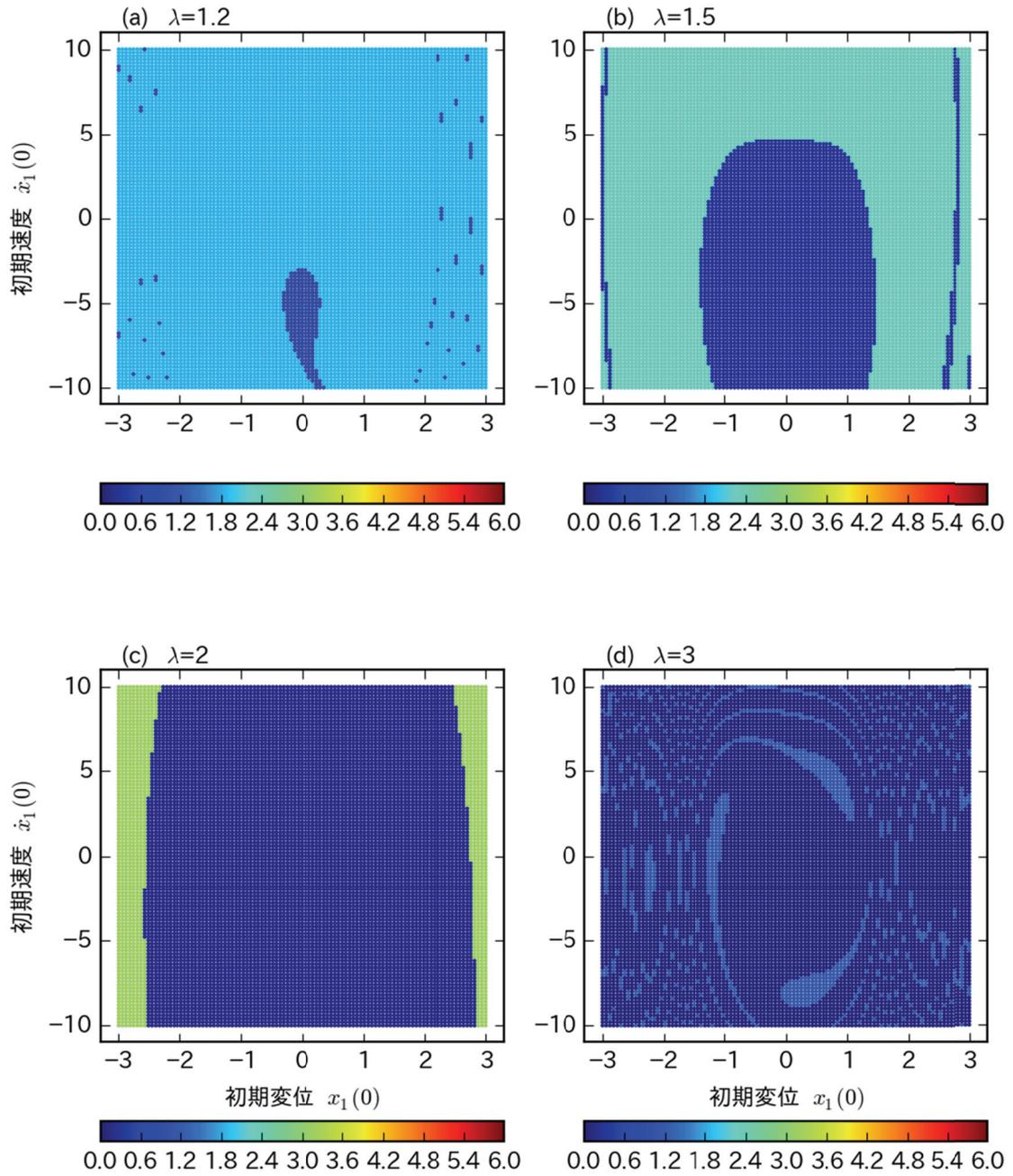
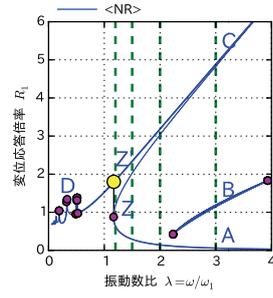
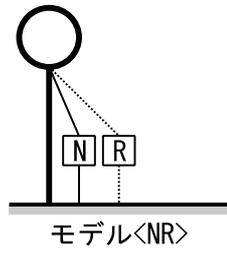


図 2.22 初期値依存性 モデル<NR> (拡大図)

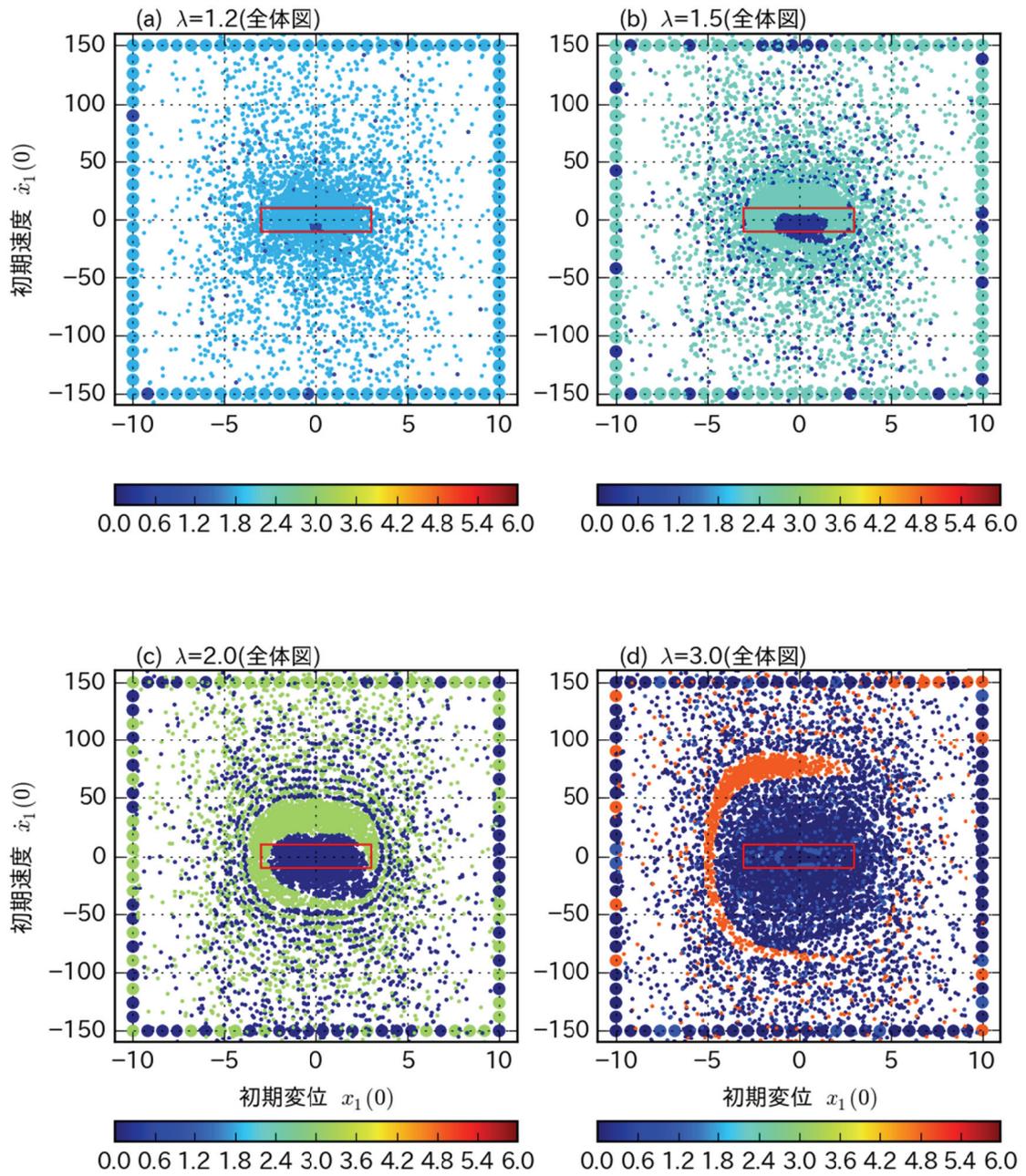
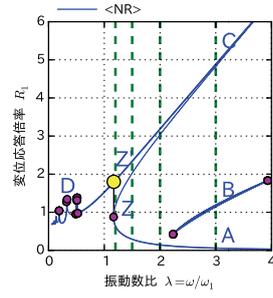
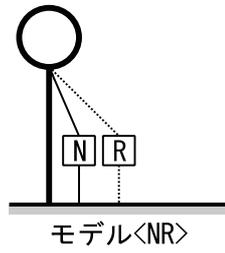


図 2.23 初期値依存性 モデル<NR>

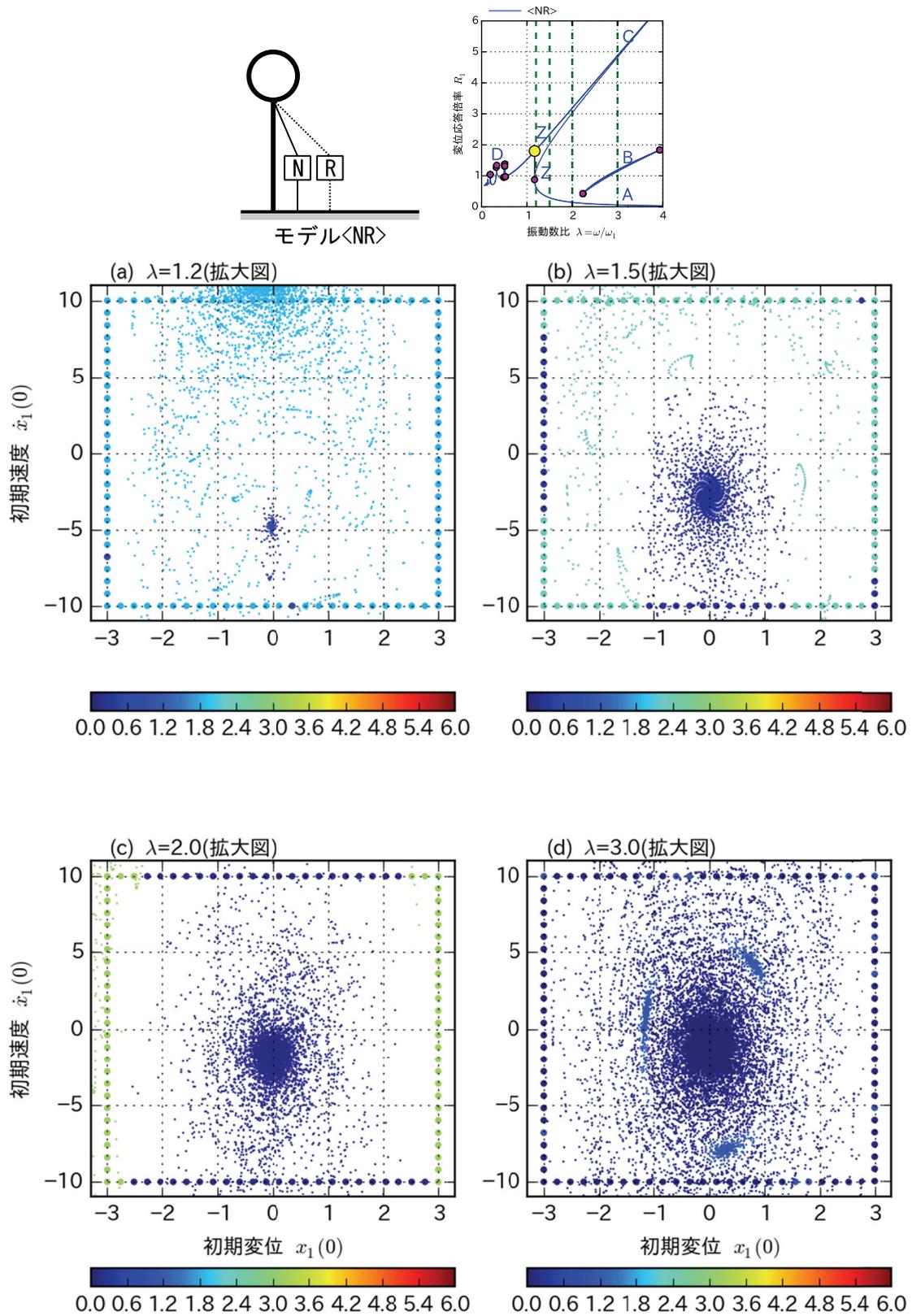


図 2.24 初期値依存性 モデル<NR> (拡大図)

2.5.4 スイープ加振に関する考察

前項の初期値依存性の検討により、複数の安定周期解がある場合には、上位周期解よりも下位周期解に収れんしやすいことが分かった。しかし、初期値がゼロの場合でも、スイープ加振の場合には、上位周期解の共振曲線に沿って応答倍率が小さい周期解から応答倍率が大きな周期解の方向に共振していく可能性が残されている。

本項では、モデル<NR>を検討対象とし、図 2.25 に示したように、安定周期解が 1 つ存在する $\lambda=1$ から、上位周期解、3 倍周期解、下位周期解が存在する $\lambda=4$ 近傍までスイープ加振した場合について時刻歴応答解析により検討する。スイープ時の加振振動数の変化率は線形を仮定し、 $\lambda=1$ から $\lambda=4$ に変化させるために要した時間として、 $T_1 \times 5$ 、 $T_1 \times 10$ 、 $T_1 \times 20$ 、 $T_1 \times 40$ の 4 ケースについて検討する。ここで、 T_1 は主構造系の固有周期 $2\pi/\sqrt{k_1/m_1}$ とする。図 2.26 にスイープ波形を示す。横軸は固有周期 T_1 で除した無次元時間である。高振動数側にスイープする波形なので、 $T_1 \times 5$ の場合にも実質的に 12.5 波が含まれている。

図 2.27 にスイープ加振による変位応答波形を示す。図中には加振波形を黒線、変位応答波形を緑線で示した。また、<NR>の主共振曲線が $\lambda=1$ と $\lambda=4$ の区間で直線と仮定し、 $\lambda=1$ での変位応答倍率と $\lambda=4$ 近傍での共振点のピーク 6.37 と結んだ赤破線も図中に記入した。この赤破線よりも小さくなったところが上位周期解から下位周期解への移行開始ポイントと考えられる。なお、モデル<NR>では主構造系の減衰 2%のみであるため、上位周期解から外れた後は、自由振動により緩やかに振動が低下することになる。また、図中には最大変位応答の発生ポイントを赤丸で示した。図より、 $T_1 \times 5$ では $time/T_1 = 1.8$ 、 $T_1 \times 10$ では $time/T_1 = 5$ 、 $T_1 \times 20$ では $time/T_1 = 14$ 、 $T_1 \times 40$ では $time/T_1 = 33$ 付近で最大値が発生している。

以上のように、スイープ加振により上位周期解の共振曲線に沿って共振させるためには、加振振動数の変化率をかなり小さくする必要があり、意図的に制御しない限り、スイープ加振による共振は発生しないと考えられる。

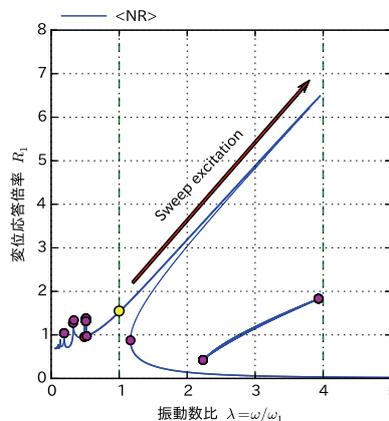


図 2.25 スイープ加振についての説明図

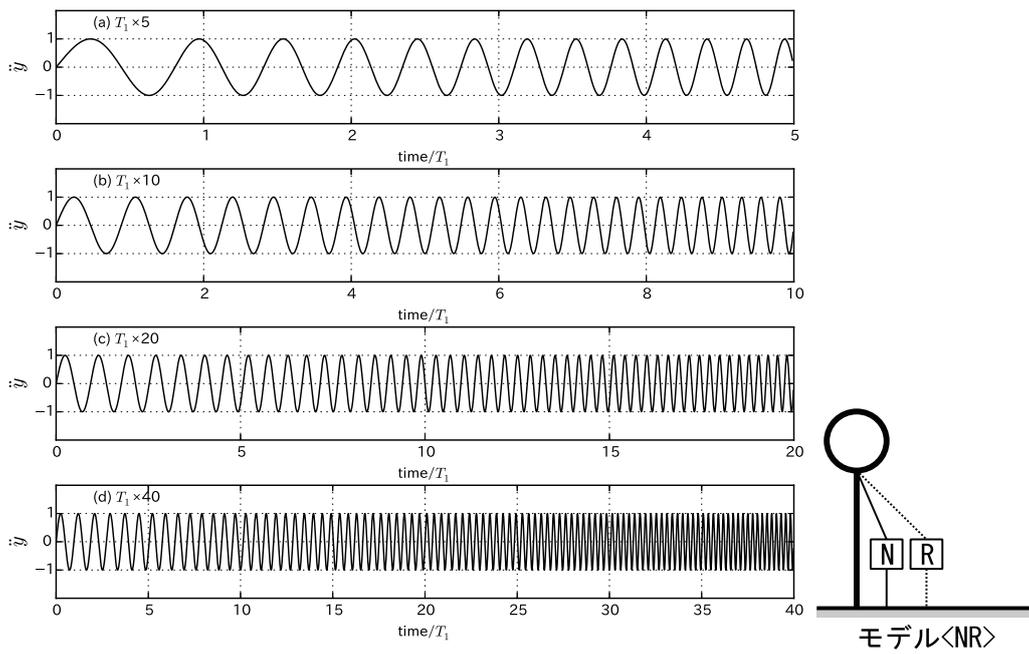


図 2.26 スweep波

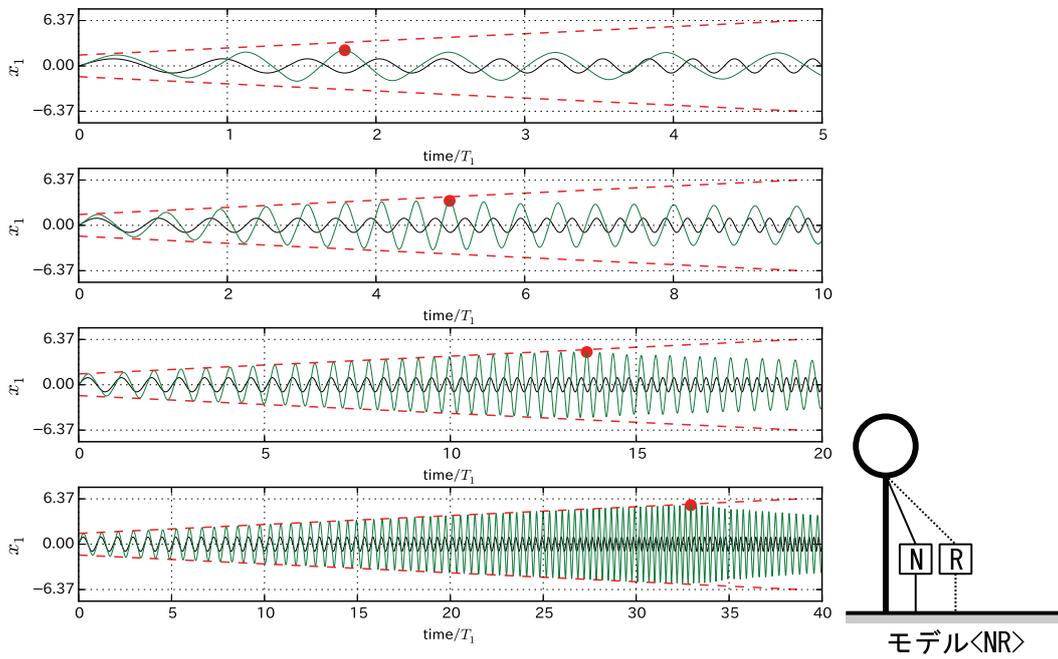


図 2.27 スweep加振時の応答変位波形

2.5.5 分岐現象に関する考察

第 3 章では、硬化型復元力と回転慣性要素を用いた新たな制振構造を提案し、その振動特性について検討するが、本項では、非線形系モデルで発生する複雑な分岐現象について事前に考察する。

(1) 高調波共振

図 2.28 に、モデル<NR>の共振曲線を示す。振動数比 $\lambda=0.6$ より小さい領域に多数のギザギザ状の山が見られ、これらは高調波共振と呼ばれている共振現象である。 $\lambda=0.5$ 付近の 2 次高調波共振はピッチフォーク分岐 (図中●) によるもので途中でサドルノード分岐 (図中●) も現れている。3 次高調波共振はサドルノード分岐が見られる。なお、分岐を示す丸印が無いギザギザもあるが、これは接続法のソフト AUTO の探索刻み幅の影響で分岐を見逃しているためであり、この部分だけを集中的に探索すれば多くの分岐が見つかる。なお、高調波共振による変位応答倍率は主共振と比べて小さいので、本論文では詳細な検討は行わないこととする。

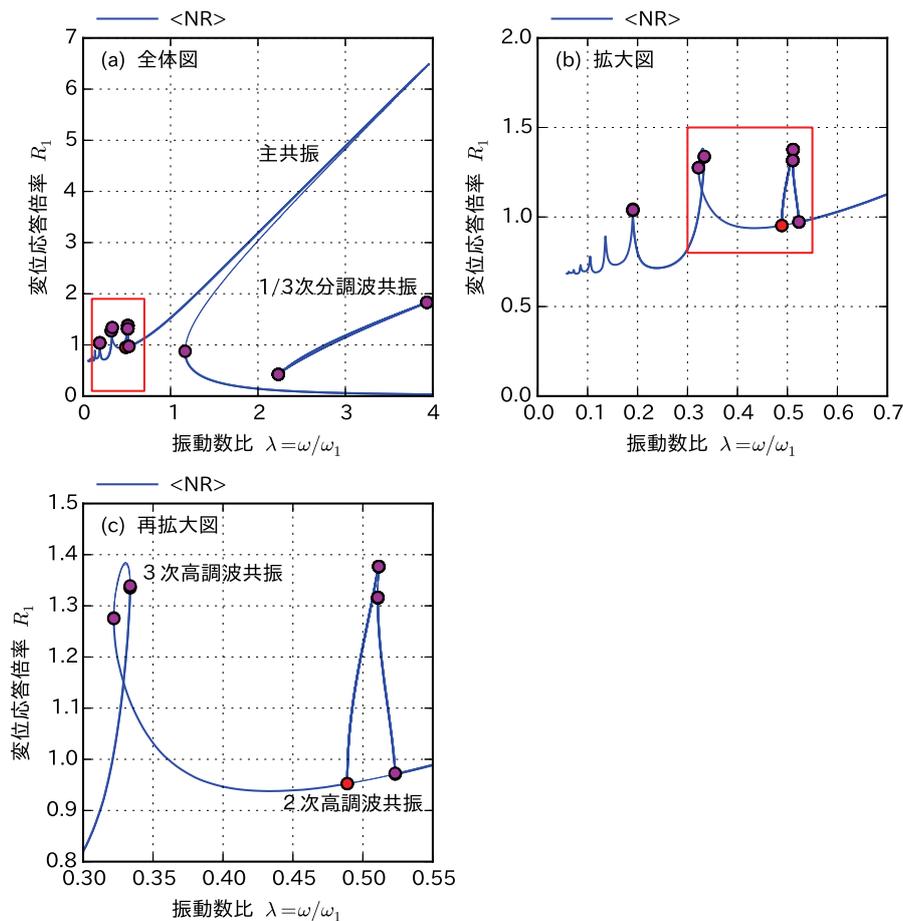


図 2.28 高調波共振部分を拡大した共振曲線

(2) 高調波共振域と分調波共振域の周期解

ここでは、高調波共振域と分調波共振域の周期解がどのような形状になっているかを簡単に示す。図 2.29(a)は 2 次高調波共振付近の周期解を重ね書きしたものである。赤線がピッチフォーク分岐点の周期解で、円形ループがくびれるれて 2 次共振状態になる寸前の周期解となっている。共振曲線状では重なりあっていたが、実際には多数のサドルノード分岐点（紫線）が存在している。各ループは加振力 1 周期の間に 2 回分のサイクルを描いている。図 2.29(b)は 3 次高調波共振付近の周期解を重ね書きしたものである。各ループは加振力 1 周期中に 3 回分のサイクルを描いている。図 2.29(c),(d)は 3 倍周期解（1/3 次分調波共振）の左右の端部（図 2.28(a)の全体図参照）での周期解を描画したものである。加振力 3 周期の間に 1 回分のサイクルを描いている。

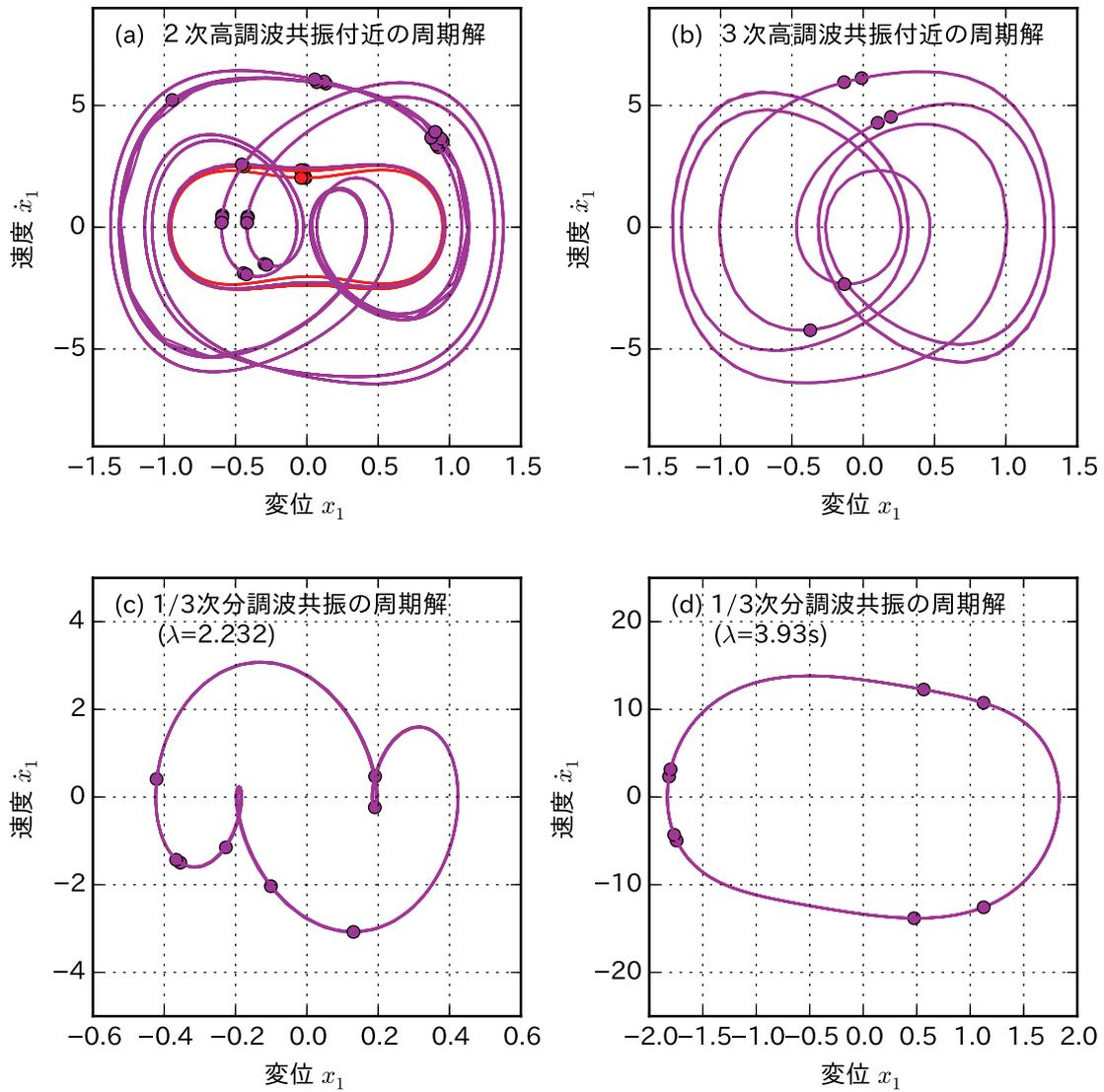


図 2.29 高調波共振域と分調波共振域の周期解

(3) 準周期解への分岐現象

非線形要素が組み込まれた 2 自由度系では準周期解への分岐現象が発生することがある。連成振動の固有周期の比が有理数の場合には周期解が得られるが、無理数の場合には解は閉じなくて準周期解になる。例えば、(2.44)式で示されるような 2 つの固有周期の和で表される連成振動を考える。この場合は $t = 2\pi$ 毎に同じ値となるため連成振動系の固有周期は 2π となる。

$$x(t) = \sin(t) + \sin(2t) \quad (2.44)$$

一方、(2.45)式で示される系では、2 つの固有周期の比が無理数のため、2 度と同じ値となることは無い。しかし、(2.45)式の最大値は 2 であり、発散することは無く、限られた空間内で振動を繰り返す。

$$x(t) = \sin(t) + \sin(\sqrt{2}t) \quad (2.45)$$

図 2.30 に、(2.45)式のような準周期解となる例について説明する。解析モデルは<NR-r>であるが、3章で検討するモデルと比べて付加構造系の仮想質量 $\delta_2 = m_{2a} / m_1 = 0.5$ と大きな例となっている。そのほかの条件は、 $\beta_1 = g_1 / k_1 = 1$ 、 $\alpha_0 = k_0 / k_1 = 0.25$ 、 $h_1 = 0.02$ である。図 2.30(a)の共振曲線において、赤枠で囲った部分に準周期解分岐が発生している。図 2.30(b)は拡大図であり、緑点が準周期解分岐を示し、細線は仮に準周期解分岐間を結んだ線である。図より、振動数比 $\lambda = 1.2$ 付近には安定周期解が存在しないことが分かる。

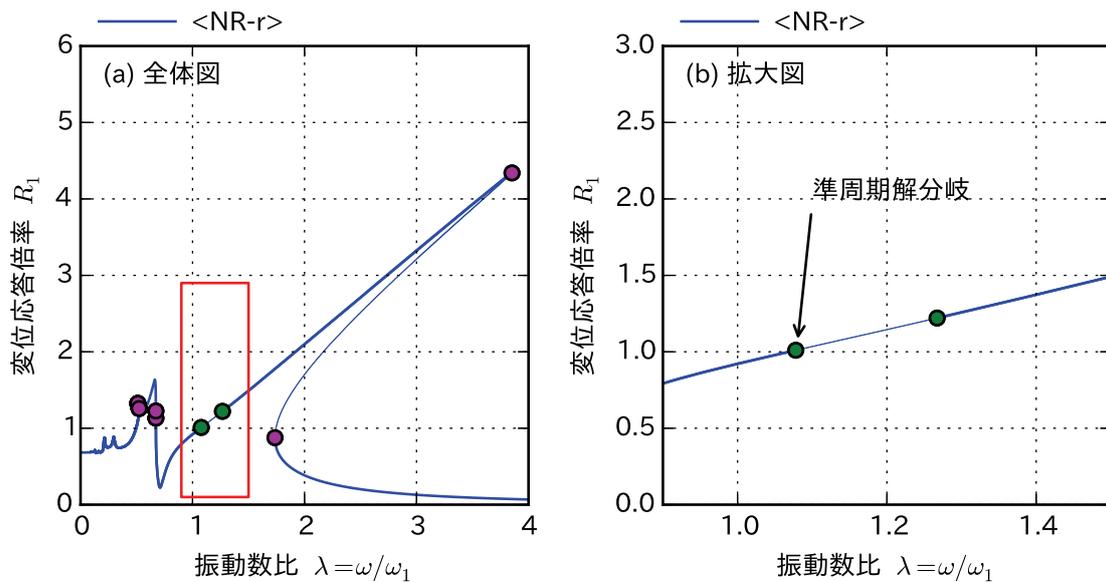


図 2.30 準周期解分岐の例 モデル<NR-r>

図 2.31 に準周期解分岐近傍の振動数比での時刻歴応答解析結果を示す。図の横軸は時間を固有周期で除した無次元時間、縦軸は主構造系の変位である。図 2.31(a),(c)の $\lambda=1.0, 1.4$ は安定周期解が存在する振動数比であり、時刻歴応答波形は $time/T_1=10$ 程度で安定的な振動に収れんしている。一方、図 2.31(b)の $\lambda=1.2$ は準周期分岐により安定周期解が存在しない振動数比であり、不規則な振動が最後まで繰り返されている。

図 2.32 は、主構造系の変位 x_1 と速度 \dot{x}_1 についての軌道を、(a)は $time/T_1=30\sim 50$ 、(b)は $time/T_1=30\sim 500$ について描画したもので、軌道が閉ループを形成せず、準周期解特有のトーラス形状となっていることが分かる。

図 2.33 には準周期解近傍の振動数比での変位応答倍率を描画している。各振動数比毎に時刻歴応答解析を実施し、変位の最大値を図中に■で示した。安定周期解領域については、AUTO で求めた共振曲線状に時刻歴応答解析結果もほぼ重なっている。準周期解分岐の領域では時刻歴応答解析結果が山型に大きくなっているが、発散するような極端な増幅は見られなかった。

2自由度系モデルでは、このような準周期解分岐が比較的頻繁に観察される。極端な増幅は無いようであるが、時刻歴応答解析を併用しながら、適宜、変位増幅率のチェックをする必要がある。

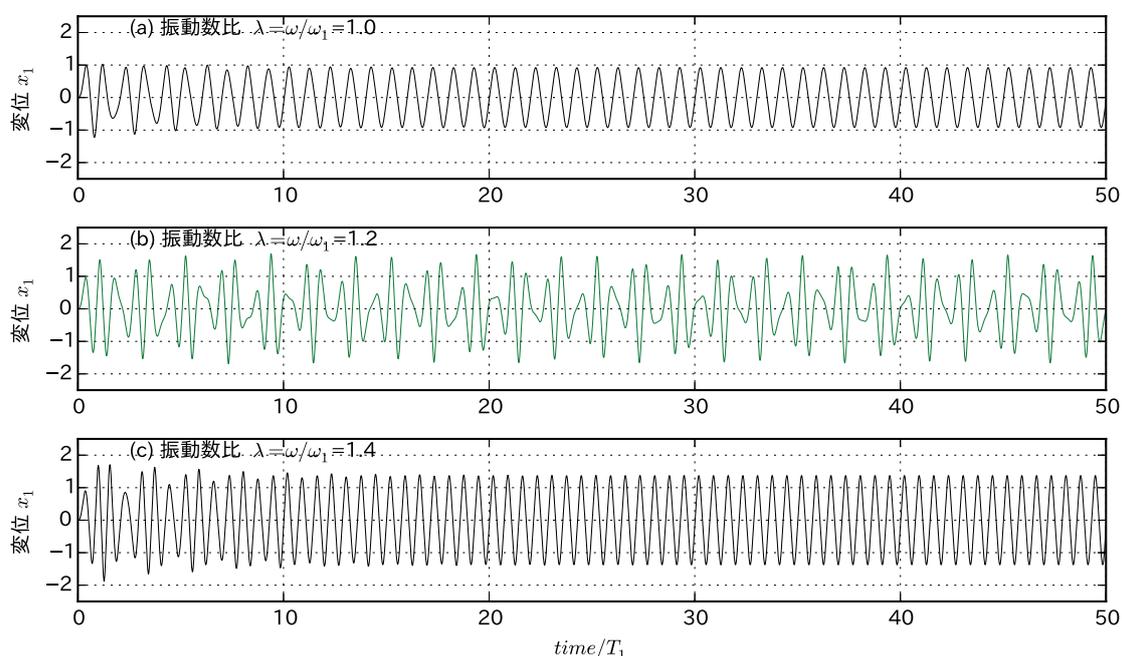


図 2.31 準周期解分岐の近傍の振動数比での時刻歴応答解析結果 モデル<NR-r>

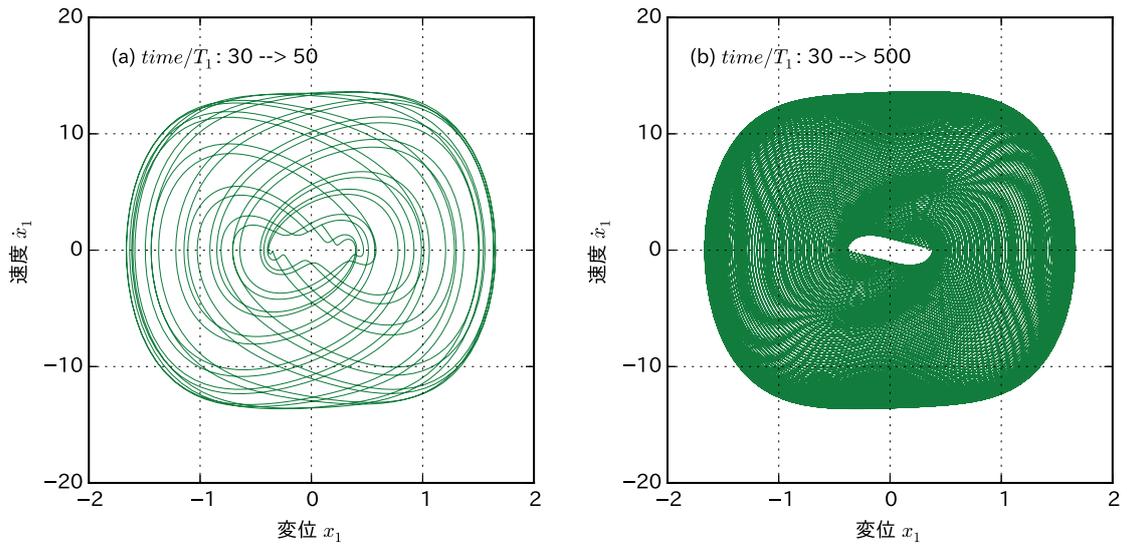


図 2.32 トーラス形状となる準周期解の軌道 モデル<NR-r>

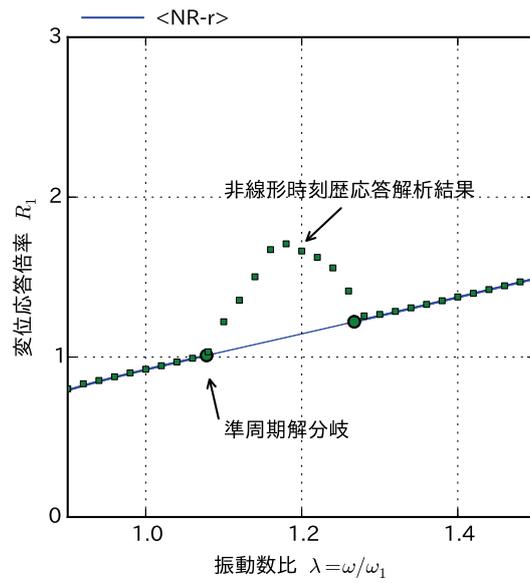


図 2.33 準周期解の近傍の変位応答倍率 モデル<NR-r>

(4) モデル<NR-r>における 1/3 次分調波共振の消滅現象

モデル<NR>では図 2.28 に示したように 1/3 次分調波共振が発見できたが、モデル<NR-r>では図 2.22 に示したように 1/3 次分調波共振が消滅している。ここでは、主構造系と付加構造系の連結部の減衰定数 h_0 をパラメタとして、1/3 次分調波共振の消滅現象の考察を行う。図 2.34 に $h_0 = 0.001\%, 0.1\%, 0.2\%, 1\%$ としたときの共振曲線を示す。図より、 $h_0 = 0.001\%$ の時には 1/3 次分調波共振の領域が $\lambda = 3$ を中心に大きく広がっているが、 h_0 が大きくなるに従い領域が小さくなり、 $h_0 = 1\%$ で完全に消滅している。この例から類推すると、分調波共振を回避するには減衰を増やすことが有効であると推察される。なお、分調波共振の変位応答増幅率は主共振曲線に比べて小さいため、それほど注意を払う必要はないものと考えられる。

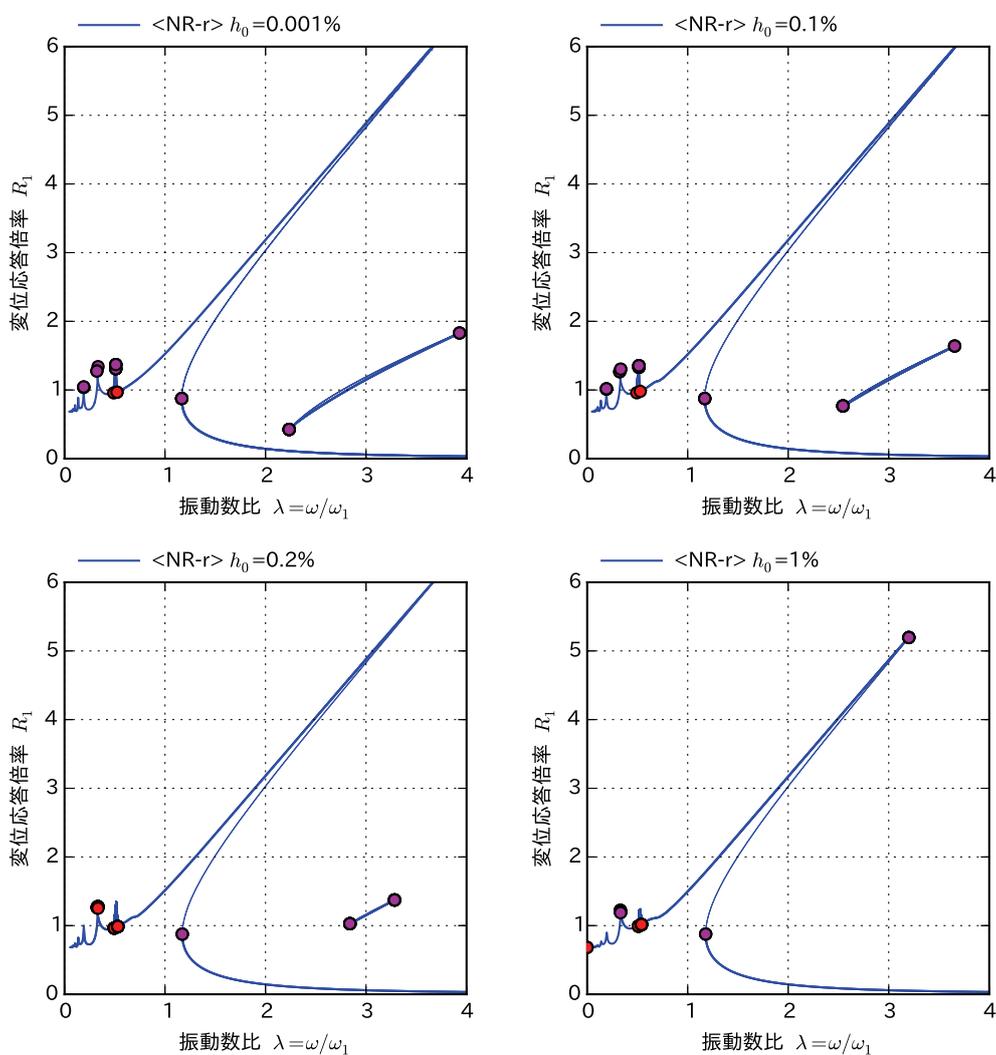


図 2.34 1/3 次分調波共振の消滅現象 モデル<NR-r>

2.6 まとめ

第2章では、第3章で行う具体的な検討に先立ち、定常波入力を受ける強非線形システムの解析手法等について考察した。最初に、対象とする解析モデルと運動方程式を示し、提案している構造形式の振動低減メカニズムについて示した。次に、線形モデルの共振曲線を求めるために、回転慣性要素も考慮した定点理論の最適解を誘導した。最後に非線形モデルの共振曲線を求めるために、シューティング法と接続法を組み合わせた効率的な方法を示した。さらに、強非線形特有の現象を把握するために、初期値依存性の検討、スイープ加振の検討、分岐現象に関する検討などを行った。

2.1節では、検討対象として、主構造系と付加構造系からなる構造物のイメージを示した。

2.2節では、予備検討および既往の研究を参考として、本論文で検討する解析モデルのパラメタを絞り込んだ。最終的には、主構造系のみ非線形項を考慮した解析モデルとした。

2.3節では、提案している構造形式の振動低減メカニズムを示した。具体的には、硬化型非線形項の影響で主共振曲線が斜めに傾くことを利用した応答変位の抑制効果と、仮想質量による応答加速度の低減効果が期待できることを示した。この振動低減メカニズムは、1つの振動数比に対して複数の安定周期解がある場合には、低位の安定周期解に収れんする傾向にあることを前提としている。この前提については、2.5節の検討が傍証となっている。

2.4節では、定点理論を用いて回転慣性要素を考慮した線形モデルの最適解を導出した。回転慣性要素は仮想質量を生成するため、低振動数比での変位応答倍率の増加が見られず、従来型のTMDよりも振動低減効果が大きいことを示した。また、3章で比較対象とする線形系モデルとして、従来型TMDである<S-t>と、主構造系と付加構造系に仮想質量を利用した<R-r>の解析モデルを選択した。

2.5節では、シューティング法と接続法を組合わせた効率的な共振曲線探索についてまとめた。初期値依存性の検討では、1つの振動数比に対して複数の安定周期解がある場合に低位の安定周期解に収れんする傾向にあることを確認した。主共振曲線のサドルノード分岐点をZ点と定義し、Z点を変位応答倍率の目安点となることを示した。また、初期値が大きい場合でも低位周期解に収れんすることも多く、この傾向は振動数比が大きくなるほど強くなることが分かった。スイープ加振の検討では、上位周期解の共振曲線に沿って共振させるためには、加振振動数の変化率をかなり小さくする必要があり、意図的に制御しな

い限り、スイープ加振による共振は発生しないことが分かった。分岐現象の検討では、高調波共振、分調波共振、準周期解について考察した。準周期解へ分岐した場合には、変位応答倍率が大きくなることを時刻歴応答解析により確認した。

第2章 参考文献

- 2.1) Jiang, Xiaoi, Michael Mcfarland, D., Bergman, Lawrence A., Vakakis, Alexander F. : Steady State Passive Nonlinear Energy Pumping in Coupled Oscillators: Theoretical and Experimental Results, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 33, pp. 87–102, 2003.
- 2.2) Gourdon, E., Alexander, N. A., Taylor, C. A., Lamarque, C. H., Pernot, S. : Nonlinear energy pumping under transient forcing with strongly nonlinear coupling: Theoretical and experimental results, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 300, No. 3–5, pp. 522–551, 2007.3.
- 2.3) Watanabe, K. and Nakai, S. : Vibration Control with Nonlinear Rotating Inertial Mass Device, *Proceedings of IABSE Symposium, Nara, Japan, 2015.5 (CD-ROM)*
- 2.4) Hartog J.P.D., *Mechanical Vibrations*, Dover Publications Inc., pp. 87-106, 1985
- 2.5) 日本建築学会 : 建築構造物の振動制御入門, 丸善, pp. 330–331, 2010
- 2.6) 蔭山 満, 安井 謙, 背戸 一登 : 連結制振の基本モデルにおける連結バネとダンパーの最適解の誘導, *日本建築学会構造系論文集*, No. 529, pp. 97-104, 2000.3
- 2.7) 田村 英之, 松崎 健一郎. : 定常振動問題の解と安定判別のための数値解法とプログラム, *日本機械学会論文集. C編*, Vol. 60, No. 569, pp. 30-37, 1994.
- 2.8) Doedel E.J., "Auto Software for Continuation and Bifurcation Problems in Ordinary Differential Equations", *Concordia University, Montreal*, 2011, <<http://indy.cs.concordia.ca/auto/>>, (accessed 2015-06-03).
- 2.9) 寺沢 寛一 : 自然科学者のための数学概論(増訂版), 岩波書店, pp.19-20, 1983
- 2.10) びーすけ講座 陰関数の定理入門, <<http://psuke.hungry.jp/math/mathhintoro10b.html>>, (accessed 2015-11-2).

第3章 硬化型復元力と回転慣性要素を用いた制振構造

3.1 はじめに

3章では、主構造系が1節点で表されるシステムを対象として、主構造系に硬化型復元力と大質量比回転慣性要素を、付加構造系にTMD用の回転慣性要素を組み込んだ制振構造（モデル<NR-r>）の制振効果について検討する。表3.1には比較検討する解析モデルの一覧を示す。本章の図中では、モデル<S-t>,<R-r>,<N-r>,<NR-r>をそれぞれ黒(■),赤(■),緑(■),青(■)で示す。表中の背景灰色欄は、各モデルの主構造系の特徴に直結する解析条件であり、 $\delta_1=1$ は主構造系に大きな仮想質量が組み込まれたモデル、 $\beta_1=1$ は主構造系に硬化型復元力要素が組み込まれたモデルである。表中の背景薄黄色欄は、 $h_0=0.01$ という条件のもとで定点理論により求められた最適質量比（ μ または δ_2 ）と剛性比 α_0 である。

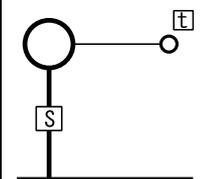
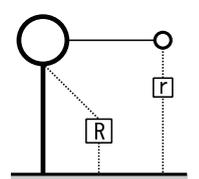
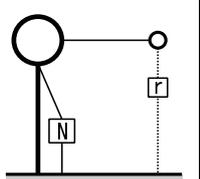
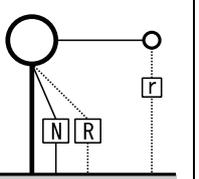
なお、非線形系モデルである<N-r>と<NR-r>には大きな課題があることが3.4節の地震波入力に関する検討で分かった。すなわち、非線形系モデルでは変形の大きさによって主構造系の固有周期が変動するため、定点理論による最適解が意味をなさず、TMD機構の同調振動数が設定できないことである。3.2節では、共振曲線上のZ点を参考にして同調振動数 η の設定の考え方について考察している。表3.1の同調振動数比 η と対応する剛性比 α_0 は3.2節で設定した値である。

硬化型復元力特性を持つモデル<N-r>,<NR-r>では、応答変位の抑制効果が期待できる。そこで、目安となる応答変位を、線形項(k_1x_1)と非線形項($g_1x_1^3$)の負担荷重の比を用いて設定する。三輪田ら^{3.1)}は実大免震建物の擁壁衝突実験をもとに質点系モデルを作成しているが、擁壁部剛性は免震層剛性の約8倍となっている。<N-r>,<NR-r>では $\beta_1=g_1/k_1=1$ としているため、 $g_1x_1^3/k_1x_1=x_1^2$ となり、応答変位 $x_1=1, 2, 3$ に対する負担荷重比は1, 4, 9倍となる。このことから、免震建物に対する変位の目安としては $x_1=2\sim 3$ が妥当と考えた。本章の共振曲線や応答変位波形には、参考として $x_1=2$ の線を書き加えている。

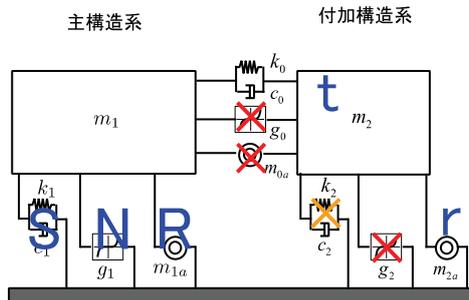
ここで、3章では、波形倍率 p を変動させた検討も行っている。 p が大きくなるほど変位が大きくなり、結果として非線形項($g_1x_1^3$)の負担比率も大きくなる。本論文では、 $\beta_1=g_1/k_1=1$ の場合のみを検討しているが、 p を変動させることによって、 β_1 を変動させたときの振動特性についても間接的に類推可能である。

3.3節ではパルス入力に関する検討を行う。3.4節では地震入力に関する検討を行う。地震入力としては、模擬地震動3波と実地震動4波を用いる。3.5節では得られた知見をまとめる。

表 3.1 第 3 章で対象とする解析モデルの一覧

	 モデル<S-t> ■	 モデル<R-r> ■	 モデル<N-r> ■	 モデル<NR-r> ■
質量比 $\delta_1 = m_{1a} / m_1$		1		1
剛性比 $\beta_1 = g_1 / k_1$			1	1
質量比 $\mu = m_2 / m_1$	0.0688			
質量比 $\delta_2 = m_{2a} / m_1$		0.1078	0.0688	0.1078
剛性比 $\alpha_0 = k_0 / k_1$	0.0582	0.0485	0.0602	0.0485
同調振動数比 η			1.65	1.25
同調剛性比 $\alpha_0 = k_0 / k_1$			0.1873	0.1684

共通条件 $h_1 = 0.02, h_2 = 0, h_0 = 0.01, \alpha_2 = k_2 / k_1 = 0$



3.2 定常波入力に関する検討

3.2.1 検討の概要

非線形系モデルである $\langle N-r \rangle$ と $\langle NR-r \rangle$ では変形の大きさによって主構造系の固有周期が変動するため、定点理論による最適解が意味をなさず、TMD機構の同調振動数が設定できない。そこで、3.2節では、定常波入力時の共振曲線を用いて、非線形系のモデル $\langle N-r \rangle$ と $\langle NR-r \rangle$ についての最適な同調振動数比 η の設定方法について検討を行う。

3.3.2項ではモデル $\langle N-r \rangle$ についての同調振動数比 η を、3.3.3項では $\langle NR-r \rangle$ についての同調振動数比 η を設定する。3.3.4項では、最適化した非線形モデル $\langle N-r \rangle$ 、 $\langle NR-r \rangle$ を、線形系モデルの $\langle S-t \rangle$ 、 $\langle R-r \rangle$ と共振曲線上で比較する。

3.2.2 モデル $\langle N-r \rangle$ の最適化

図3.1に、定点理論の最適値をそのまま用いた場合（表3.1の薄黄色欄）のモデル $\langle N-r \rangle$ の共振曲線（図中緑色）を示す。図中には、 $\langle N-r \rangle$ から非線形項を取り除いたモデル $\langle S-r \rangle$ （図中灰色）と、 $\langle N-r \rangle$ からTMDの機能を取り除いたモデル $\langle N \rangle$ （図中黄土色）も書き入れている。図中では応答変位の目安として $x_1 = 2$ を黄色線で記入した。定点理論では非線形項は考慮しないため、最適値をそのまま用いた場合の同調振動数比 η は図中に赤色点線で示した $\eta = 0.936$ となっている。 $\langle N \rangle$ と $\langle N-r \rangle$ がほぼ重なっていることより、この同調振動数比では、モデル $\langle N-r \rangle$ に組み込まれたTMD機能用の仮想質量要素がほとんど働いていないことが分かる。

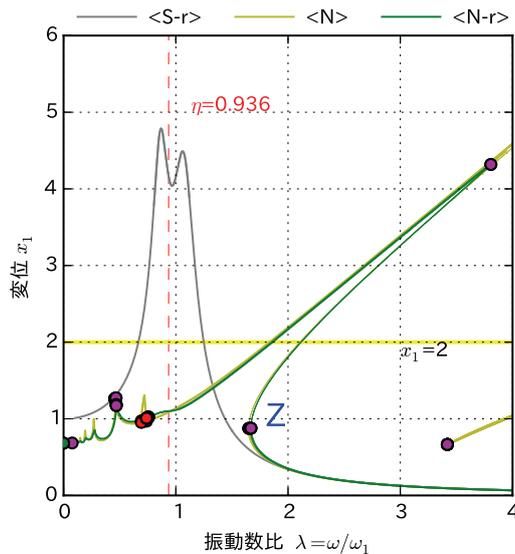


図 3.1 定点理論の最適値をそのまま用いた場合のモデル $\langle N-r \rangle$ の応答変位

図 3.2 に、同調振動数比 η を変化させた場合のモデル<N-r>の共振曲線を示す。 $\eta = 0.936$ は前述の定点理論による結果で、 $\eta = 1.6493$ は Z 点の振動数比である。図より、 η が Z 点より小さな振動数比の場合には、共振曲線から推察する限り振動低減効果が小さいといえる。一方、 η を Z 点の振動数比とした場合には、主共振曲線の途中を分断する形となっている。最も小さな安定周期解に収れんしやすいことを考慮すると、最大応答変位が $x_1 = 2$ 以下に収まることが期待できる。Z 点よりも大きな $\eta = 2$ の場合には、主共振曲線の分断幅がより大きくなり、傾いた主共振曲線がほとんど消滅している。これらのことから、同調振動数比 η の目安として Z 点が重要であることが分かる。また、準周期解分岐 (図中●) が $\eta = 1.3$ と $\eta = 1.6492$ の共振曲線で発生している。

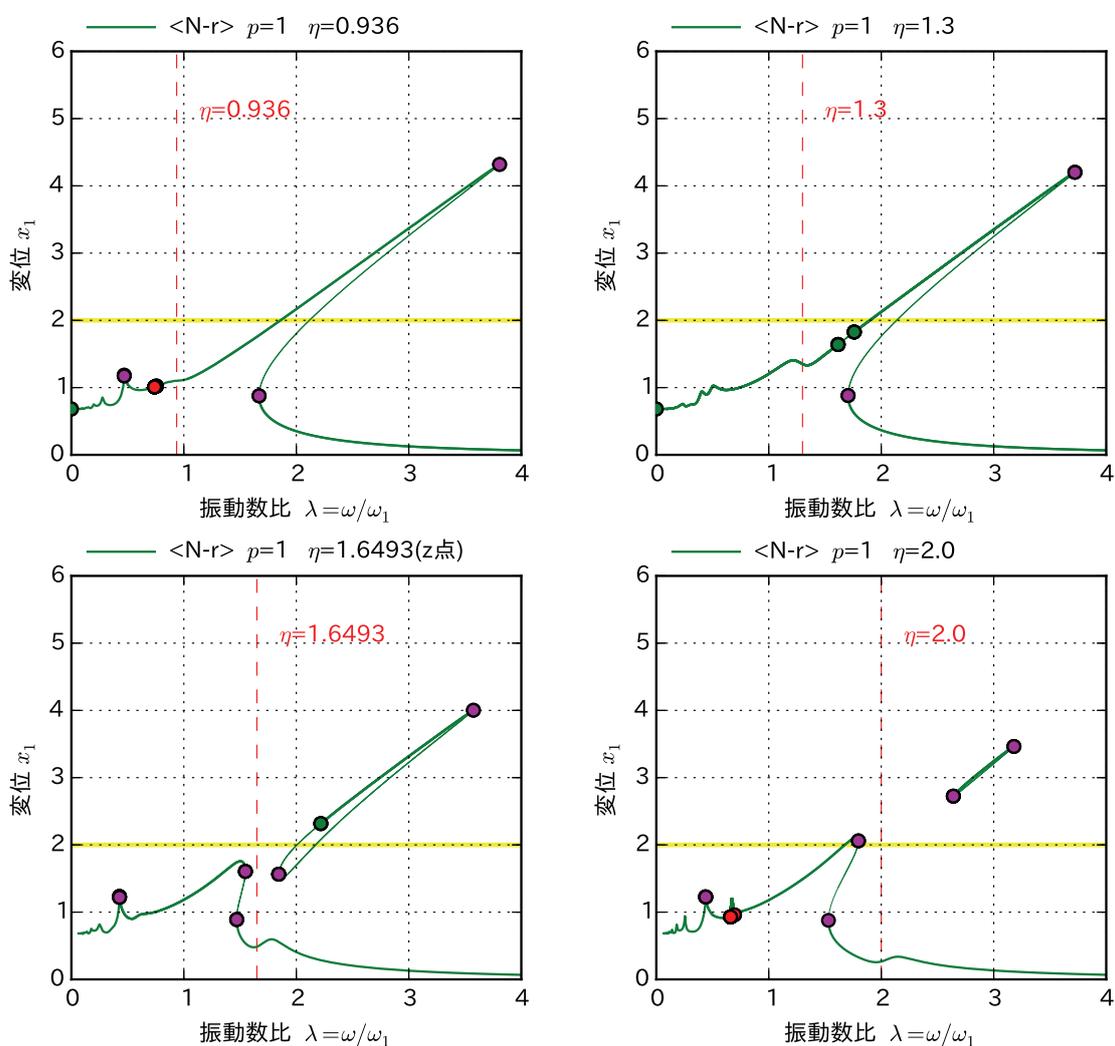


図 3.2 同調振動数比を変化させた場合のモデル<N-r>の共振曲線

Z点の振動数比 λ は入力動の大きさに従って変化する。図 3.3 に、波形倍率 p を変化させた場合のモデル<N>の共振曲線を示す。 $p=0.5, 1, 2, 3$ と波形倍率が大きくなるに従って、Z点が高振動数比の方向に移動していることが分かる。また、 p が大きくなるほど低振動数比域での高調波共振の発生が顕著になっている。

ロバストな構造形式を指向する場合、 $p=2,3$ の時にも TMD 機能が有効になるように、同調振動数比は大きめの $\eta=2$ 程度が有効と考えることもできる。しかし、次節以降で検討したパルス波や地震波入力の結果から、 $p=2,3$ の入力時にも、 $p=1$ に対して最適化した $\eta=1.6492$ （Z点の振動数比）の方が振動低減効果が大きいという意外な結果が得られた。

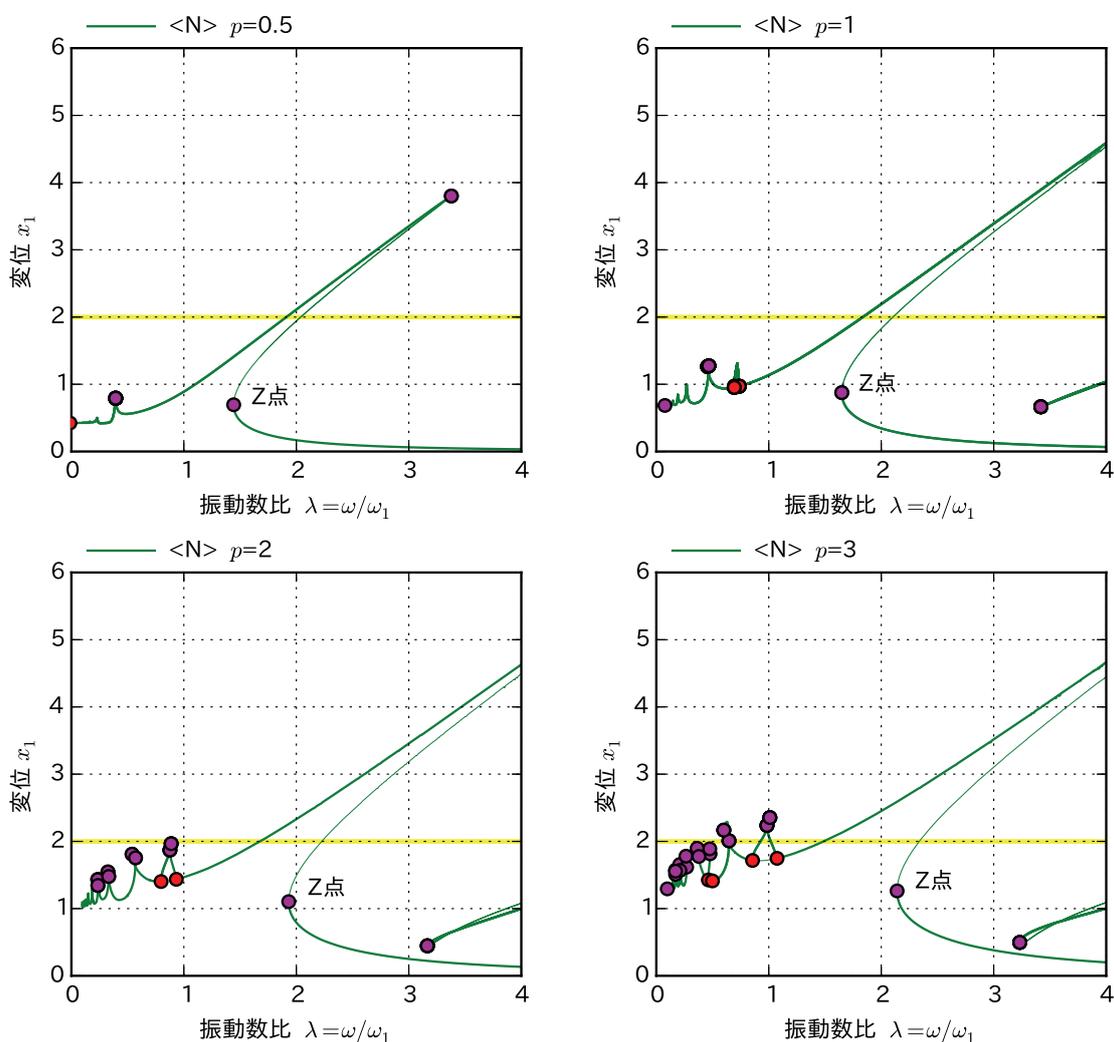


図 3.3 波形倍率 p を変化させた場合のモデル<N>の共振曲線

図 3.4 に、同調振動数比を $\eta = 1.65$ とした場合のモデル<N-r>の共振曲線を示す。図中には波形倍率を $p = 0.5, 1, 2, 3$ とした 4 つの図を示した。図より、共振曲線を見るかぎり、 $p = 2, 3$ では振動低減効果が期待できないと思われるが、実際にはパルス波入力や地震波入力では振動低減効果が見られた。

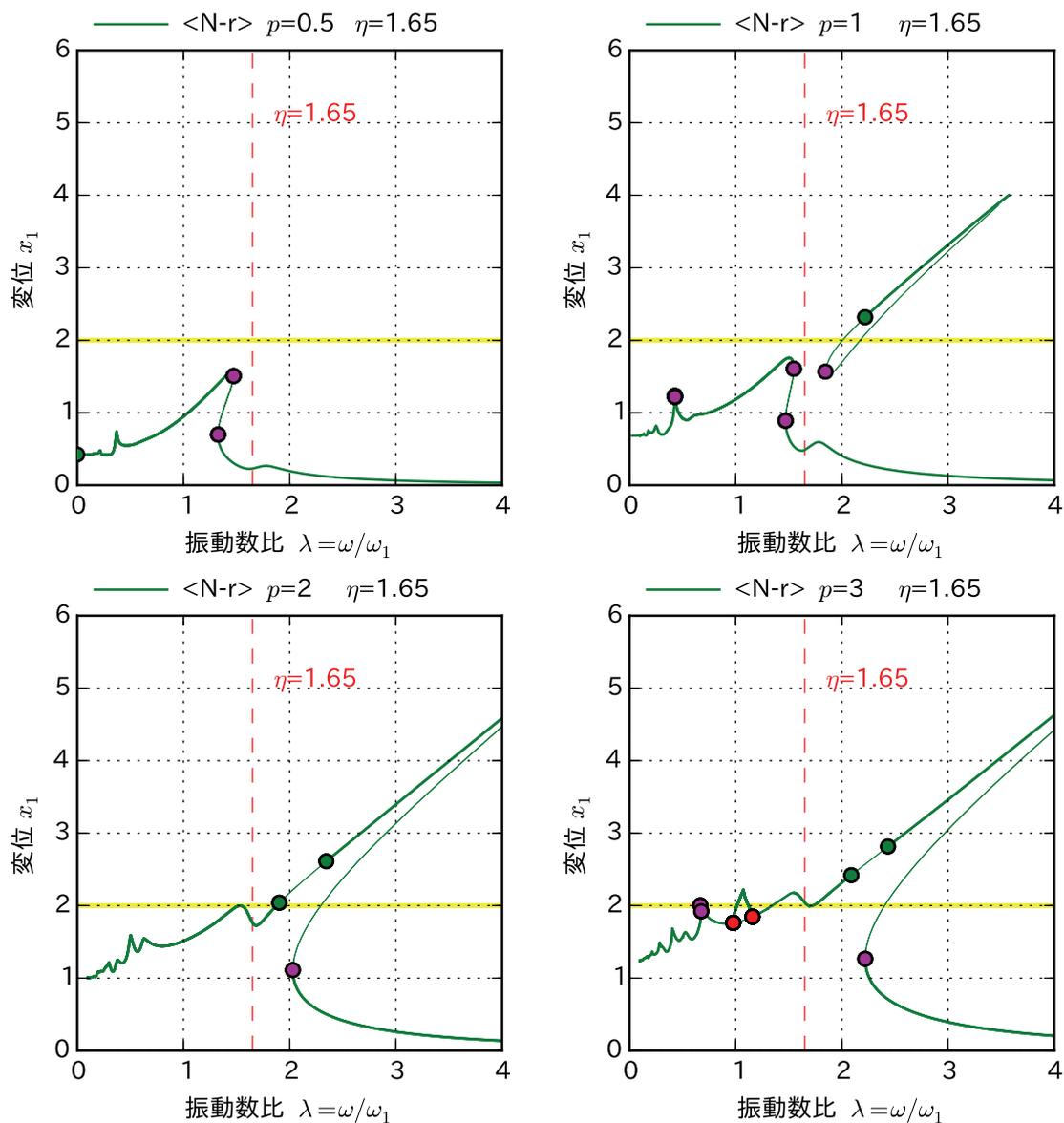


図 3.4 同調振動数比 $\eta = 1.65$ とした場合のモデル<N-r>の共振曲線

その原因を解明するために、図 3.5 に背骨曲線を書き入れた共振曲線を示す。背骨曲線は(3.1)式を用いた。

$$R_1 = \frac{2}{\sqrt{3(\lambda^2 - 1)}} \quad (3.1)$$

黒破線が背骨曲線で、モデル<N>の $p = 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 2, 3$ も黄土色線で記入している。同調振動数比 $\eta = 1.65$ のモデル<N-r>を緑線で描画した。(3.1)式による背骨曲線はモデル<N>の共振ピーク点をほぼ結んだ線になっている。図より、硬化型復元力特性を持つモデル<N>に、地震波などの多数の振動数成分を含む入力があった場合、変位が小さい状態では振動数比 $\lambda = 1$ 近傍での共振が始まり、変位が大きくなるにしたがって、背骨曲線に沿って λ が大きくなる方向に共振振動数がシフトしていくと考えられる。緑色線で示したモデル<N-r>では同調振動数比 $\eta = 1.65$ で背骨曲線の途中を分断することになり、背骨曲線に沿って増幅する共振現象を抑制していると考えられる。

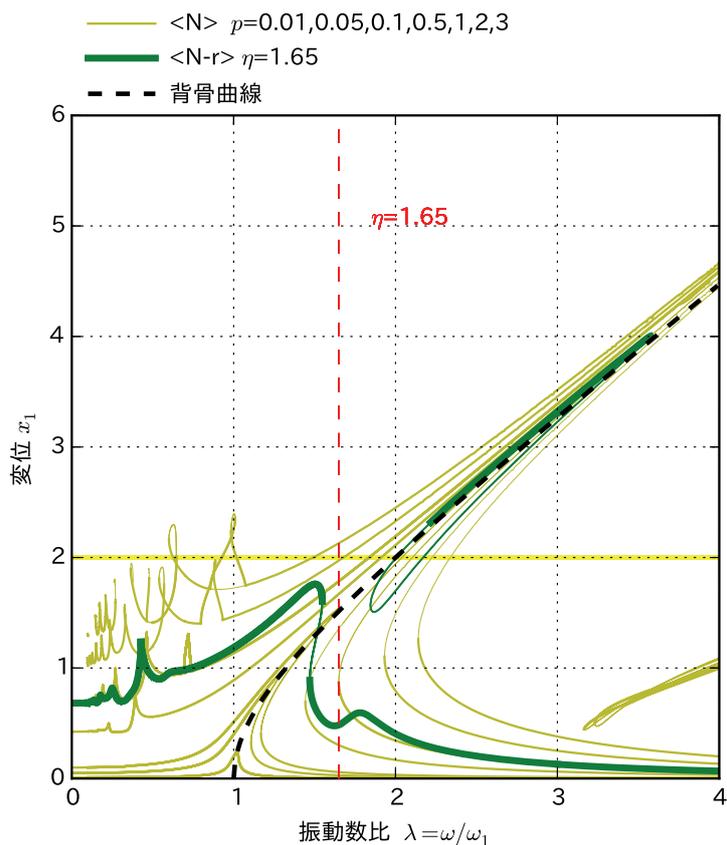


図 3.5 $p = 1$ での設定した同調振動数比が $p = 2, 3$ でも効果がある理由の説明図

3.2.3 モデル<NR-r>の最適化

図 3.3 に、波形倍率 p を変化させた場合のモデル<NR>の共振曲線を示す。 $p = 0.5, 1, 2, 3$ と波形倍率が大きくなるに従って、モデル<N>と同様に、Z点が高振動数比の方向に移動し、 p が大きくなるほど低振動数比域での高調波共振の発生が顕著になっている。なお、主構造系に付加した仮想質量の影響で、モデル<NR>と比較して、共振曲線が全体的に低振動数比の方向にシフトしている。その影響で、Z点はモデル<NR>よりも低振動数比側にあり、 $p=1$ におけるZ点の振動数比は $\lambda=1.16641$ となった。モデル<NR-r>の同調振動数としては $\eta=1.25$ とした。

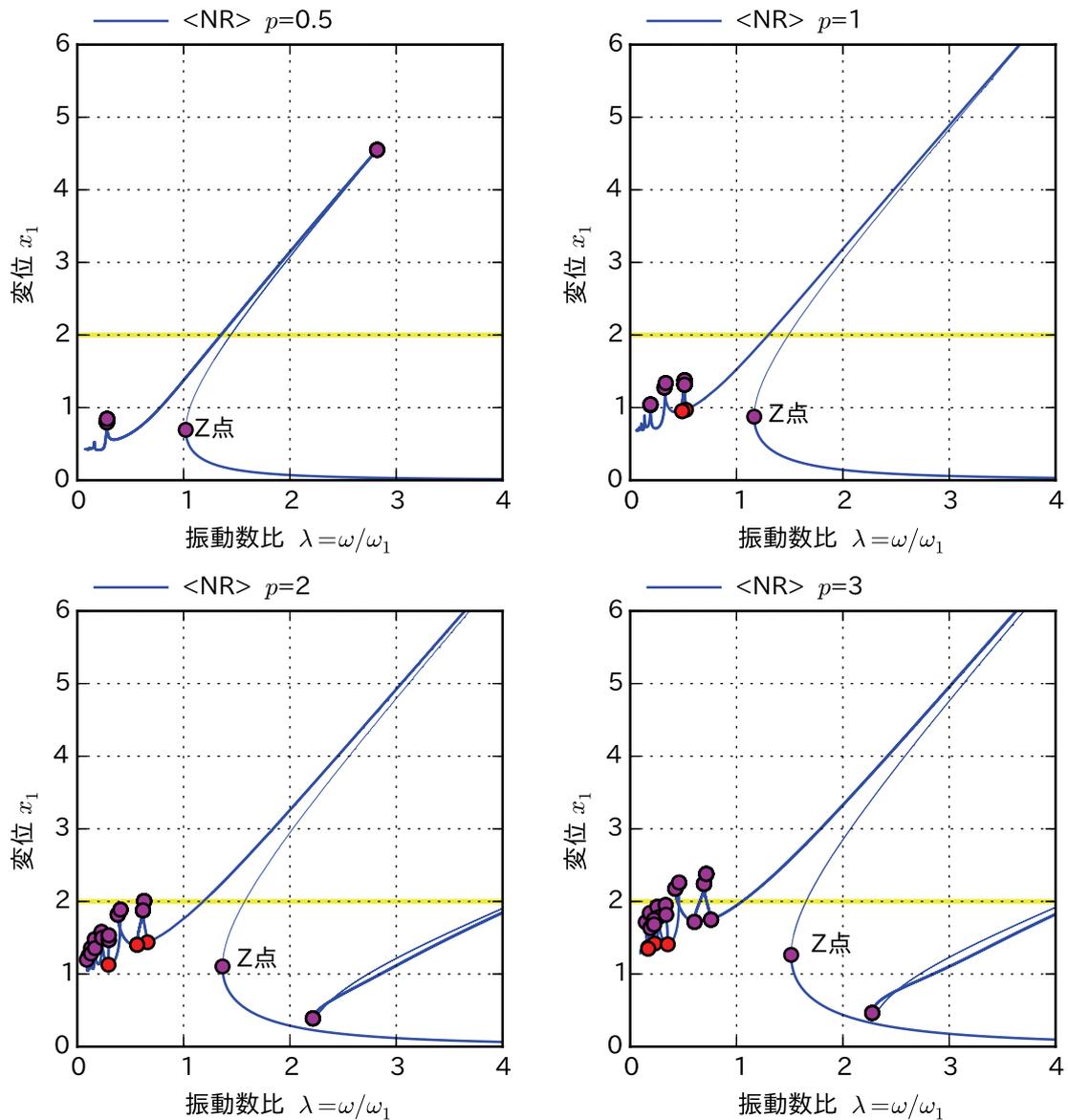


図 3.6 波形倍率 p を変化させた場合のモデル<NR>の共振曲線

図 3.7 に、同調振動数比を $\eta = 1.25$ とした場合のモデル<NR-r>の共振曲線を示す。図中には波形倍率を $p = 0.5, 1, 2, 3$ とした 4 つを示した。

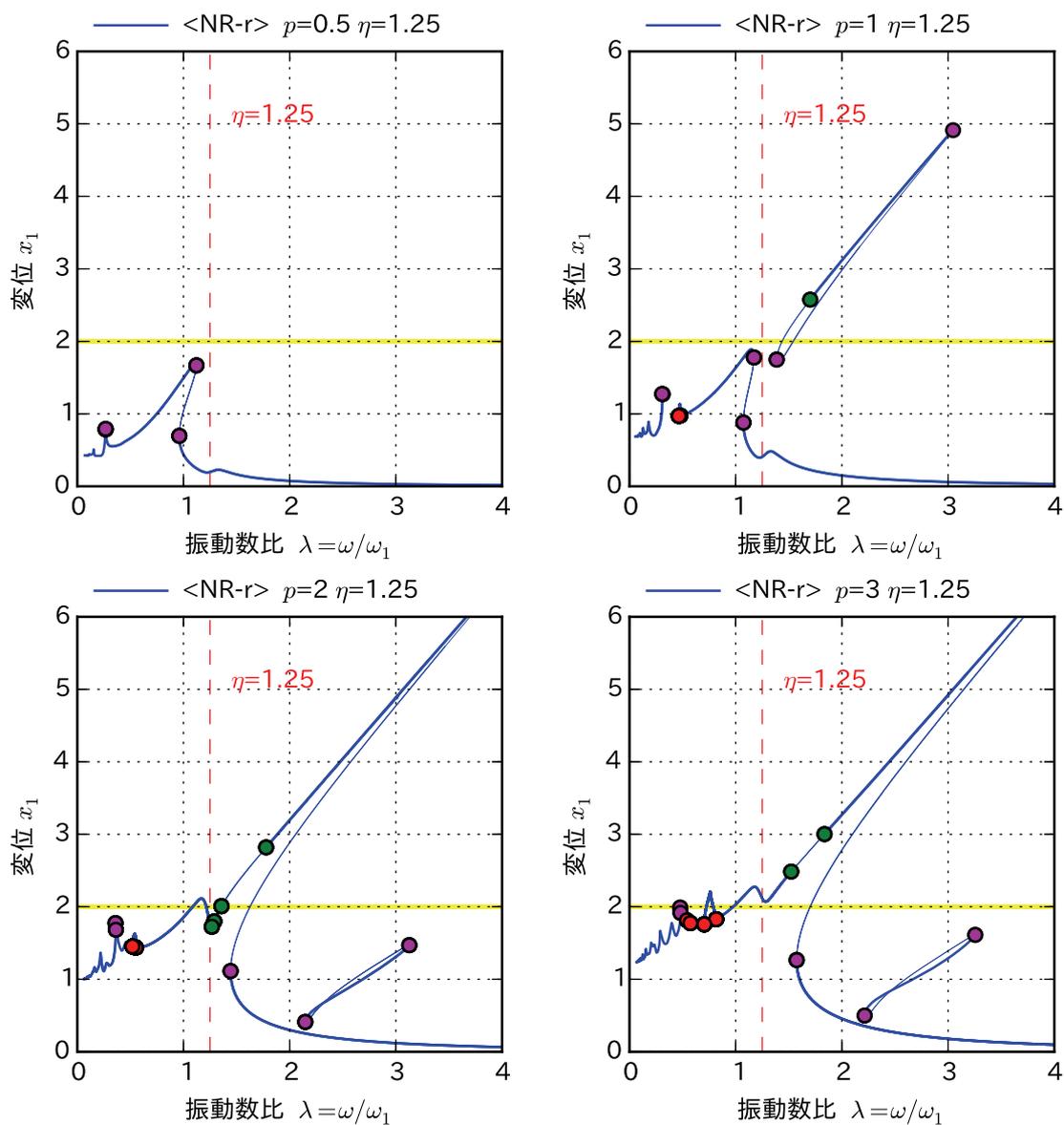


図 3.7 同調振動数比 $\eta = 1.25$ とした場合のモデル<NR-r>の共振曲線

3.2.4 定常波入力に関するまとめ

パルス波入力と地震波入力の検討に用いる4つのモデル (<S-t>, <R-r>, <N-r>, <NR-r>)の共振曲線を図 3.8 に示す。図中には波形倍率を $p=0.5, 1, 2, 3$ とした4つを示した。モデルの諸元は 3.1 節の表 3.1 にまとめている。線形系の<S-t>, <R-r>が波形倍率 p に比例して応答変位 x_1 が大きくなるのに対して、非線形系の<N-r>, <NR-r>では斜め方向に主共振曲線が大きくなり、 $p=1$ の時には主共振曲線が付加構造系の仮想質量による TMD により分断されている。非線形系モデルでは、最も小さな安定周期解に収れんしやすいことを考慮すると、本章で応答変位の抑制の目安としている $x_1=2\sim3$ も概ね満たしているといえる。

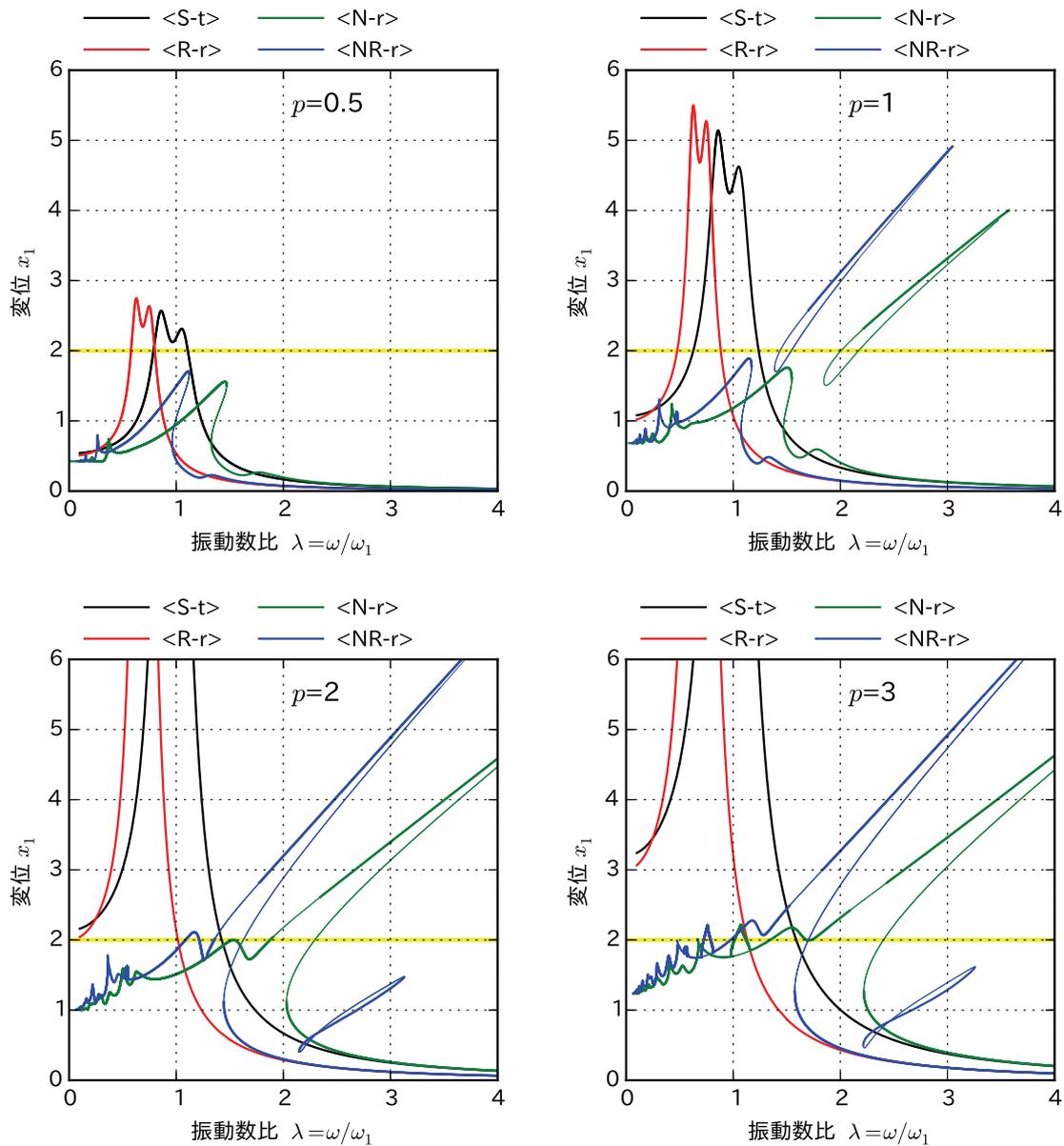


図 3.8 パルス波と地震波入力の検討に用いる4つのモデルの共振曲線

3.3 パルス波入力に関する検討

3.3.1 検討の概要

3.3節では、前節で定めた4つのモデル (<S-t>, <R-r>, <N-r>, <NR-r>)について、パルス入力時の変位応答と加速度応答について検討する。パルス波として Ricker 波を用いる。パルス波の振動数比を変化させた場合の最大変位と最大絶対加速度を非線形時刻歴応答解析を行い、パルス波の振動数比を横軸とした共振曲線を求める。

3.3.2項では、パルス波として用いる Ricker 波について説明する。3.3.3項では共振曲線による検討を行う。また、主構造系に仮想質量を追加した<R-r>と<NR-r>で発生している絶対加速度の下げ止まり現象について考察する。3.3.4項では、時刻歴応答波形を通して4つのモデルの振動特性について考察する。

3.3.2 Ricker 波

周波数軸上における分布の中心である $\bar{\omega}$ を指定して、局在化範囲が $0 < t < 9a$ 、最大振幅が 1 となる Ricker 波は(3.2)式で作成できる^{3.2)}。

$$\ddot{y}(t) = (1 - \tau^2) \exp(-\tau^2 / 2) \quad (3.2)$$

ここで、

$$\tau = \frac{t-b}{a}, \quad a = \frac{8}{3\sqrt{\pi\bar{\omega}}}, \quad b = 4.5a$$

図 3.9 は $\bar{\omega} = 2\pi$ のときの Ricker 波の例である。主構造系の固有円振動数 ω_1 と Ricker 波の代表値 $\bar{\omega}$ を用い、パルス波の振動数比 $\lambda = \bar{\omega}/\omega_1$ を定義する。振動数比 λ が大きいほど高振動数のパルス波を入力したことになる。

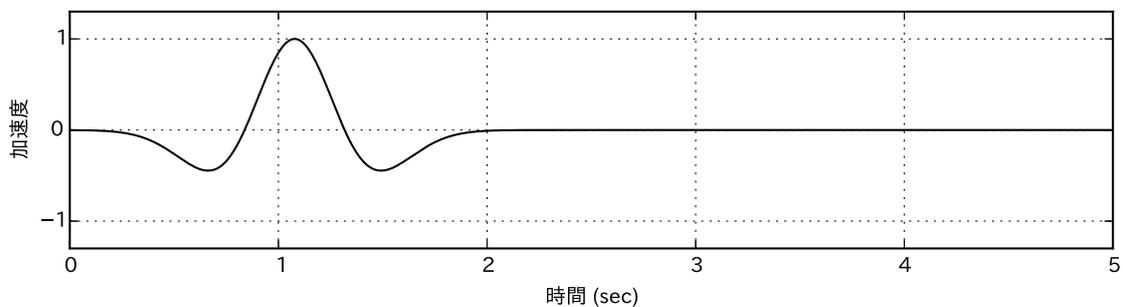


図 3.9 パルス波入力に用いたリッカー波の例

3.3.3 パルス入力時の共振曲線に関する検討

図 3.10 にパルス波入力時の共振曲線を示す。図中の右欄は応答変位、左欄は絶対応答加速度である。また、上段から下段に向かって、波形倍率を $p=1, 2, 3, 4$ と大きくした場合である。応答変位の目安として $x_1=2$ を書き加えている。また、絶対応答加速度の図中には、(3.3)式で表される加速度の下げ止まり線を紫色破線で示している。この下げ止まり線は主構造系に仮想質量を加えた場合に発生する

図より、主構造系に仮想質量を加えたモデル<R-r> (図中赤線) は、<S-t> (図中黒線) と比較して応答変位 x_1 のピークが低振動数比側にシフトしていることが分かる。なお、ピーク点の大きさについては、<R-r>と<S-t>は同程度である。絶対応答加速度 $\ddot{x}_1 + \ddot{y}$ については、<R-r>は大きな振動低減効果があり、比較した4つのモデルの中でも極めて小さな加速度となっている。なお、振動数比 $\lambda=1\sim 2$ 付近で x_1 が最小となり、その後は図中の紫色破線に漸近する。

主構造系に硬化型復元力特性要素を加えたモデル<N-r> (図中緑色) は、<S-t> (図中黒線) と比較して応答変位 x_1 が大幅に低減していることが分かる。波形倍率 $p=4$ の場合には、線形系である<S-t>の応答変位のピークが $x_1=10$ 弱と比例倍で大きくなっているのに対し、硬化型の非線形系の<N-r>では、応答変位の目安である $x_1=2\sim 3$ 程度に収まっている。また、定常波入力で観察された斜め上方向に伸びる主共振曲線 (図 3.8 参照) の兆候はパルス入力では全く見られなかった。一方で、絶対応答加速度 $\ddot{x}_1 + \ddot{y}$ は急激に大きくなり、そのピークが発生する振動数比 λ は、 p の増加に伴い高振動数比側にシフトしている。

主構造系に仮想質量と硬化型復元力特性要素を加えたモデル<NR-r> (図中青色) は、<S-t> (図中黒線) と比較して応答変位 x_1 が大幅に低減している。ピーク点が<N-r>(図中緑色) よりも低振動数比 λ 側にシフトしているものの、ピークの大きさも<N-r>と同程度である。また、絶対応答加速度 $\ddot{x}_1 + \ddot{y}$ についても、波形倍率 $p=1$ では<S-t>より小さく、 $p=2$ では同程度、 $p=3, 4$ ではやや大きくなっており、硬化型復元力特性要素のみを加えた<N-r> (図中緑色) と比較してもはるかに小さな絶対応答加速度となっている。なお、高振動数比においては、仮想質量のみを加えた<R-r> (図中赤線) と同じく、 λ が大きくなるに従って図中の紫色破線に漸近する。

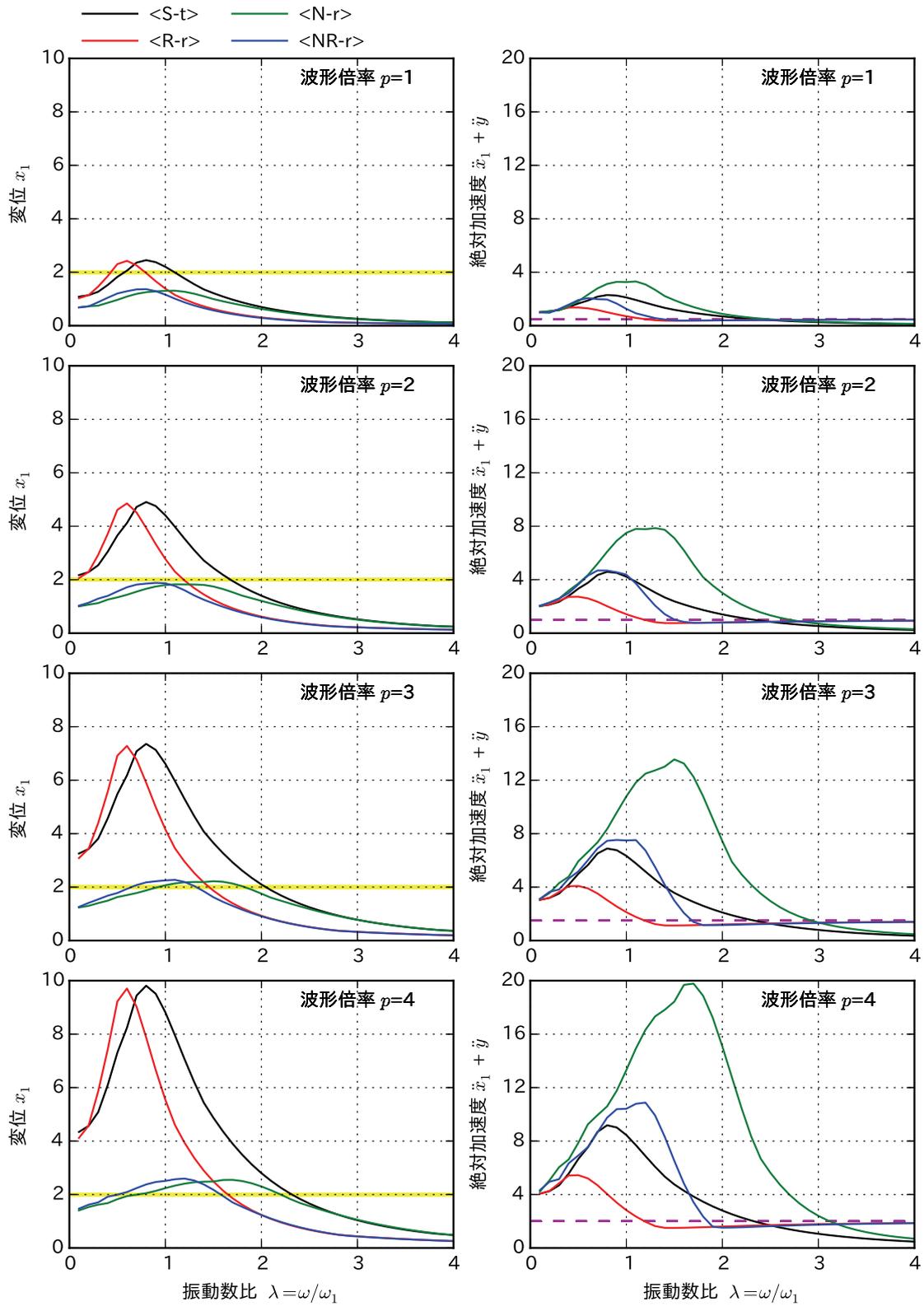


図 3.10 パルス波入力時の共振曲線

図 3.11(a),(b)に、主構造系に仮想質量がある場合の加速度応答倍率の下げ止まり線の説明図を示す。ここでは、主構造系に何も追加していないモデル<S-t> (図中の左欄) と、主構造系に仮想質量を追加したモデル<R-t> (図中の右欄) を例として考察する。

図 3.11(a)は振動数比 $\lambda=0.7$ の場合で、下げ止まり線の現象が発生していない振動数比である。上段には相対加速度と地動加速度 (図中黄土色) を重ね書きしている。下段の絶対加速度は、相対加速度と地動加速度の差となっている。最大値は地動加速度 (パルス波) のピークの時間よりも遅れて発生している。

図 3.11(b)は振動数比 $\lambda=3$ の場合で、下げ止まり線の現象が発生している振動数比である。最大値は地動加速度 (パルス波) のピーク時間と同時に発生している。

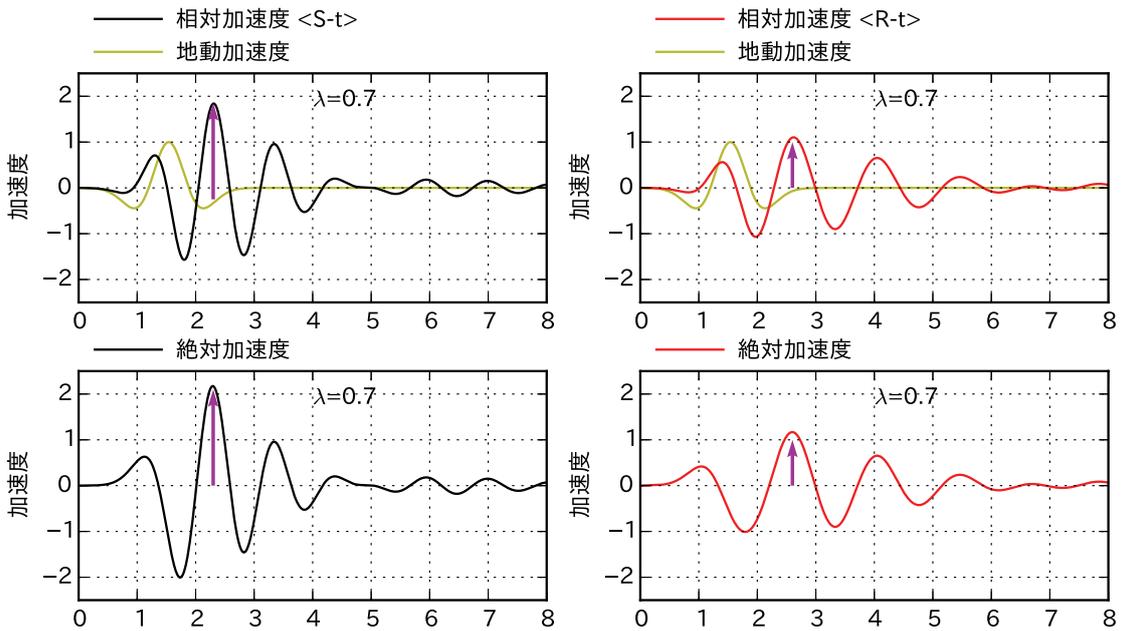
ここで、2章の(2.12)式において、振動数比 λ が大きい場合には慣性力項の影響が大きくなることや、主構造系の質量比の方が付加構造系よりも大きいことを考慮して、剛性項と付加構造系の影響を無視すると(3.3)式が得られる。

$$(m_1 + m_{1a})\ddot{x}_1 = -m_1\ddot{y} \quad (3.3)$$

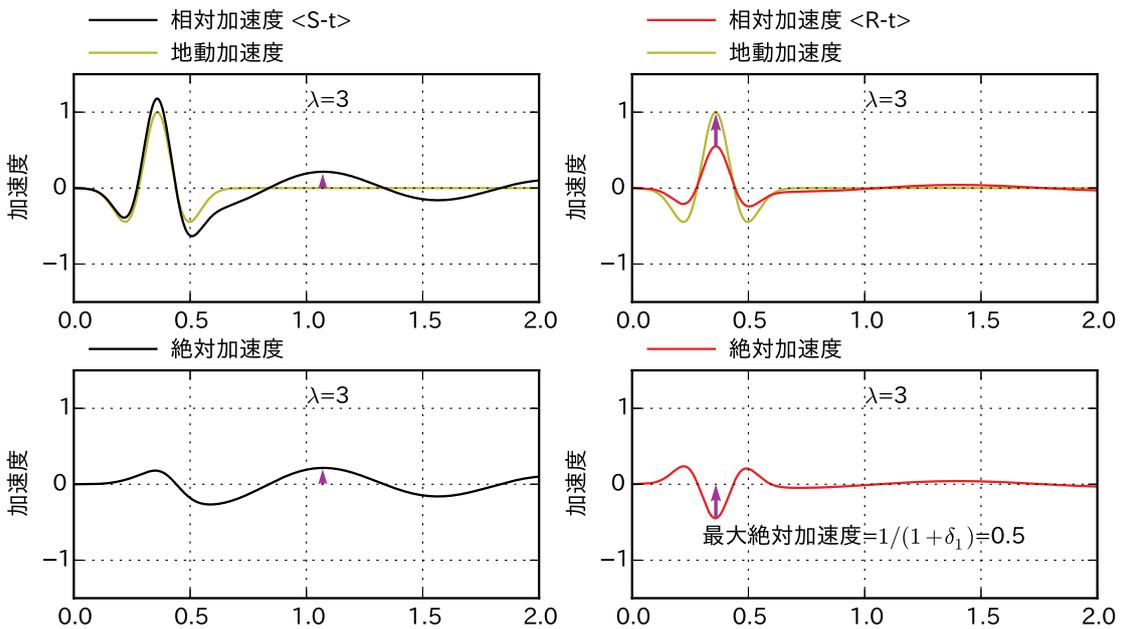
(3.3)式を変形して無次元化変数に置きなおすと (3.4)式が導かれる。

$$\frac{\ddot{x}_1 + \ddot{y}}{\ddot{y}} = -\frac{m_1}{m_1 + m_{1a}} + 1 = \frac{m_{1a}}{m_1 + m_{1a}} = \frac{\delta_1}{1 + \delta_1} \quad (3.4)$$

この例では、 $\ddot{y}=1$ 、 $\delta_1=1$ を上式に代入することで、絶対加速度 $\ddot{x}_1 + \ddot{y}=0.5$ が得られる。なお、 $\delta_1=\infty$ の場合には、加速度応答倍率は1となる。これは、地面と主構造系の節点とが仮想質量項を介して剛結された状態であり、地面と主構造系節点と同じ動きをしていることになる。別の見方をすると、回転慣性要素は高振動数成分を伝達しやすい連結要素として働くため、むやみに δ_1 を大きくすることは賢明ではないと考えられる。



(a) 振動数比 $\lambda = 0.7$ の場合



(b) 振動数比 $\lambda = 3$ の場合

図 3.11 仮想質量がある場合の加速度応答倍率の下げ止まり線の説明図

3.3.4 パルス入力時の応答波形に関する検討

前項では、パルス入力時の共振曲線、すなわち最大値に着目してきたが、本項では最大値の発生後の後揺れなどについて考察するために、パルス入力時の応答波形に着目する。

図 3.12 に、波形倍率 $p=1$ の時の応答変位波形を示す。振動数比は $\lambda=0.5, 0.75, 1, 2$ の 4 ケースとし、図中の上段から $\langle S \cdot t \rangle$ (図中の黒線), $\langle R \cdot r \rangle$ (赤), $\langle N \cdot r \rangle$ (緑), $\langle NR \cdot r \rangle$ (青) の順に描画している。図中には応答変位の目安として $x_1 = \pm 2$ の黄色線を記入している。波形形状から、各モデルの固有周期は大きい方から、 $\langle R \cdot r \rangle$, $\langle S \cdot t \rangle$, $\langle NR \cdot r \rangle$, $\langle N \cdot r \rangle$ の順番と考えられる。変位の最大値については、線形系モデルの $\langle S \cdot t \rangle$, $\langle R \cdot r \rangle$ が非線形系モデルよりも多少大きめとなっている。なお、線形系では TMD 機能が有効に働いて、最大値発生後に急激に振動が低減している。一方、非線形系モデルの $\langle N \cdot r \rangle$, $\langle NR \cdot r \rangle$ では、変位の最大値は線形系よりも小さいが、最大値発生後の振動低減は線形系よりも緩やかになっている。なお、最大値発生後にほとんど振動していないケース (たとえば、 $\langle N \cdot r \rangle$ の $\lambda=0.5, 0.75$ や、 $\langle NR \cdot r \rangle$ の $\lambda=0.5$) があるが、これはパルス加振終了時刻に運よく振動が小さかったことに起因する。

図 3.13 に、波形倍率 $p=4$ の時の応答変位波形を示す。線形系モデルの場合には比例倍となるため図 3.12 を 4 倍した波形となり、最大応答変位も $x_1 = 8$ 程度となっている。なお、比例倍であるから、最大値発生後の急激な振動低減も同じように確認できる。一方、非線形系モデルの $\langle N \cdot r \rangle$, $\langle NR \cdot r \rangle$ では、変位の最大値は $R_1 = 2$ 付近に留まっており、硬化型復元力が効果的に動作していることが分かる。しかし、最大値発生後の後揺れの振動低減効果が小さくなっている。

図 3.14 に、波形倍率 $p=4$ の時の絶対応答加速度波形を示す。線形系モデルの場合は、変位波形に似た形状 (正負が逆) となっているが、非線形系モデルの場合は、波形の山が鋭く立ち上がる独特の形状となっている。また、後揺れについては変位波形と同じく、振動低減が緩やかとなっている。

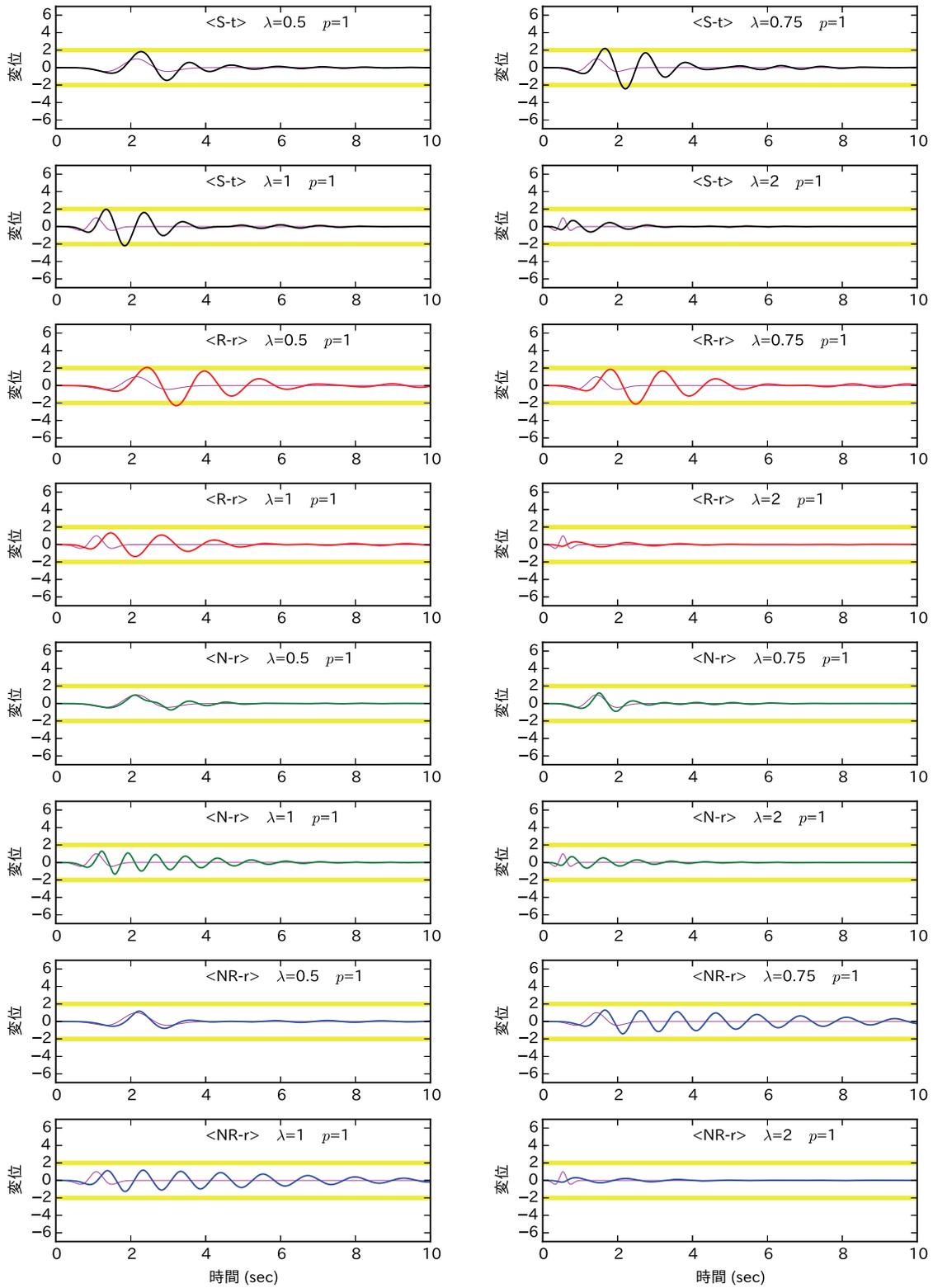


図 3.12 パルス入力時の変位応答波形

入力動倍率 $p = 1$

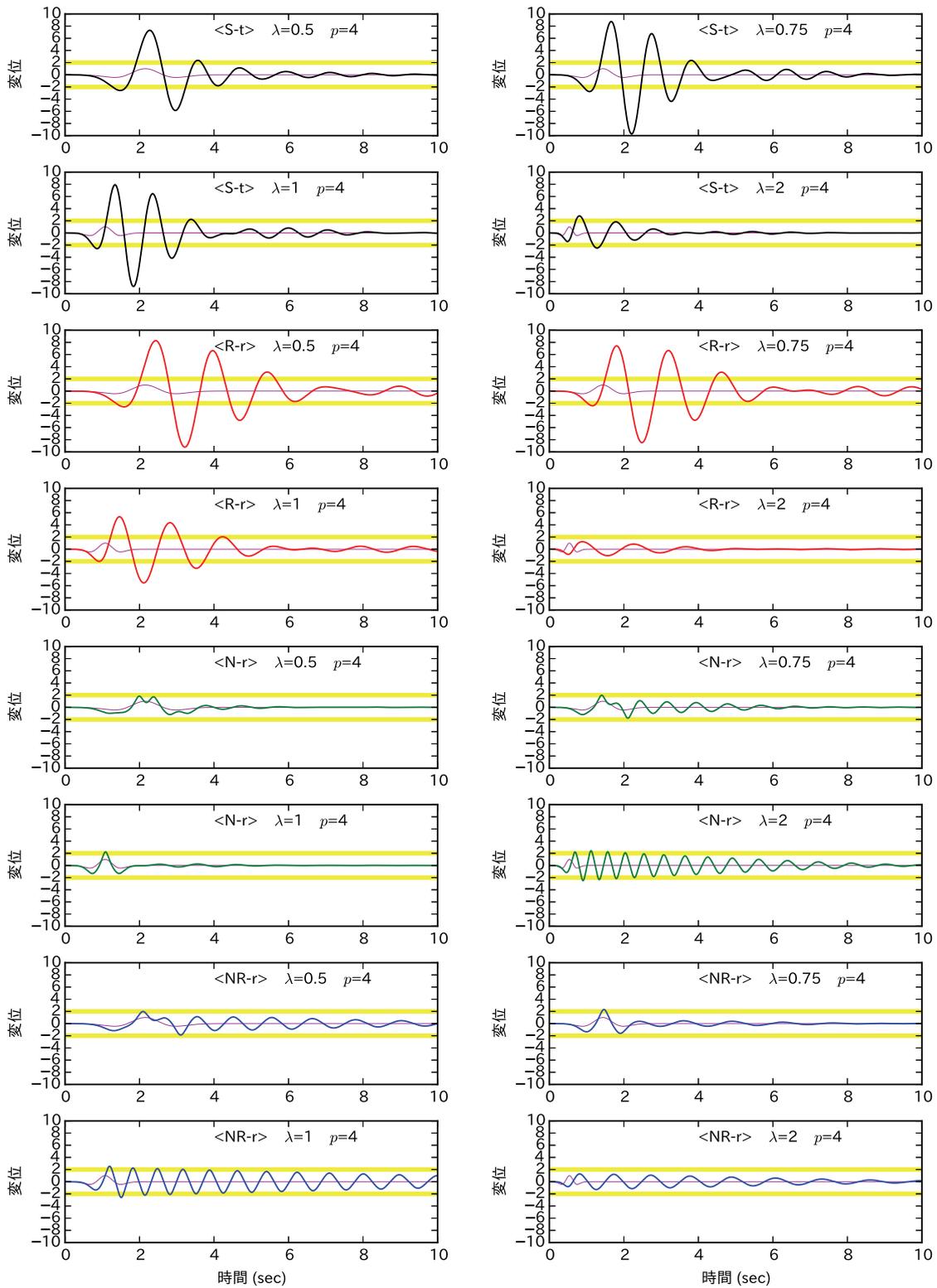


図 3.13 パルス入力時の変位応答波形

入力動倍率 $p = 4$

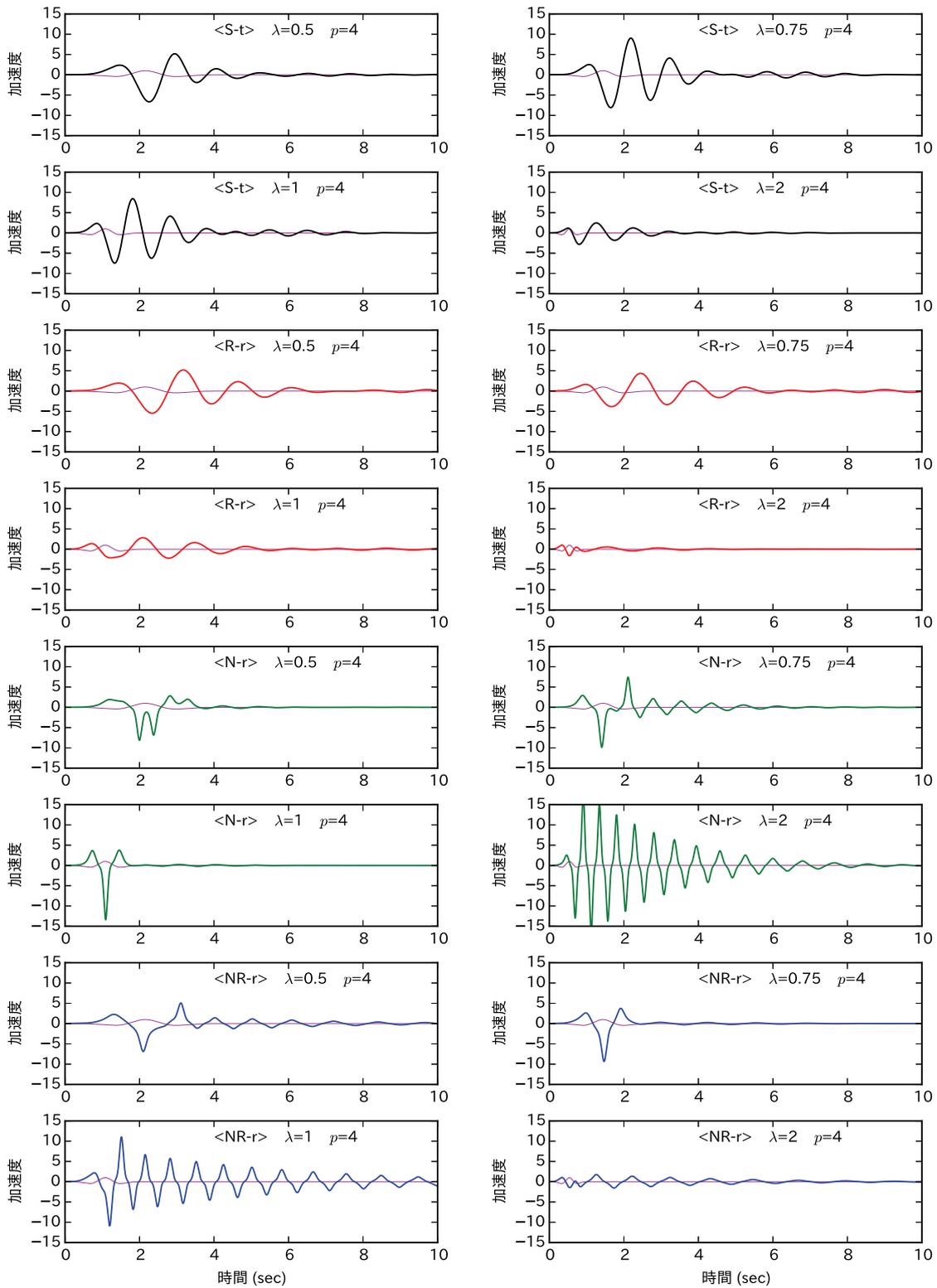


図 3.14 パルス入力時の加速度応答波形

入力動倍率 $p=4$

3.4 地震波入力に関する検討

3.4.1 検討の概要

3.2 節では定常波入力に関する検討を、3.3 節ではパルス波入力に関する検討を行った。定常波入力では 1 つの振動数比 λ に対する最終的な共振状態を求めたことになり、パルス波入力では瞬間的な最大値に着目した検討といえる。本節で対象とする地震波入力は、定常波とパルス波の両方を併せ持った振動特性が対象となる。例えば、長周期地震動のように長時間の揺れを繰返し受ける場合には、静止状態から変位振幅が徐々に大きくなるという過渡的な共振現象を考える必要があり、波形倍率を変化させた共振曲線の知見が役に立つ。一方、直下型地震のように短時間に衝撃波を受ける場合にはパルス波の知見が重要となる。

定常波とパルス波の検討では、入力波の振動数比 λ を変化させた場合の共振曲線などについて検討してきた。しかし、地震波入力の検討では入力波の振動数比 λ を定義するのは難しいので、代わりに、主構造系の 1 次固有周期 T_1 を変化させた場合の T_1 と変位または加速度の関係について検討する。また、非線形項が変位の 3 乗の項で定義しており、変位の大きさが非線形項の関与の度合いを左右することから、周期 1 秒のモデル<S-t>の変位応答が $x_1 = 1$ となるときを入力地震動の波形倍率 $p = 1$ となるようにスケーリングした。

入力地震動としては、模擬地震波 3 波、実地震波 4 波を用いた検討を行った。比較する 4 つのモデル<S-t>, <R-r>, <N-r>, <NR-r>は 1 次固有周期が異なるため、それらのモデルを比較する際に入力地震動の振動特性の影響を受けやすい。特に、非線形系モデルの<N-r>, <NR-r>は変位の大きさによって 1 次固有周期が変動する。模擬地震波 3 波はこのような入力動の振動特性の影響を抑えた平均的な結果が得られる入力動と位置付けている。一方、実地震波は、特定の振動数成分が卓越するなど、スペクトルの山谷が存在する。このような場合にも本論文で提案している新構造形式の<NR-r>が有効であるかを確認するための入力動と位置付けている。

3.4.2 項では模擬地震波入力に関する検討を、3.4.3 項では実地震波入力に関する検討を行う。

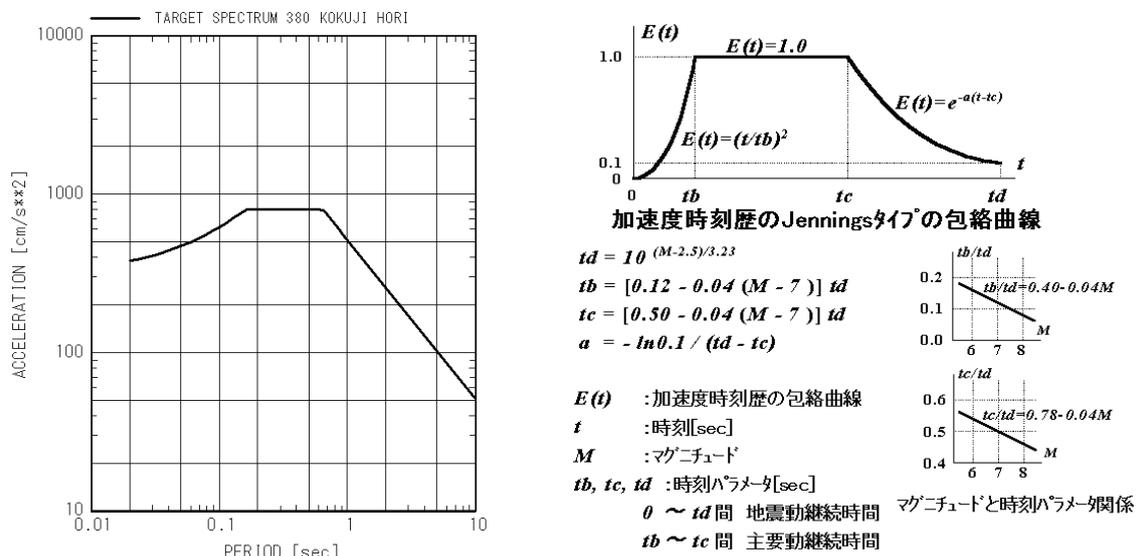
3.4.2 模擬地震波入力に関する検討

検討に用いた模擬地震動は以下の3波である。

- 模擬地震動① : 告示スペクトル ランダム位相 包絡曲線 : 一定値
- 模擬地震動② : 告示スペクトル ランダム位相 包絡曲線 : JENNINGS タイプ
- 模擬地震動③ : 告示スペクトル 1995 兵庫県南部地震 JMA 神戸位相

上記①,②の模擬地震動の作成には清水建設株式会社が開発した設計用入力地震動設定支援システム (GMD : Ground Motins for Design) ^{3.3)}を用いた。図 3.15(a)に示す告示スペクトルの水平成分をターゲットとし、加速度応答スペクトルにフィッティングした。フィッティングは周期 0.02 秒~10 秒の間を対数軸上で 50 分割に等分割したポイントを対象とした。マグニチュードは 8.5 を仮定し、継続時間は $M = 2.5 + 3.23 \log T_d$ から算定し、 $t_d = 72.04$ 秒とした。それぞれ 10 波の模擬地震動を作成し、最も適合度が高い 1 波を採用した。上記③の模擬地震動としては、清水建設株式会社の実案件の設計に用いられている波を用いた。

図 3.16 に検討に用いる模擬地震波の時刻歴波形を、図 3.17 に加速度応答スペクトルを示す。3 つの地震波形を比べると、主要動の時間が①, ②, ③の順番に短くなっていることが特徴として挙げられる。



(a) 告示スペクトル

(b)包絡曲線 (GMD のヘルプより抜粋)

図 3.15 告示スペクトルと包絡曲線

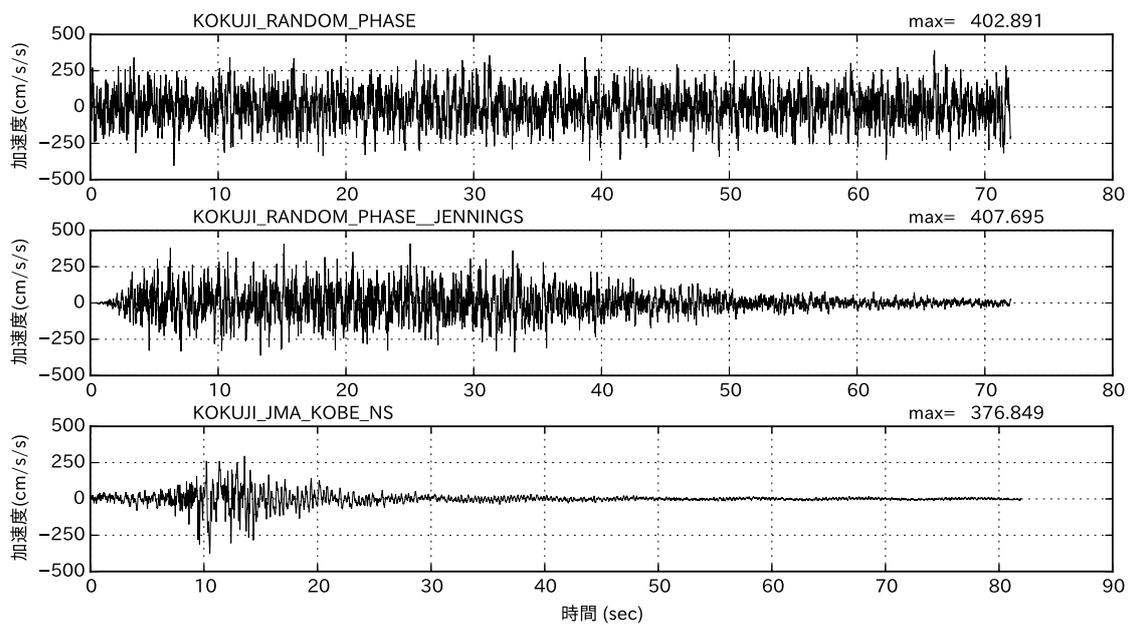


図 3.16 模擬地震波の時刻歴波形

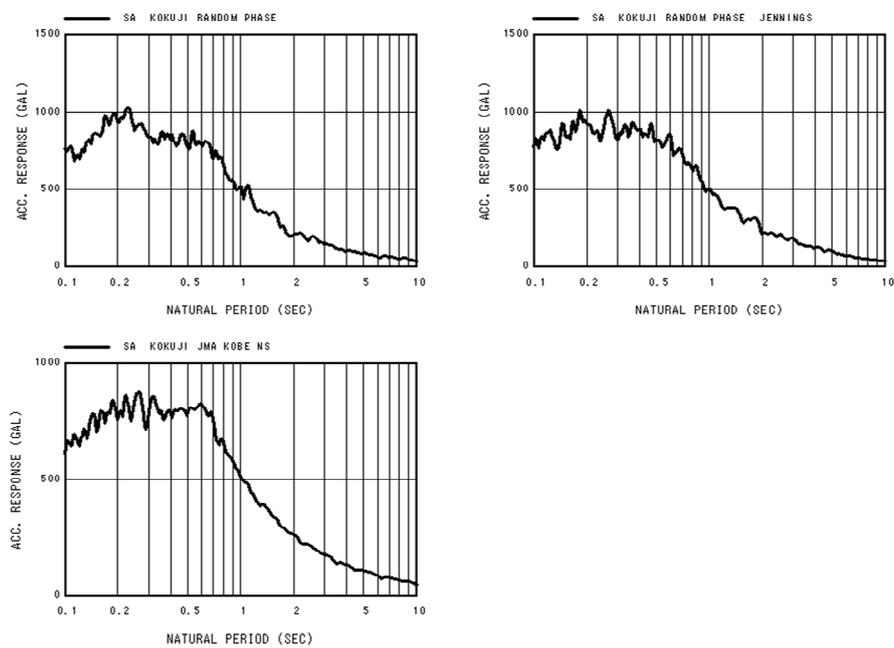


図 3.17 模擬地震波の加速度応答スペクトル

図 3.18 は、模擬地震動①（告示スペクトル・ランダム位相・包絡曲線：一定値）の場合の応答変位（左欄）と絶対応答加速度（右欄）で、横軸は主構造系の 1 次固有周期 T_1 である。上段から波形倍率 $p=2,3,4$ の 3 ケースを示した。波形倍率 $p=2$ は、主構造系の固有周期 1 秒の<S-t>において変位 $x_1=2$ となるように入力波形をスケールした場合となる（図中の水色●）。図より、非線形系のモデル<N-r>と<NR-r>の応答変位は、 $x_1=2$ 前後に収まっていることと、<NR-r>の絶対応答加速度は<S-t>より少し大きいレベルに収まっていることが分かる。

図 3.19 に、模擬地震動②（告示スペクトル・ランダム位相・包絡曲線：JENNINGS タイプ）の場合の応答変位と絶対応答加速度を示す。図 3.18 と図 3.19 を比較すると、非常に似通っていることが分かる。模擬地震動②は、図 3.15 の Jennings タイプの包絡形において、 $E(t)=1.0$ となる範囲は $t_b=4.32, t_c=31.70$ と約 27 秒間もあり、最大値だけをみると模擬地震動①と②の差は小さかったものと考えられる。

図 3.20 に、模擬地震動③（告示スペクトル・神戸位相）の場合の応答変位と絶対応答加速度を示す。波形倍率 p は、主構造系の固有周期 1 秒の<S-t>における変位を基準としているため、スケールにより入力波形が小さめに設定されたようである。なお、4 つの解析モデルの応答値の相対的な大きさについては、模擬地震動の種類によらず同じ傾向であった。

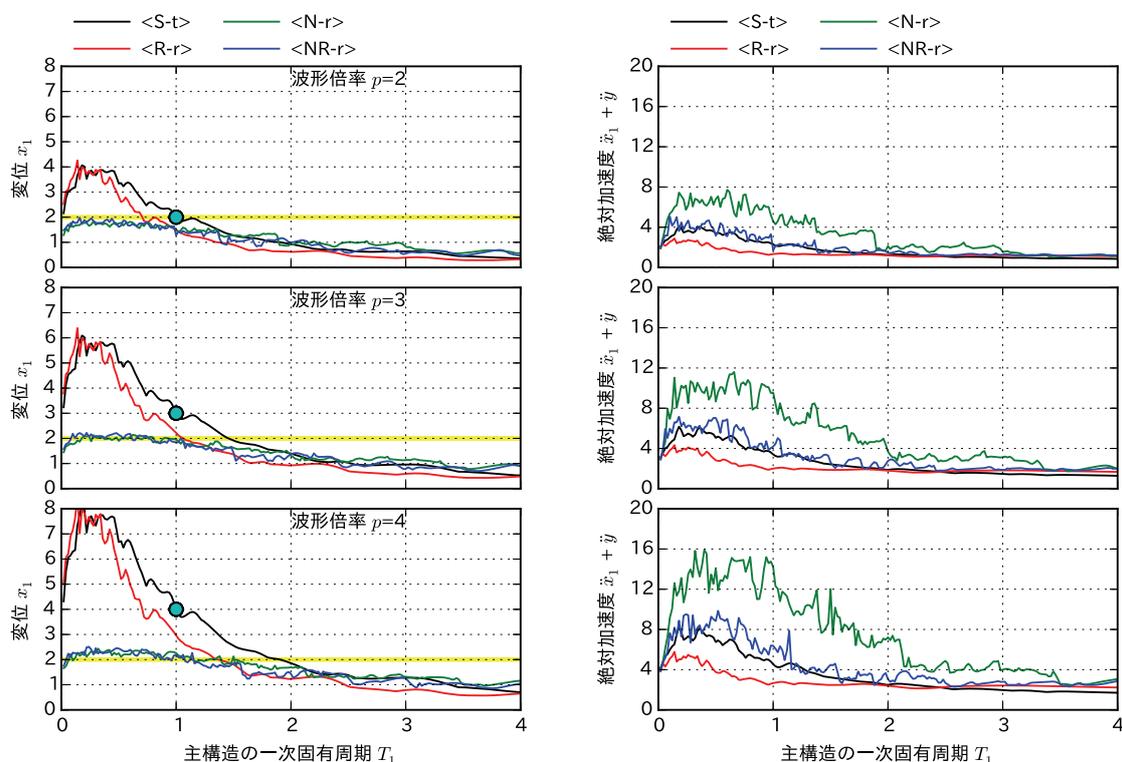


図 3.18 応答変位と絶対応答加速度
 模擬地震動①（告示スペクトル ランダム位相 包絡曲線：一定値）

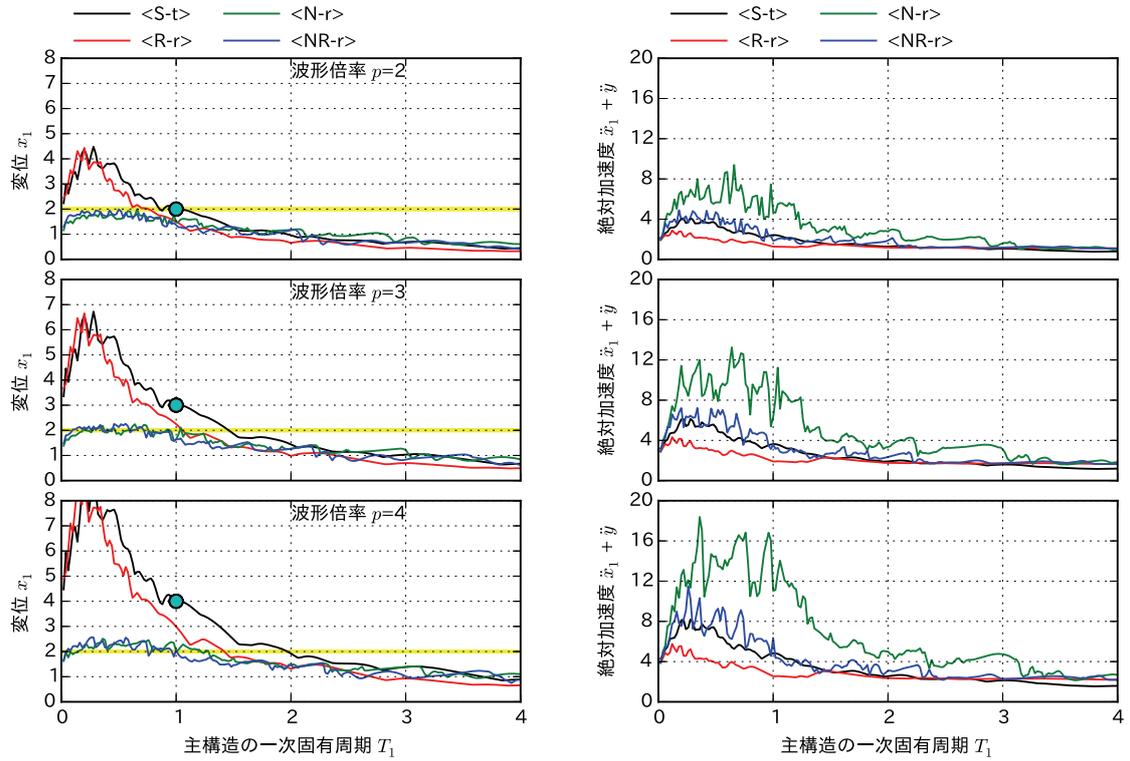


図 3.19 応答変位と絶対応答加速度
 模擬地震動②（告示スペクトル ランダム位相 包絡曲線：Jennings タイプ）

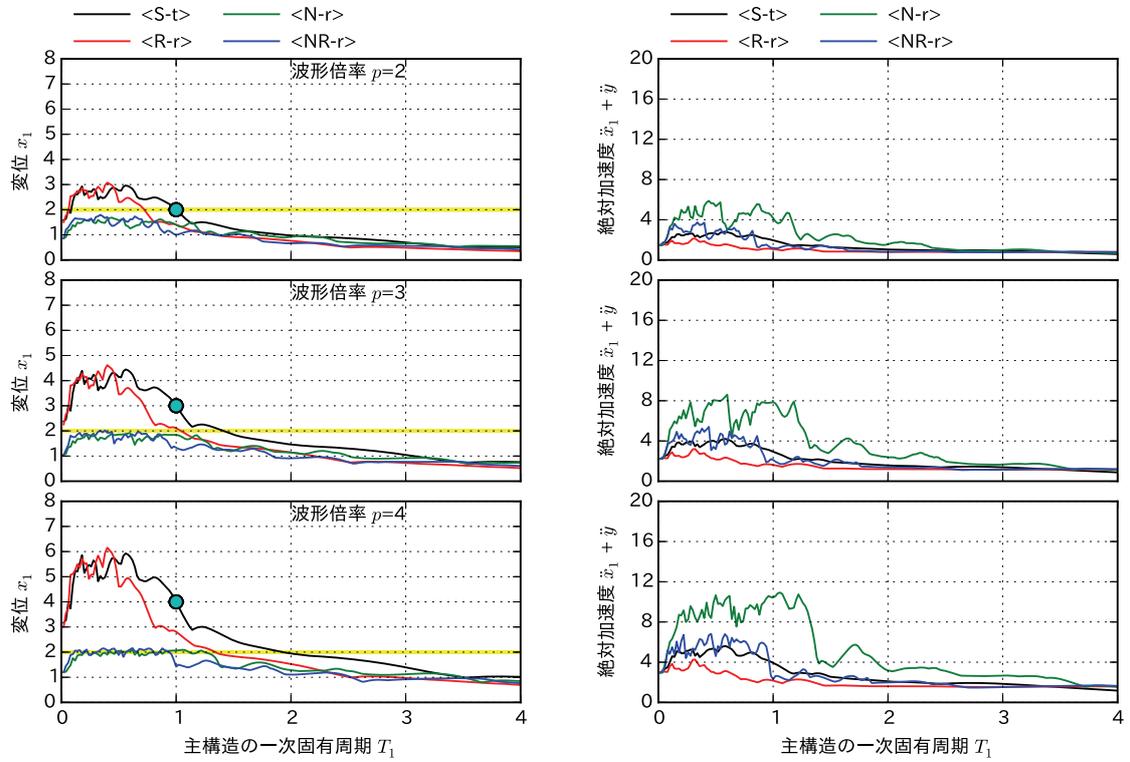


図 3.20 応答変位と絶対応答加速度
 模擬地震動③（告示スペクトル 神戸位相）

図 3.21 に、模擬地震動②（告示スペクトル・ランダム位相・包絡曲線：JENNINGS タイプ）の場合の変位応答波形と絶対加速度応答波形を示す。主構造系の固有周期は $T_1=1$ 、入力動倍率は $p=4$ のため、モデル<S-t>（図中黒線）の変位の最大値を 4 となるように入力波形をスケールしたときの結果である。図より、線形系モデルの<S-t>、<R-r>（図中赤線）では 7~8 秒付近で最大変位が発生しているのに対し、非線形系モデルの<N-r>（図中緑線）では 10 秒付近、<NR-r>（図中青線）では 30 秒付近で最大変位および最大加速度が発生している。また、非線形系モデルの最大値発生時には、高い振動数成分の共振現象が発生している。図 3.22 に、模擬地震動③（告示スペクトル・神戸位相）の場合の変位応答波形と絶対加速度応答波形を示す。モデル<N-r>では 10 秒付近に共振により加速度が大きくなっているが、<NR-r>では入力動の主要動の継続時間が短いため共振による変位・絶対加速度の増大は発生していない。

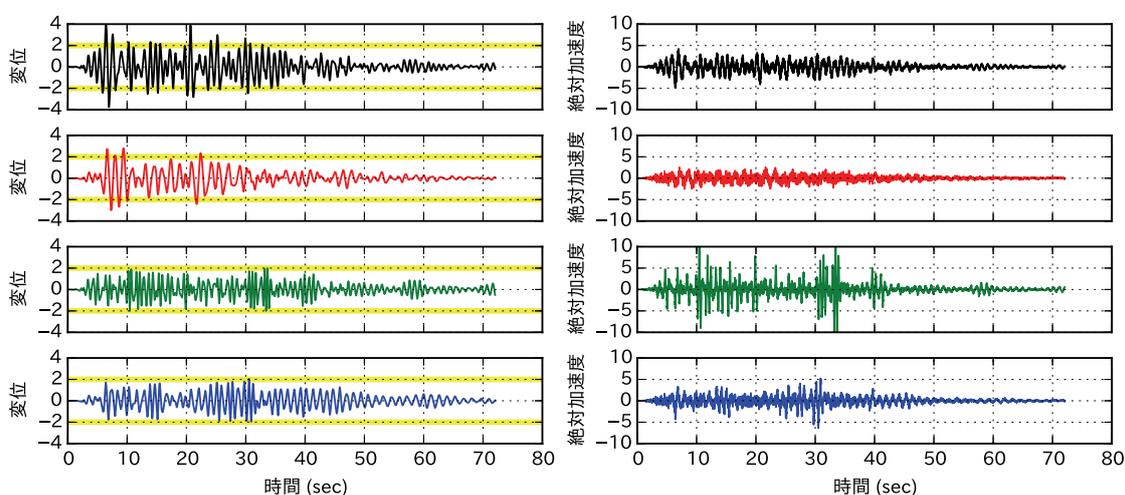


図 3.21 変位応答波形と絶対加速度応答波形
模擬地震動②（告示スペクトル ランダム位相 包絡曲線：Jennings タイプ）

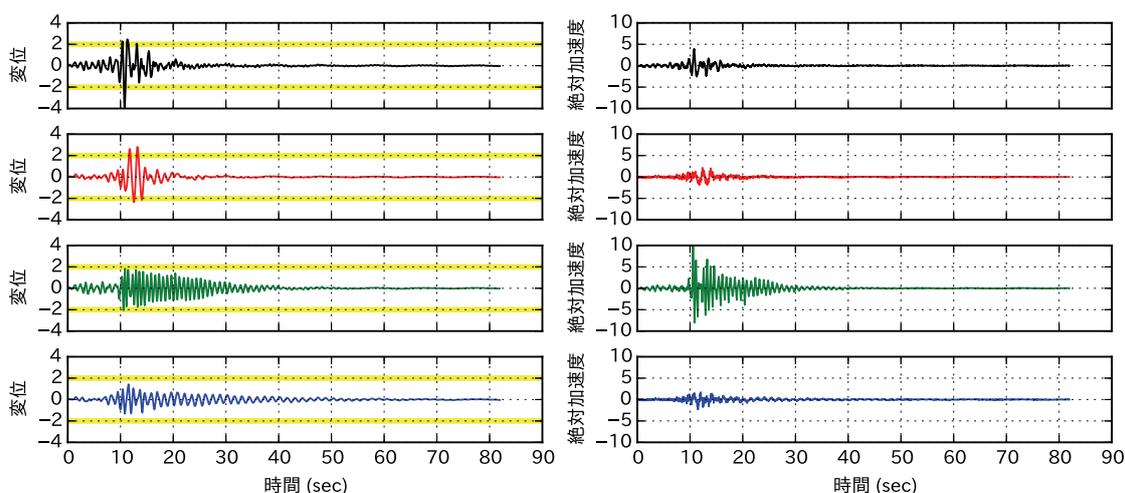


図 3.22 変位応答波形と絶対加速度応答波形
模擬地震動③（告示スペクトル 神戸位相）

3.4.3 実地震波入力に関する検討

本項では、実地震波入力に関する検討を行う。入力波としては、図 3.23 に示すエルセントロ波、タフト波、八戸波、JMA 神戸波を採用した。図 3.24 に加速度応答スペクトルを示す。模擬地震波と比較して、実地震波の場合には応答スペクトルの山谷が顕著となる。比較検討するモデル<S-t>, <R-r>, <N-r>, <NR-r>は 1 次固有周期が異なり、さらに非線形系の<N-r>, <NR-r>に至っては、変位によって 1 次固有周期が変動する。実地震波の応答スペクトルの山谷と、各モデルの固有周期との兼ね合いで、応答解析結果がどのような影響を受けるかを明らかにすることが本項の目的である。

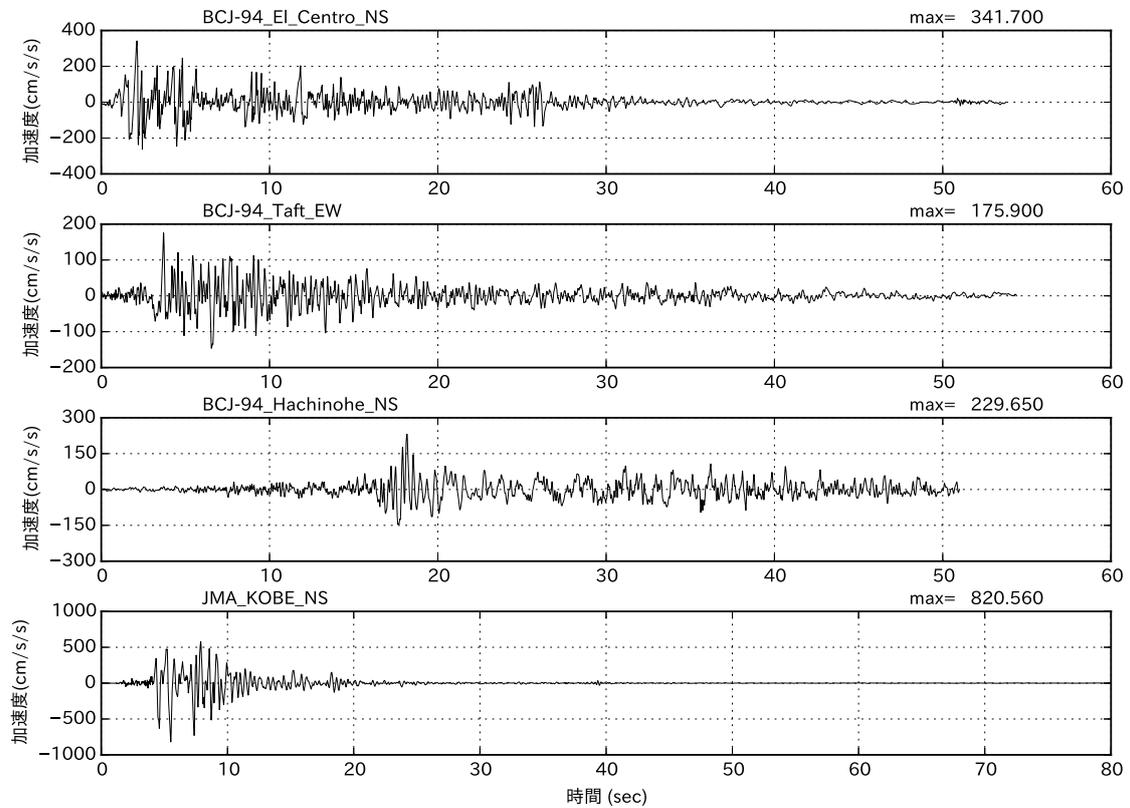


図 3.23 実地震波の時刻歴波形

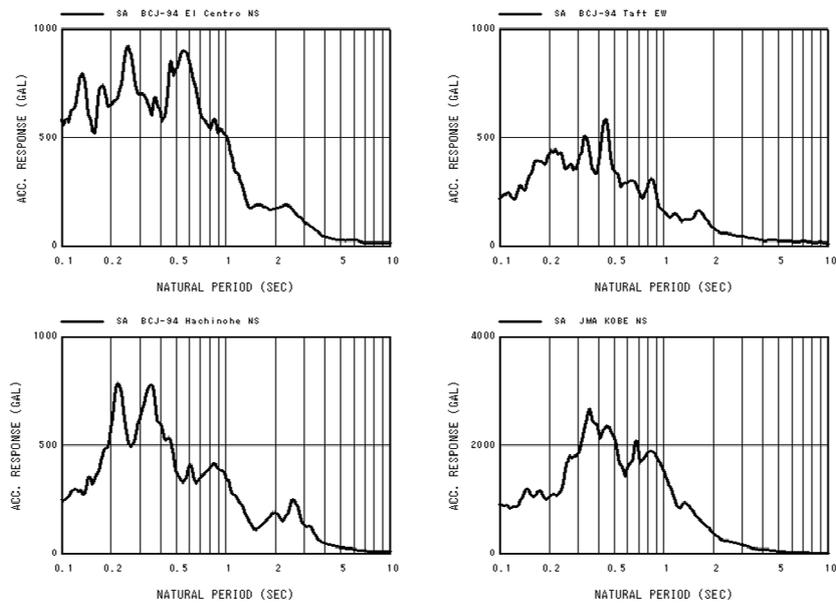


図 3.24 実地震波の加速度応答スペクトル

図 3.25～図 3.28 に、実地震 4 波を入力したときの応答変位と絶対応答加速度を示す。主構造系の 1 次固有周期 T_1 を横軸とし、上段から波形倍率 $p = 2, 3, 4$ の 3 ケースを示した。主構造系の固有周期 1 秒の $\langle S-t \rangle$ における変位が $x_1 = 1$ となる波形倍率を $p = 1$ としているため、全体的な大きさにはばらつきがあるが、モデル $\langle S-t \rangle$, $\langle R-r \rangle$, $\langle N-r \rangle$, $\langle NR-r \rangle$ の相対的な大小関係などは入力波によらず以下のような傾向を示している。

a) 応答変位

- ・モデル $\langle R-r \rangle$ は、応答変位のピーク値は $\langle S-t \rangle$ と同じレベルであるが、共振振動数比は低振動数比側にシフトしている。
- ・非線形系の $\langle N-r \rangle$ と $\langle NR-r \rangle$ では、 $p = 2, 3, 4$ と波形倍率を増やしていっても、目安である $x_1 = 2$ 付近で応答変位が抑制される。

b) 絶対応答加速度

- ・硬化型復元力特性を組み込んだ $\langle N-r \rangle$ では絶対応答加速度が激増している。
- ・仮想質量要素を組み込んだ $\langle R-r \rangle$ の絶対応答加速度は小さくなる。
- ・波形倍率 p が小さいときには $\langle S-t \rangle$ と $\langle NR-r \rangle$ は同じレベルであるが、 p が大きくなるに従って、 $\langle NR-r \rangle$ の絶対応答加速度の方がやや大きくなる。
- ・仮想質量要素を組み込んだ $\langle R-r \rangle$ と $\langle NR-r \rangle$ では、主構造の一次固有周期が大きい領域において、絶対応答加速度の下げ止まりが見られる。

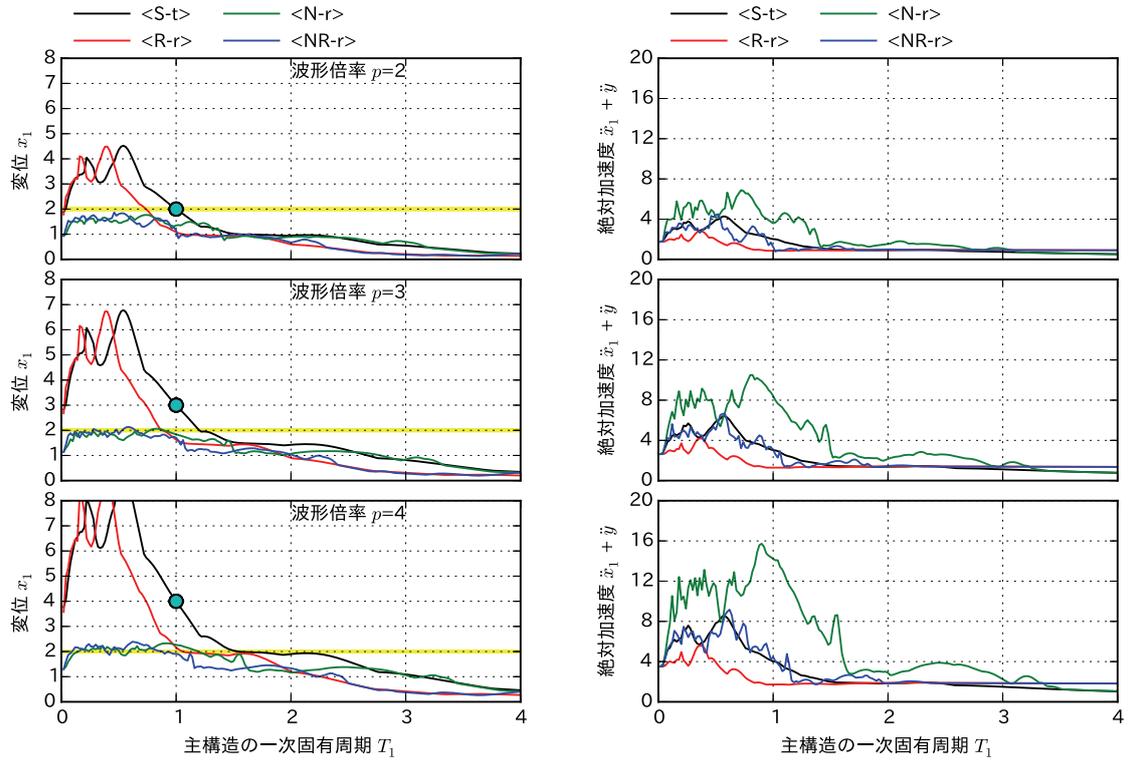


図 3.25 応答変位と絶対応答加速度 (エルセントロ波)

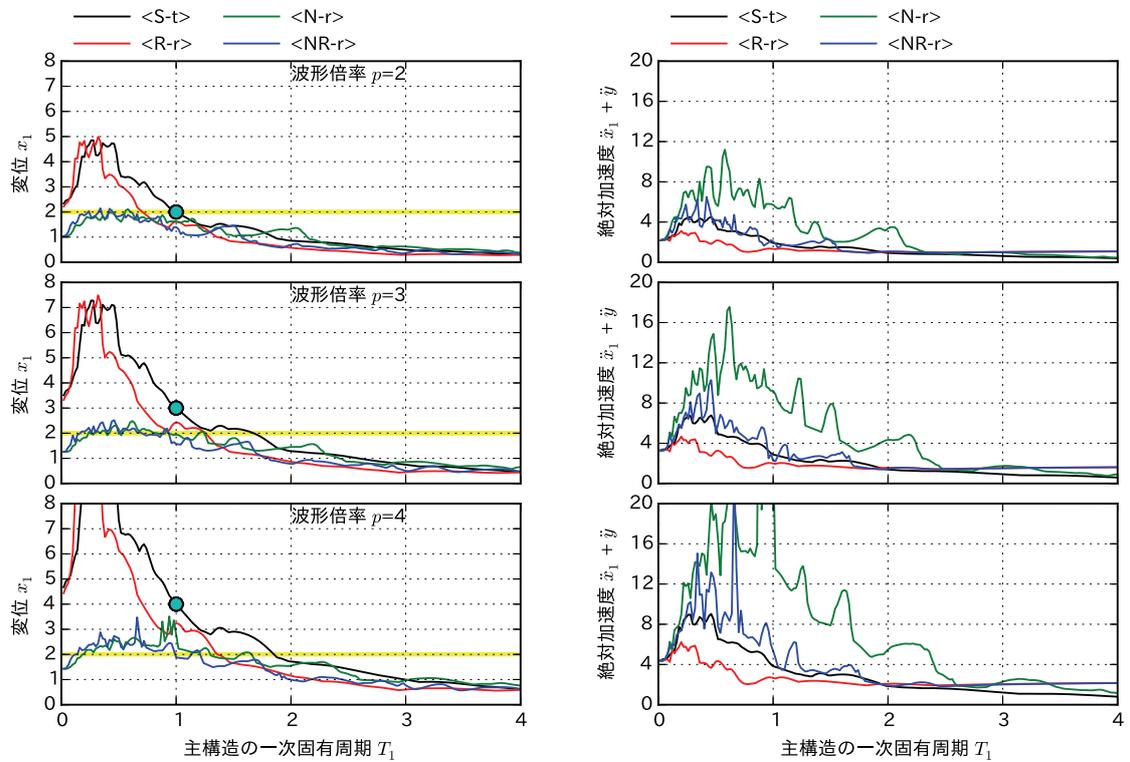


図 3.26 応答変位と絶対応答加速度 (タフト波)

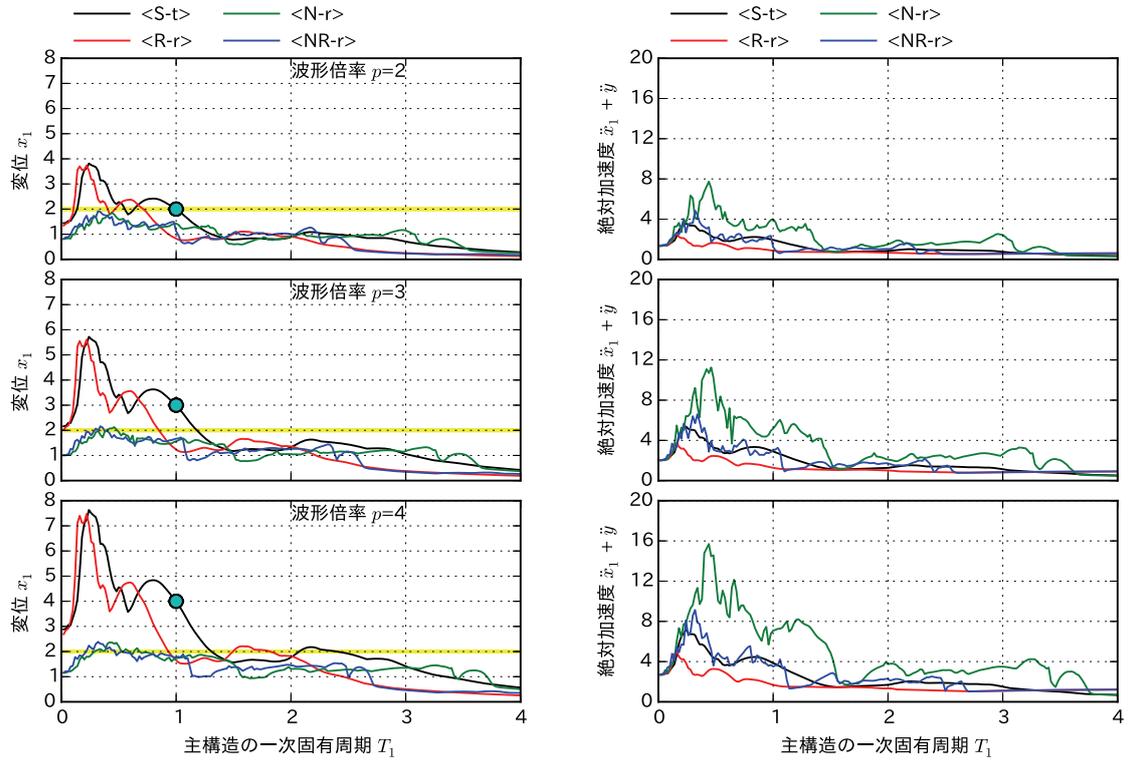


図 3.27 応答変位と絶対応答加速度（八戸波）

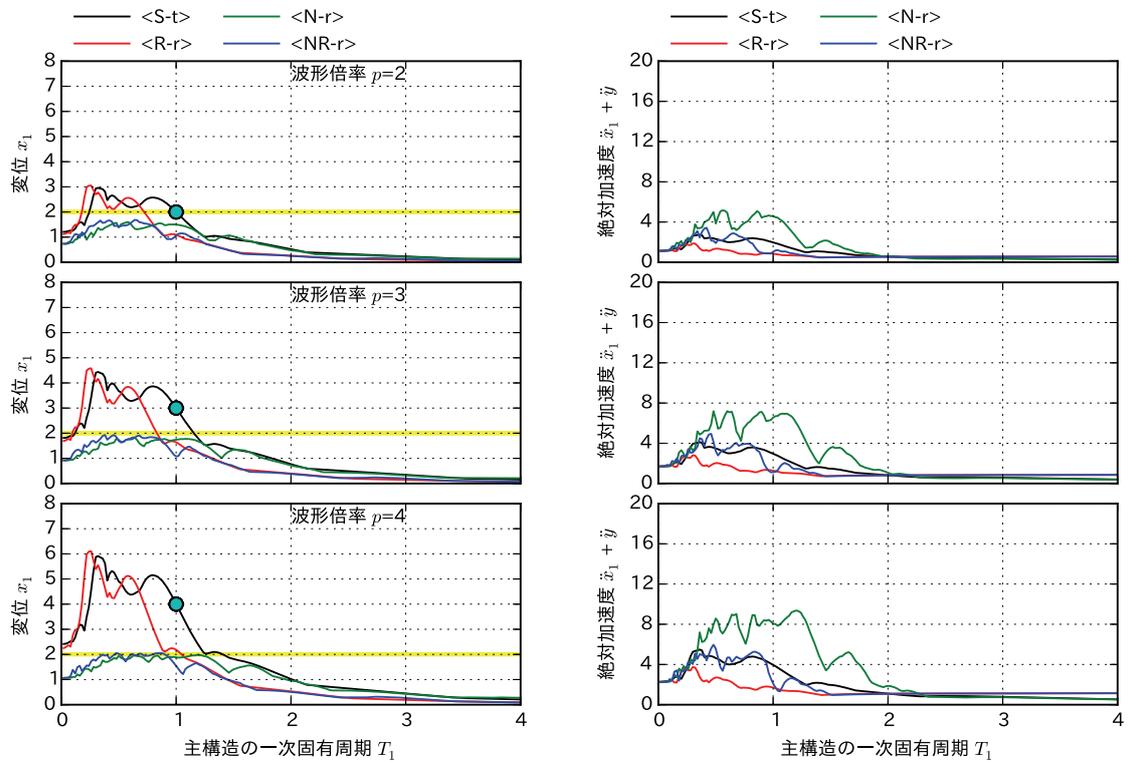


図 3.28 応答変位と絶対応答加速度（JMA 神戸波）

3.4.4 応答変位と絶対応答加速度の関係

3.4.2 項の模擬地震波入力や 3.4.3 項の実地震波入力に関する検討から、応答変位と絶対応答加速度の大小関係は波形の種類に依らず同じ傾向があることが分かった。本項では、3.4.2,3.4.3 項で求めたすべてのデータを用いて、応答変位と絶対応答加速度の関係を明らかにする。図 3.29 に、各解析モデルでの応答変位と絶対応答加速度の関係を示す。線形系モデルである<S-r>, <R-r>では、応答変位と絶対応答加速度の間には線形関係が見られ、図中にも直線状の分布となっている。一方、非線形系モデルである<N-r>, <NR-r>では変位増加に伴い絶対加速度が急増する傾向がみられる。なお、変位 $x_1 = 2$ の場合を例にすると、<S-t>の絶対加速度が $\ddot{x}_1 + \ddot{y} = 2$ 程度であり、<N-r>は $\ddot{x}_1 + \ddot{y} = 9$ 程度である。ばねの負担力は、<S-t>は $k_1 x_1$ 、<N-r>は $k_1 x_1 + g_1 x_1^3$ である。それらの比をとり、硬化型剛性比 $\beta_1 = g_1/k_1 = 1$ と変位 $x_1 = 2$ を代入すると、2 対 9 となり図中の値とほぼ等しくなる。また、<NR-r>は主構造系の質量が 2 倍となっているので、2 対 4.5 となり図中の値とほぼ等しくなる。以上のことから、非線形系である<N-r>, <NR-r>の絶対応答加速度が急増する曲線は、硬化型復元力特性を反映しているものと考えられる。

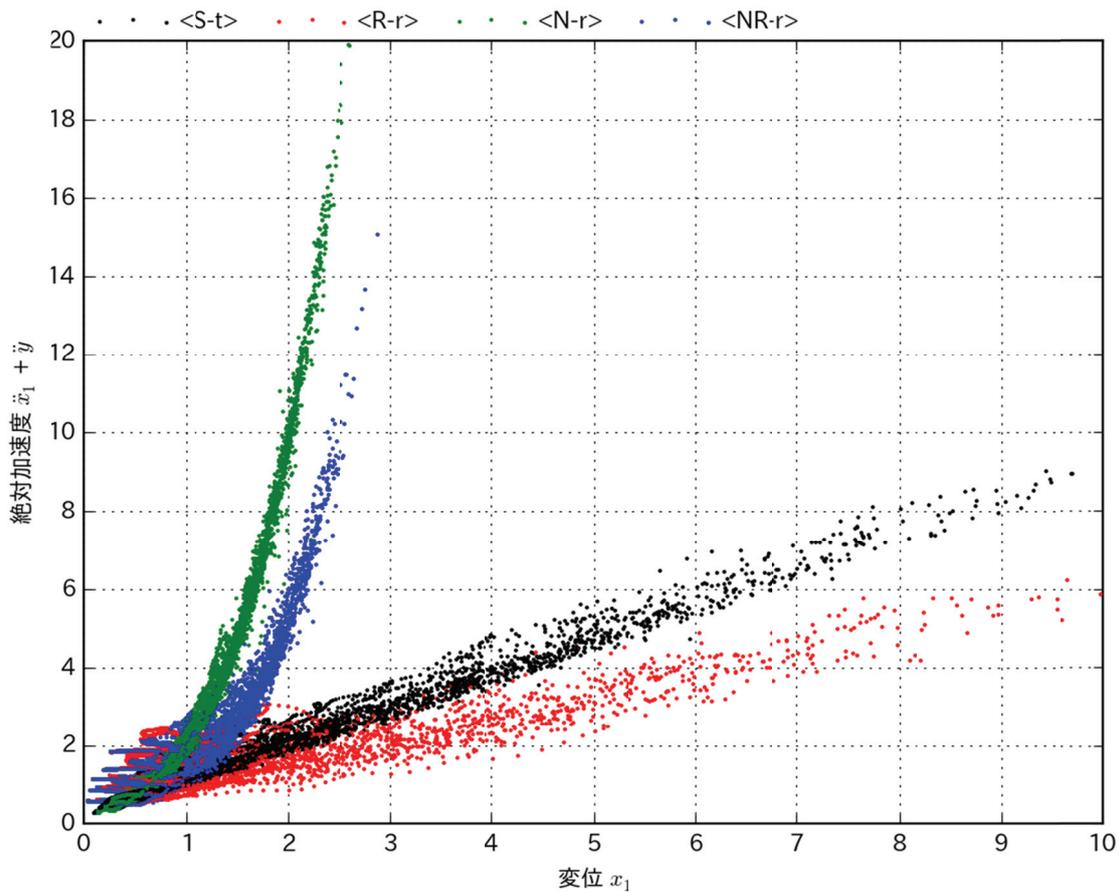


図 3.29 各解析モデルでの応答変位と絶対応答加速度の関係

図 3.30 に、モデル<S-t>の応答変位と各解析モデルの応答変位の関係を示す。図中の各点は、同じ入力動に対する応答変位の値を描画したものである。当然、モデル<S-t>は原点を通る直線となる。モデル<R-r>はばらつきが大きいものの、<S-t>と同程度か、やや小さめの分布となっている。一方、非線形系である<N-r>と<NR-r>は、<S-t>の変位が増えても $x_1 = 2 \sim 3$ 程度に収まっていることが分かる。

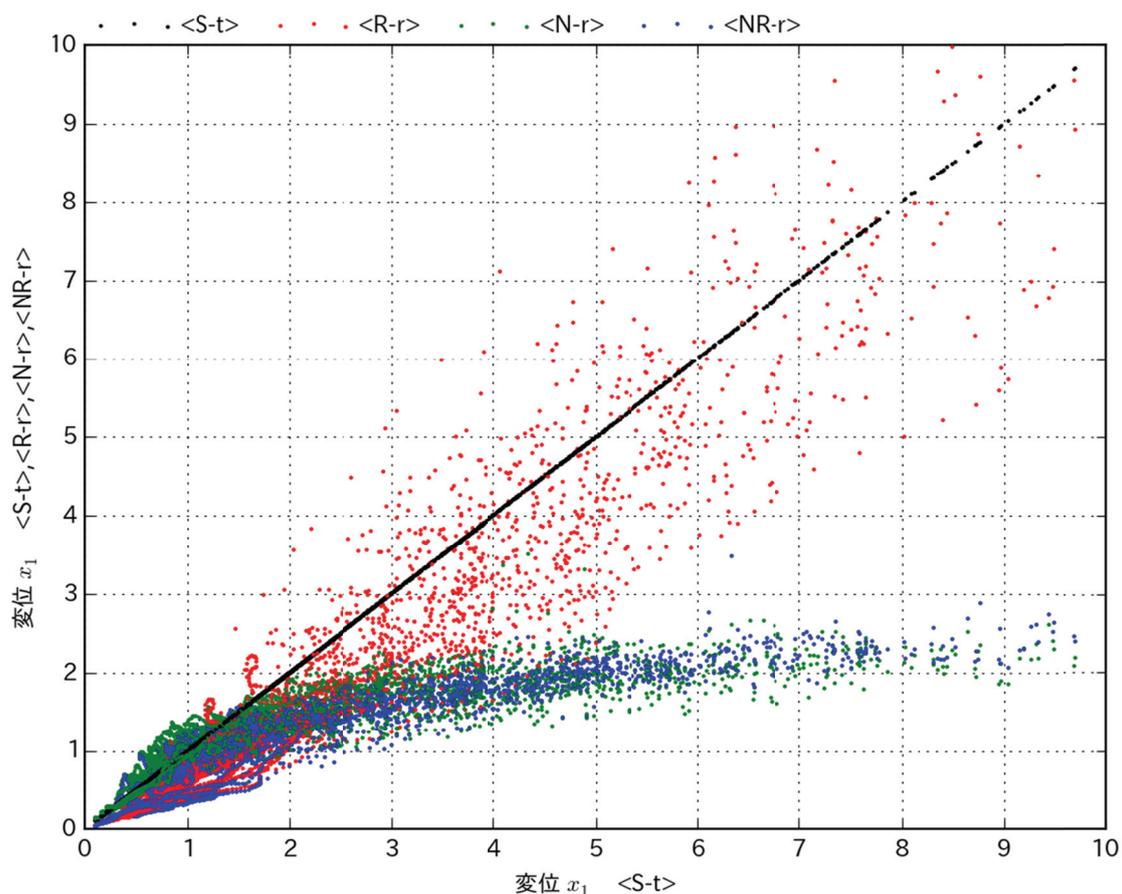


図 3.30 モデル<S-t>の応答変位と各解析モデルの応答変位の関係

図 3.31 に、モデル<S-t>の絶対応答加速度と各解析モデルの絶対応答加速度の関係を示す。図中の各点は、同じ入力動に対する絶対応答加速度の値を描画したものである。この場合も、モデル<S-t>は原点を通る直線となる。絶対加速度についてはばらつきが大きいものの、原点を通る直線状の分布となっている。仮想質量を有する<R-r>と<NR-r>では、下げ止まりの影響と思われる水平方向の直線が絶対加速度が小さい範囲で見られる。絶対加速度は大きい方から、<N-r>、<NR-r>、<S-t>、<R-r>の順番となっている。なお、<NR-r>と<S-t>の差は小さい。

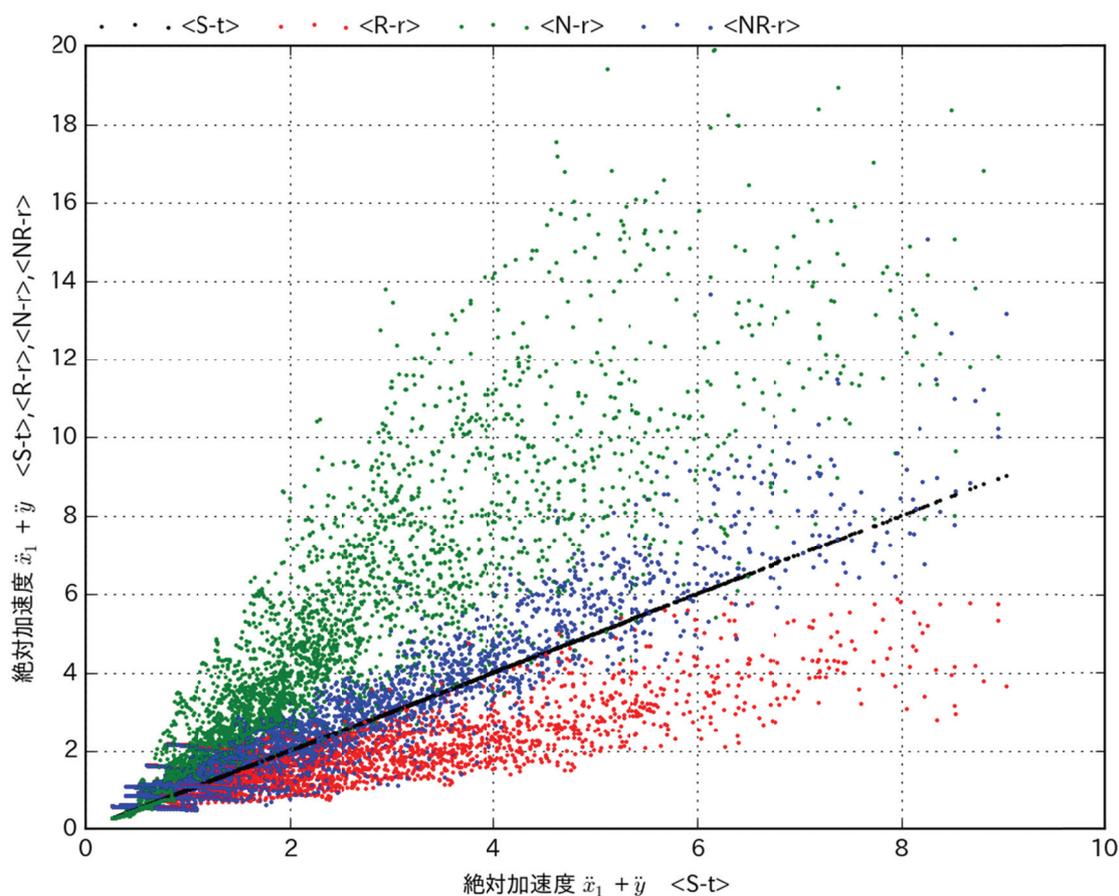


図 3.31 モデル<S-t>の絶対応答加速度と各解析モデルの絶対応答加速度の関係

以上のことから、硬化型復元力特性と回転慣性要素を組み込んだモデル<NR-r>は、従来型の TMD 機構を有するモデル<S-t>と比較して、絶対応答加速度をほとんど増加させずに、応答変位を大幅に低減できることが確かめられた。

また、<NR-r>は、<N-r>と<R-r>の両方の特徴を併せ持つことから、<NR-r>の設定値を<R-r>に近づければ（非線形項の剛性を小さくするか、仮想質量を大きくする）、応答変位と絶対応答加速度の両方を低減できる<NR-r>も設定できると考えられる。

3.5 まとめ

第 3 章では、シューティング法と接続法を組み合わせる手法を用いて、定常波入力時の共振曲線について考察した。次にパルス波入力時の振動特性を非線形時刻歴応答解析により求めた。最後に地震波入力時の振動特性について検討した。

入力動を増加させた場合、線形系である従来型の TMD では入力動の大きさに比例して応答が大きくなる。一方、提案した新構造形式では、入力動が大きくなっても、応答変位を目標値に抑制でき、応答加速度も従来型の TMD と同程度に抑えられることが確かめた。

提案した構造形式は、応答変位の抑制に効果があることから、例えば、応答変位のクライテリアがある免震構造などに適用できる考えられる。

3.1 節では、3 章で検討する 4 つの解析モデル ($\langle S-t \rangle$, $\langle R-r \rangle$, $\langle N-r \rangle$, $\langle NR-r \rangle$) の一覧を示した。また、免震建物に対する応答変位の目安として $x_1 = 2 \sim 3$ を採用した。

3.2 節では、共振曲線により定常波入力に関する検討を行った。非線形系モデル $\langle N-r \rangle$, $\langle NR-r \rangle$ では変形の大きさによって主構造系の固有周期が変動するため、定点理論による最適解が意味をなさず、TMD 機構の同調振動数が設定できない。そこで、波形倍率 $p = 1$ の Z 点を参考に同調振動数比 η を設定した。背骨曲線に沿った応答増幅を、同調振動数比 η で分断することで応答増幅を抑制していると考えられる。

3.3 節では、パルス波入力に関する検討を行った。パルス波としては Ricker 波を用いた。

共振曲線の考察から、応答変位については以下のことが分かった。

- ・線形系の $\langle S-t \rangle$ と $\langle R-r \rangle$ の応答変位のピーク値は同じレベルであるが、 $\langle R-r \rangle$ は $\langle S-t \rangle$ と比べて低振動数比側にシフトしている。
- ・非線形系の $\langle N-r \rangle$ と $\langle NR-r \rangle$ では、波形倍率を増やしていても、 $x_1 = 2$ 付近で応答変位が抑制される。

絶対応答加速度については以下のことが分かった。

- ・硬化型復元力特性を組み込んだ $\langle N-r \rangle$ では絶対応答加速度が激増している。
- ・仮想質量要素を組み込んだ $\langle R-r \rangle$ の絶対応答加速度は小さい。
- ・波形倍率 p が小さいときには $\langle S-t \rangle$ と $\langle NR-r \rangle$ は同じレベルであるが、 p が大きくなるに従って、 $\langle NR-r \rangle$ の絶対応答加速度の方がやや大きくなる。
- ・仮想質量を組み込んだ $\langle R-r \rangle$ と $\langle NR-r \rangle$ では、絶対応答加速度の下げ止まりが見られる。

応答波形の考察から、非線形系の<N-r>,<NR-r>では変位応答の最大値は抑制できるものの、最大値発生後の後揺れについては線形系の<S-t>,<R-r>よりも低減がゆるやかであることが分かった。

3.4 節では、地震波入力に関する検討を行った。地震波としては模擬地震 3 波、実地震 4 波を用いた。主構造系の 1 次固有周期を変化させた場合の地震波入力時の応答変位と絶対応答加速度について考察した。応答変位と絶対応答加速度の傾向はパルス波の場合とほとんど同じであった。

応答波形の考察から、最大応答値の発生時刻について、線形系の<S-t>,<R-r>では地震の主要動の早い時間帯に、非線形系の<N-r>,<NR-r>では主要動の遅い時間帯で発生している現象が見られた。非線形系の最大値は共振によるものと考えられる。

模擬地震 3 波、実地震 4 波の応答解析結果をすべて用いて応答変位と絶対応答加速度の傾向について総合的に検討した結果、以下のことが分かった。

- ・ 応答変位と絶対応答加速度の関係から、<N-r>,<NR-r>の絶対応答加速度が急増する曲線は、硬化型復元力特性を反映しているものと考えられる。
- ・ <S-t>の応答変位と各解析モデルの応答変位の関係から、<R-r>は<S-t>と同程度の大きさとなっている。一方、<N-r>と<NR-r>は、<S-t>の変位が増えても応答変位の目安とした $x_1 = 2 \sim 3$ 程度に収まる。
- ・ <S-t>の絶対応答加速度と各解析モデルの絶対応答加速度の関係から、仮想質量を有する<R-r>,<NR-r>は下げ止まりの影響が観察できた。絶対加速度は大きい方から、<N-r>,<NR-r>,<S-t>,<R-r>の順番であるが、<NR-r>と<S-t>の差は小さい。

第3章 参考文献

- 3.1) 三輪田 吾郎, 小巻 潤平, 佐藤 浩太郎 : 実大免震建物の擁壁衝突実験とそのシミュレーション解析, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 76, No. 663, pp. 899–908, 2011.5
- 3.2) 大崎順彦 : 建築振動理論, 彰国社, pp. 154–158, 1996
- 3.3) 構造解析システム「設計用入力地震動設定支援 GMD」,
http://www.shimz.co.jp/tw/tech_sheet/rn0095/rn0095.html, (accessed 2015-11-2).

第4章 損傷分散による多層制振構造

4.1 はじめに

1981年に新耐震設計法が施行された。それ以降に建設された構造物については大地震時にも層崩壊などの修復不可能なレベルの被害を受けることは少ないと予想される。しかし、構造部材になんらかの損傷を受けることは十分に考えられ、被災後の補修を適切に行うことが必要となる。残留耐力評価^{4.1)}や補修後耐震性能に関する実験的研究^{4.2)}も行われているが、残存耐力や補修後耐力を精度よく推定することは現実的には難しい。

被災建物の残存耐力が不明の場合には、安全性の観点から過剰に耐震補強する必要がでてくる。その結果、建物の短周期化により転倒モーメントが増大し、建物下層部の柱や杭の軸力変動も大きくなる。過去の震災では、液状化や側方流動等の痕跡が無いにも関わらず地震時の高軸力により杭頭部が破壊されて上部建物が傾斜した被害例^{4.3)}がある。また、杭軸力が大きいほど先行して杭が破壊するとした載荷試験結果^{4.4)}も報告されている。既存建物の杭の補強は極めて困難なため、転倒モーメント増加を抑制できる耐震補強法が必要とされる。また、最適な降伏せん断力係数分布となるように建物諸元を設定することは多層骨組の損傷低減に有効であるが、残存耐力を精度よく評価できなければ、補修後の建物に弱層が存在することは避けられない。この場合には補修後に発生する地震により、弱層へ損傷が集中して層崩壊につながる恐れもある。そのため、任意の層に弱層がある場合の損傷集中度の定量的な評価手法が必要である。

第4章では、多層建物を対象とした硬化型補強の応答低減メカニズムを解明し、従来型補強と比較した場合の有用性を明らかにする。評価指標は、転倒モーメントと最大塑性率である。骨格曲線の形状に着目し、硬化型補強の応答低減メカニズムや弱層がある場合の塑性率の増加量を、減衰項を考慮した疑似的な力の釣り合いから説明できることを示す。なお、計算機の性能向上により多層せん断棒の時刻歴応答解析が短時間で可能となってきたことから、本論文では、得られた知見を実用的な観点から整理し、少数の応答計算結果を用いて評価指標を簡易的に算定する手順も示す。

4.2節では対象とする解析モデルについて述べる。4.3節では弱層がない場合の応答解析結果について考察し、減衰項を考慮した層せん断力と塑性率の関係式を多層に拡張する。4.4節では弱層の有無による応答解析結果について考察し、弱層が無い場合の塑性率から弱層がある場合の塑性率予測式を提案する。4.5節では、弱層がある場合の最大塑性率や転倒モーメントの予測手順を示す。4.6節では、ギャップ率を変動させた場合の応答低減効果について検討する。

4.2 解析モデル

図 4.1 に示すような 10 層せん断モデルを作成した。既存建物の i 層のばね剛性 k_i は、最下層剛性 k_1 と最上層剛性 k_N を補間して求めた。 k_1/k_N は図中に示した値とした。既存建物の固有値解析を行い、1 次固有周期 T が解析条件値になるように k_1 を設定した。固有周期の範囲は $T=2\sim 4$ (秒) であり、実際には高層～超高層建物を 10 層モデルに縮合していることとなる。既存建物はバイリニア復元力でモデル化し、2 次勾配はゼロとした。1 層の降伏せん断力を F_{y1} としたときの高さ方向の分布は A_i 分布により設定した。 i 層の減衰は $c_i = hk_i T / \pi$ で設定した。

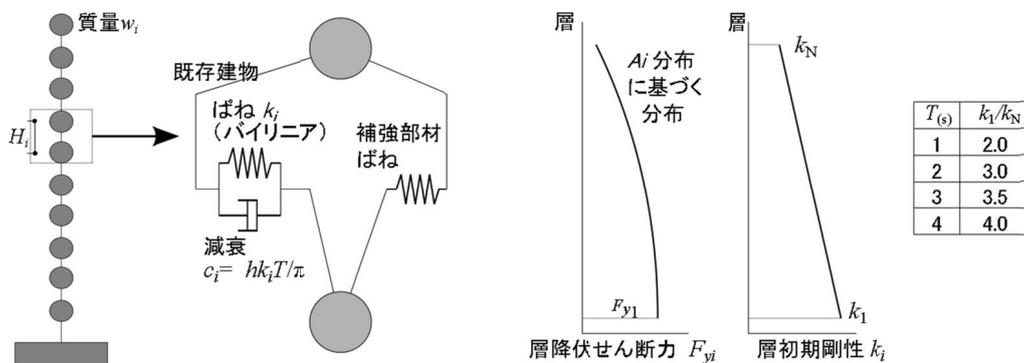


図 4.1 解析モデル

本論文では図 4.2(a) に示した 2 つの補強建物の比較を行う。 F は層せん断力、 f は層せん断力係数である。添え字の y 、 m 、 a はそれぞれ降伏点、既存建物、補強部材を示す。なお、ここでは i 層を示す下添え字 i は省略している。塑性率 μ は各層の応答層間変位 u を降伏変位 u_y で除した値 ($\mu = u / u_y$) である。従来型補強の復元力は、補強倍率 p の初期剛性を持つ線形としてモデル化する。ここで、補強倍率 p は従来型補強の初期剛性を既存建物の初期剛性で除した値である。復元力特性の骨格曲線の剛性を比べると、(i) 従来型補強建物では $\mu \leq 1$ で $1+p$ 、 $\mu \geq 1$ で p であるのに対し、(ii) 硬化型補強建物では、 $\mu \leq 1$ で 1 、 $\mu \geq 1$ で $g=1$ の場合は $2p$ となる。また、おなじ塑性率では履歴吸収エネルギー (図 4.2 の薄塗部の面積) が一致する。図 4.2(b) に骨格曲線を同じにした場合を参考までに示す。ギャップ率 $g=1.0$ の硬化型補強の骨格曲線は、2 次勾配が $2p$ のバイリニアと同じである。しかし、骨格曲線を同じにした従来型補強では、2 次勾配を大きくするに従い履歴吸収エネルギー (薄塗部の面積) が小さくなるが、硬化型補強は 2 次勾配が大きくなっても履歴吸収エネルギーは変化しない。この点において、本論文で行っている従来型補強と硬化型補強の比較は、単に、初期剛性と 2 次勾配が異なるバイリニア復元力を比較したものではない。

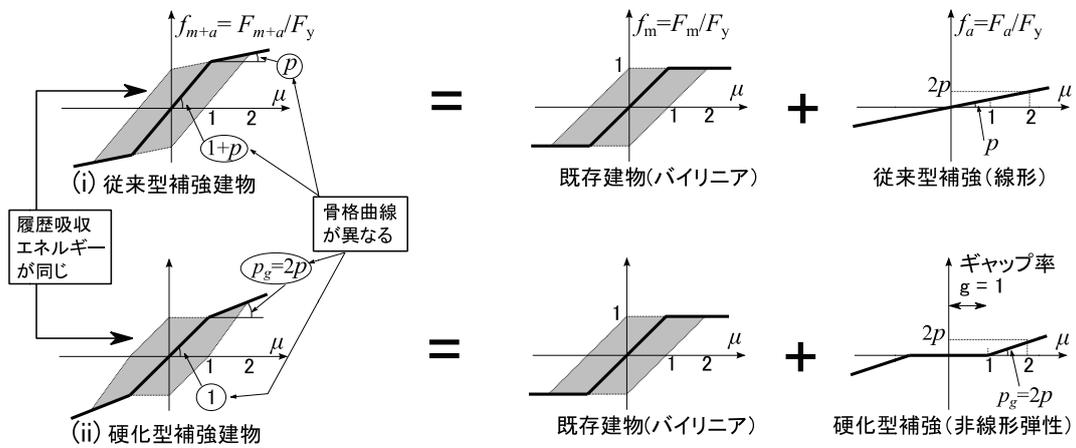


図 4.2(a) 履歴吸収エネルギーが同じ従来型補強建物と硬化型補強建物

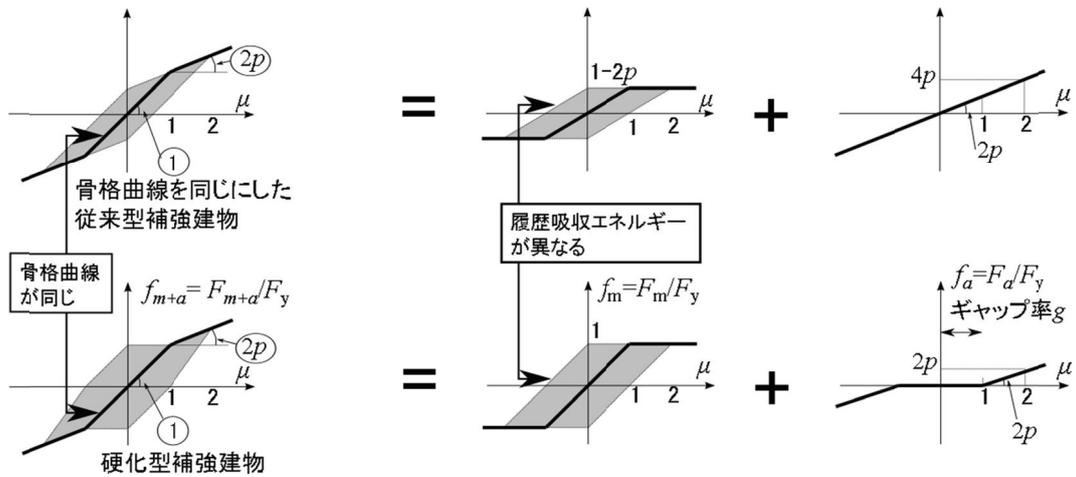


図 4.2(b) 骨格曲線が同じ従来型補強建物と硬化型補強建物

図 4.3 に骨格曲線の比較を示す。硬化型補強の復元力は、 $\mu \leq g$ ではせん断力を負担せず、 $\mu \geq g$ では傾き p_g を持つ非線形弾性としてモデル化する。ここで、ギャップ率 g はギャップ変位 u_g を降伏変位 u_y で除した値 ($g = u_g / u_y$) である。各補強法による応答低減効果の評価は、主に $1 \leq \mu \leq 3$ の範囲で行うこととした。そこで、 $\mu \geq g$ での傾き p_g は、塑性率 $\mu = 2$ において硬化型補強と従来型補強の層せん断力が交差するように $p_g = 2p / (2 - g)$ で設定した。ギャップ率 g に関する予備解析 (4.6 節参照) を行った結果、 $g = 1$ 近傍において硬化

型補強の応答低減効果が大きかったことから、最初に $g=1$ の場合について検討する。硬化型補強においても、骨格曲線を合成した補強建物全体では硬化域は存在しないため、本検討では衝突現象のようなものは発生しない。

図 4.4 に示すように、被災して残存耐力が低下した既存建物に対して、被災前の耐力レベルまで補修された場合と、不十分な補修により弱層が発生する場合を考える。弱層は既存建物の 1 つの層で発生し、弱層以外の層は被災前の耐力レベルまで補修されているとする。弱層は、初期剛性および降伏せん断力に弱層倍率 $\varphi=0.8$ を乗じることで表現しているため、降伏点の塑性率は弱層でない場合と同じになる。このような弱層を含有する補修後の既存建物に対して、さらに従来型補強と硬化型補強を施した場合の耐震性能を比較する。

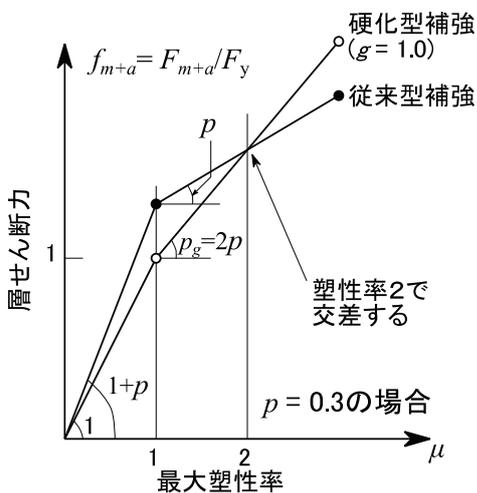


図 4.3 骨格曲線の比較

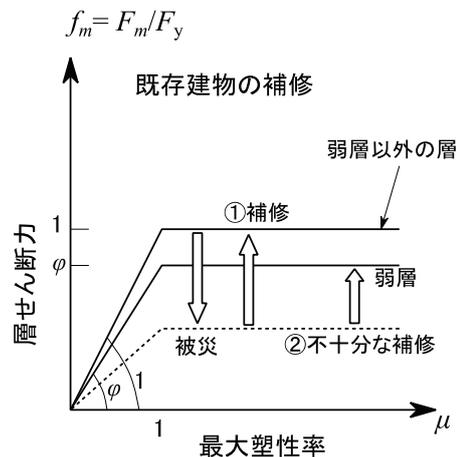


図 4.4 既存建物の補修と弱層

入力波としては、スペクトル特性の影響を極力抑えた傾向を見るために、ランダム位相の告示スペクトル 100 波を用いた。図 4.5 に速度応答スペクトルの平均値の $\pm\sigma$ 、 $\pm 2\sigma$ と加速度波形の例を示す。応答解析結果についても 100 波の平均値を用いた。波形倍率 γ は、 $\gamma=1/\mu_{mean}$ で定義した。ここで、 μ_{mean} は次の手順で算定した。まず、弱層なしの線形モデルについて線形時刻歴解析を行い各層の層間変形 μ_{el} を求める。非線形モデルの各層の降伏変位 u_y で μ_{el} を除した値について全層での最大値を求める。 μ_{mean} は、入力 100 波に対して求めた最大値の平均値とする。入力波によりばらつきはあるものの、波形倍率 $\gamma=1$ のときに弱層なしモデルが降伏する目安となっている。

表 4.1 に解析条件一覧を示す。非線形時刻歴解析の継続時間は 80 秒、時間刻みは 0.01 秒とした。

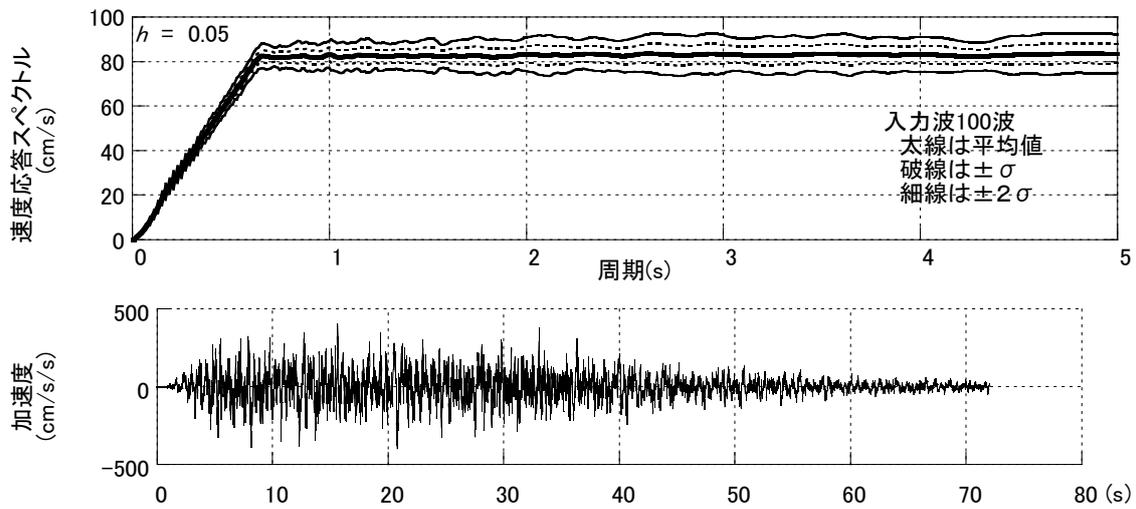


図 4.5 速度応答スペクトルと加速度波形の例

表 4.1 解析条件

項目	4.3.4節以外の検討用		4.3.4節の検討用	
	範囲	パラメタ数	範囲	パラメタ数
既存建物の固有周期 T (sec)	1, 2, 3, 4 秒	4	同左	4
層数 N	10	1	1, 5, 10, 40	4
弱層位置	弱層なし、弱層あり (1F, 5F, 9F)	4	弱層なし	1
減衰定数 h	0.02, 0.05, 0.10	3	同左	3
補強種別	従来型補強 ($g = 0.0$)、硬化型補強 ($g = 1.0$)	2	同左	2
補強倍率 p	0.0, 0.1, 0.2, 0.3	4	0.0, 0.1, 0.3	3
波形倍率 γ	0.2, 0.8, 1.0~3.0 (0.2刻み)	13	同左	13
波形数	100波	100	同左	100
計算ケース総数		499200		374400

4.3 解析結果の検討（弱層がない場合）

4.3.1 塑性率と転倒モーメントの関係

図 4.6 に弱層がない場合の塑性率と転倒モーメントの関係を示す。 $m = M / M_e$ は転倒モーメントの無次元量であり、 M は転倒モーメント、 M_e は全層降伏時の転倒モーメントで(4.1)式による。

$$M_e = \sum_{i=1,N} F_{yi} H_i \quad (4.1)$$

図中の上段は波形倍率が増える方向に線分で結んだものであり、図 4.3 の骨格曲線に類似した傾向となっている。このことから、初期剛性が小さいほど転倒モーメントを小さくできることがわかる。なお、両補強法の転倒モーメントが同レベルになるのは塑性率が 2 を大きく超える領域となっている。これは、全層の塑性率が同一でないことや発生時間のずれが影響しているためである。図中の下段は波形倍率 $\gamma = 1.0, 1.6, 2.2$ について補強倍率を増やした場合の従来型補強と硬化型補強の応答の違いを示している。従来型補強と比較して、硬化型補強では転倒モーメントの増加が抑制されていることが分かる。

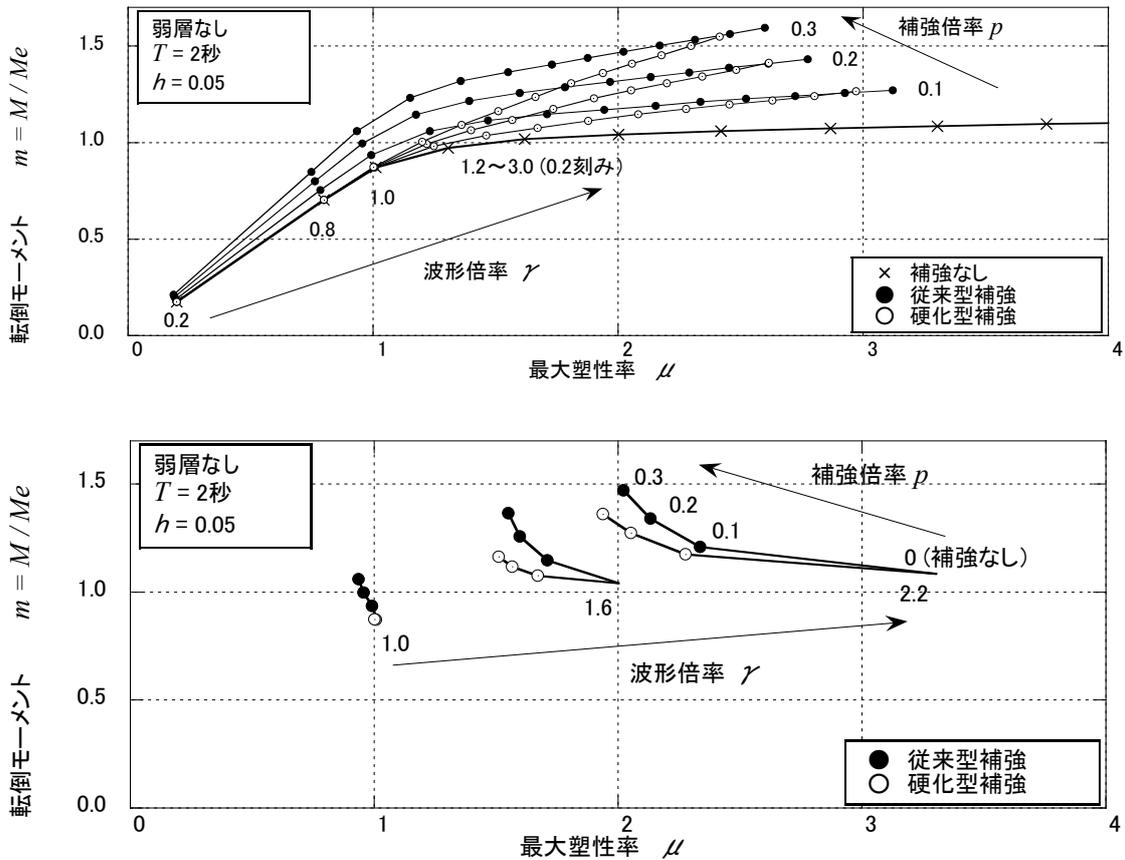


図 4.6 転倒モーメント

4.3.2 塑性率と最大応答加速度の関係

図 4.7 に塑性率と最大応答加速度の関係を示す。検討対象の硬化型補強では既存建物の剛性低下の一部を補っているだけであるので、衝突時に発生するような大きな加速度は発生しない。図 4.6 と同じ傾向を示しており、従来型補強と比較しても最大加速度は小さい。

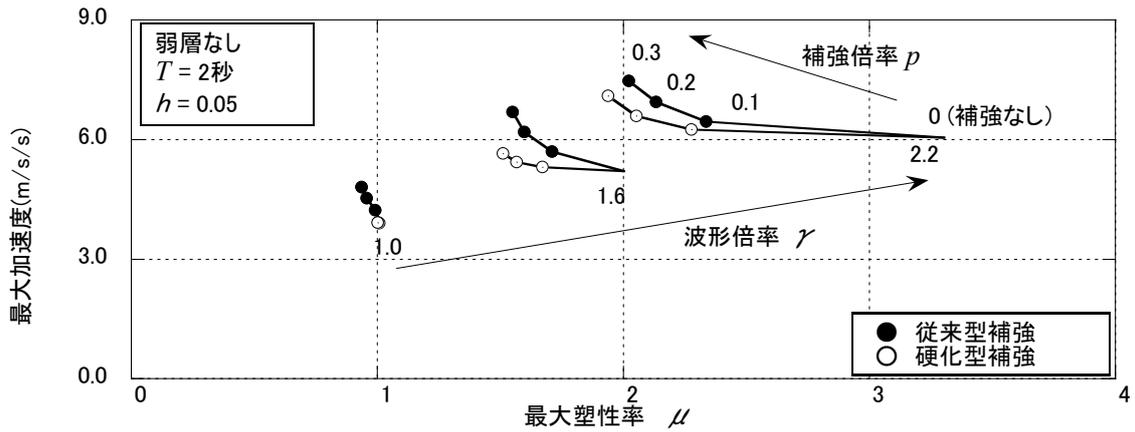


図 4.7 塑性率と最大応答加速度の関係

4.3.3 塑性率の高さ方向の分布

図 4.8 に塑性率の高さ方向分布を示す。 A_i 分布に基づいて作成したモデルであり、塑性率 $\mu=1$ 近傍では高さ方向のばらつきは少ない。また、減衰が大きい場合は下層部で塑性率が大きくなる傾向がある。このことは小堀ら^{4.5)}も指摘しており、笠井ら^{4.6)}も減衰の影響を考慮した修正 A_i 分布を提案している。塑性率 $\mu \geq 1$ では、弾性域で相対的に塑性率が大きかった層において塑性率が大きくなる傾向がある。弾性限強度分布が塑性率分布に大きく寄与するという小堀ら^{4.7)}の指摘とも整合している。また、層塑性率については、硬化型補強の方が平準化効果大きい。

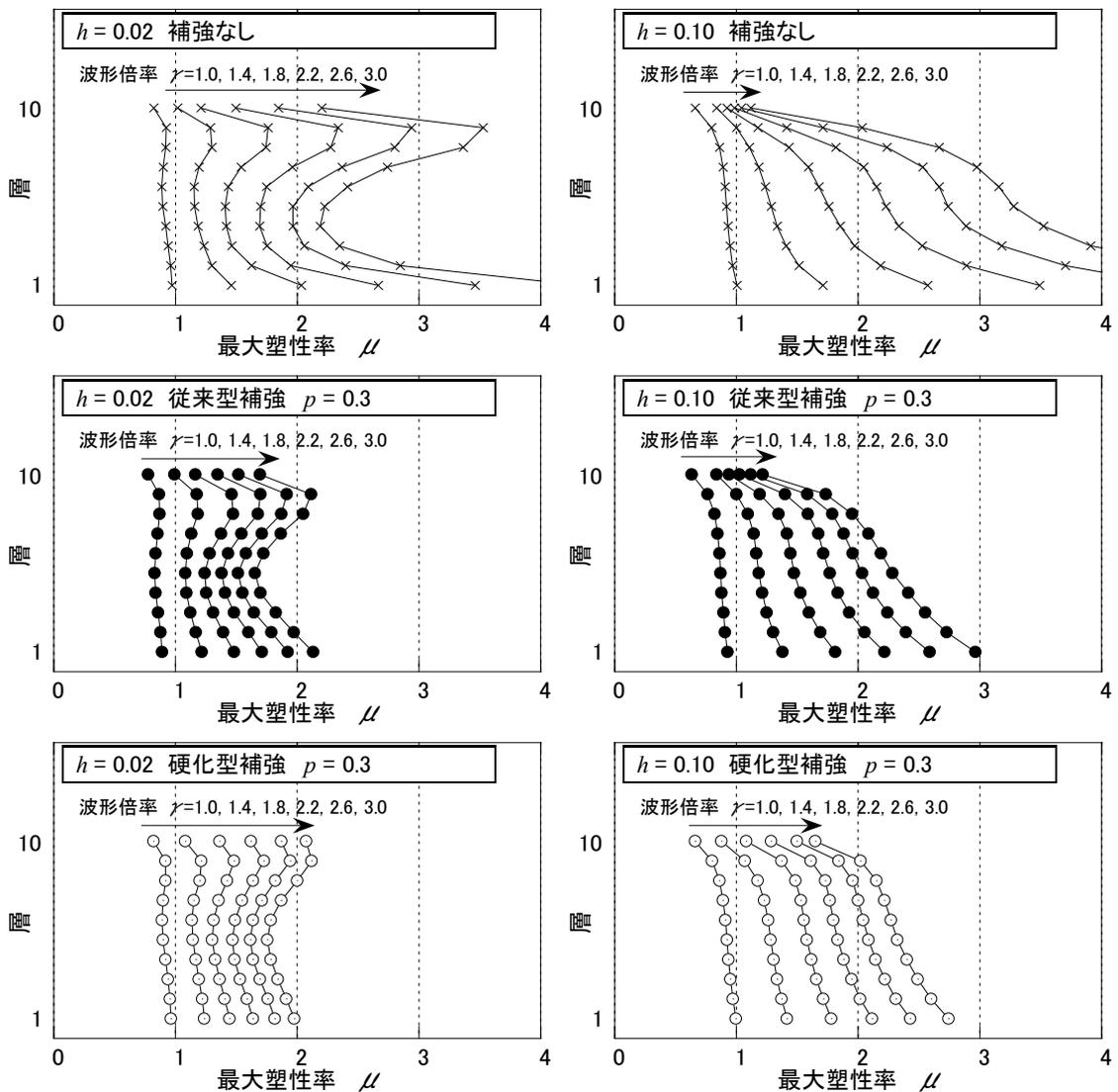


図 4.8 塑性率の高さ方向分布 (弱層なし、 $T=2$ 秒)

図 4.9 に、固有周期 $T=2$ 秒、減衰定数 $h=0.05$ 、硬化型補強 $p=0.3$ の場合の波形倍率と各層の塑性率の関係を示す。縦軸は、塑性率 μ を波形倍率 $\gamma=1$ のときの塑性率 $\mu_{\gamma=1}$ で基準化した値 $\eta = \mu / \mu_{\gamma=1}$ である。波形倍率 γ の増加に伴い、各層の η は滑らかに増加していることから、 γ と η の関係を次式で近似する。

$$\gamma \leq 1 \text{ のとき、} \quad \eta = \gamma \quad (4.2a)$$

$$1 \leq \gamma \text{ のとき、} \quad \eta = \gamma^n \quad (4.2b)$$

(4.2b)式の n は $\gamma \leq 1$ における各層の塑性率の増大傾向を表す係数である。ここで、例えば $\gamma=3$ のときの各層の η を用いると、各層毎に n を定めることができる。なお、図 4.8 から、塑性率の増大傾向は減衰定数や補強方法により差があるため、 n はそれらの解析条件ごとに求める必要がある。図 4.10 に、(4.2)式による各層の塑性率の予測結果と応答解析結果の比較を示す。図より、波形倍率 $0 \leq \gamma \leq 3$ に対する各層の塑性率が、波形倍率 $\gamma=1$ と $\gamma=3$ の応答解析結果から精度良く予測できることが分かる。

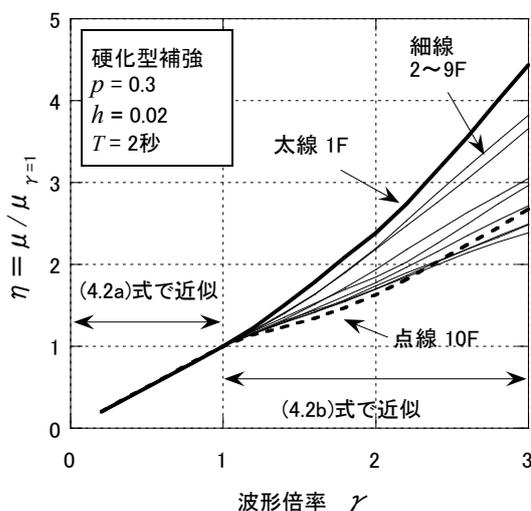


図 4.9 波形倍率と各層塑性率

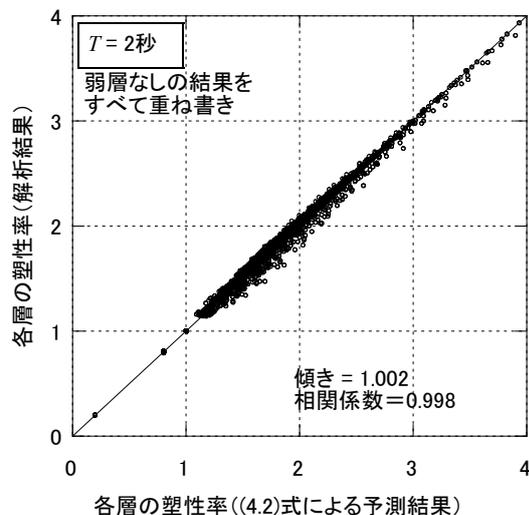


図 4.10 各層塑性率の予測結果

4.3.4 減衰項を考慮した層せん断力と最大塑性率の関係

減衰項を考慮した最大せん断力については笠井ら^{4.8)}により強制正弦変形を仮定した詳細な算出式が既に提案されている。著者ら^{4.9)}も1層モデルを対象とした応答解析結果より、入力波の高振動数成分による割増も考慮した簡易式を提案している。ここで、1,5,10,40層モデルの時刻歴応答解析を行い、1層モデルの簡易式が多層モデルの各層においても成り立つことを確認した((4.3)式、図4.11)。なお、以下では、骨格曲線の初期剛性と2次勾配をそれぞれ p_1, p_2 とおくことにより、従来型補強と硬化型補強を統一した式で表している。 α_1, α_2 は骨格曲線と減衰項に関する係数で、 β_1, β_2 は高次振動数成分による割増係数である。

$$f_{\max} = f_{m2} + f_{a2} + f_e \quad (4.3)$$

ここで、 $\mu \leq 1$ の場合、 $f_e = \alpha_1 \beta_1 \mu$

$\mu \geq 1$ の場合、 $f_e = \alpha_1 \beta_1 \mu + \alpha_2 \beta_2 \sqrt{\mu - 1}$

$$\alpha_1 = \sqrt{p_1^2 + 4h^2} - p_1$$

$$\alpha_2 = \sqrt{p_2^2 + 4h^2} - p_2$$

$$\beta_1 = 1 + 0.3 t_0$$

$$\beta_2 = 0.66(1 + 0.3 t_0)$$

従来型補強の場合、 $p_1 = 1 + p$ 、 $p_2 = p$

硬化型補強の場合、 $p_1 = 1$ 、 $p_2 = 2p$

高さ方向の補正をする場合

$$\beta_1' = (1 + 0.3 t_0)(0.9 + 2c + 1.5d)$$

$$\beta_2' = (1 + 0.3 t_0)(0.5 + 0.4c + 1.4d)(1 + 2p_2)$$

ここで、 i は層番号、 N は層数、 $c = (1 - x_i)^4$ 、 $d = x_i^4$ 、 $x_i = (i - 0.5) / N$

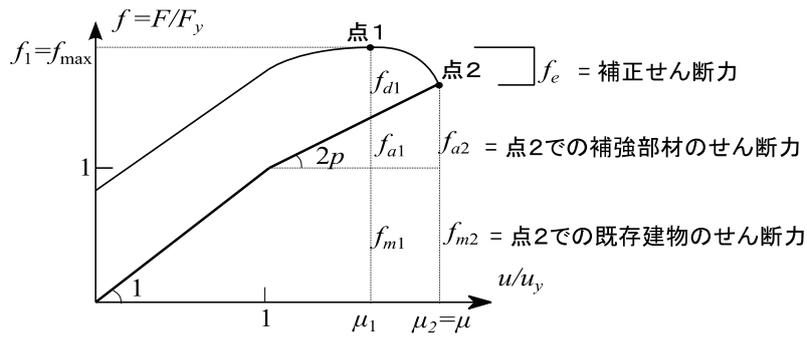


図 4.11 硬化型補強時の層せん断力の内訳

図 4.12 に、固有周期 2 秒、減衰 $h = 0.10$ の場合の層せん断力の予測結果を示す。補強倍率が小さいほど減衰項の影響が大きいことがわかる。

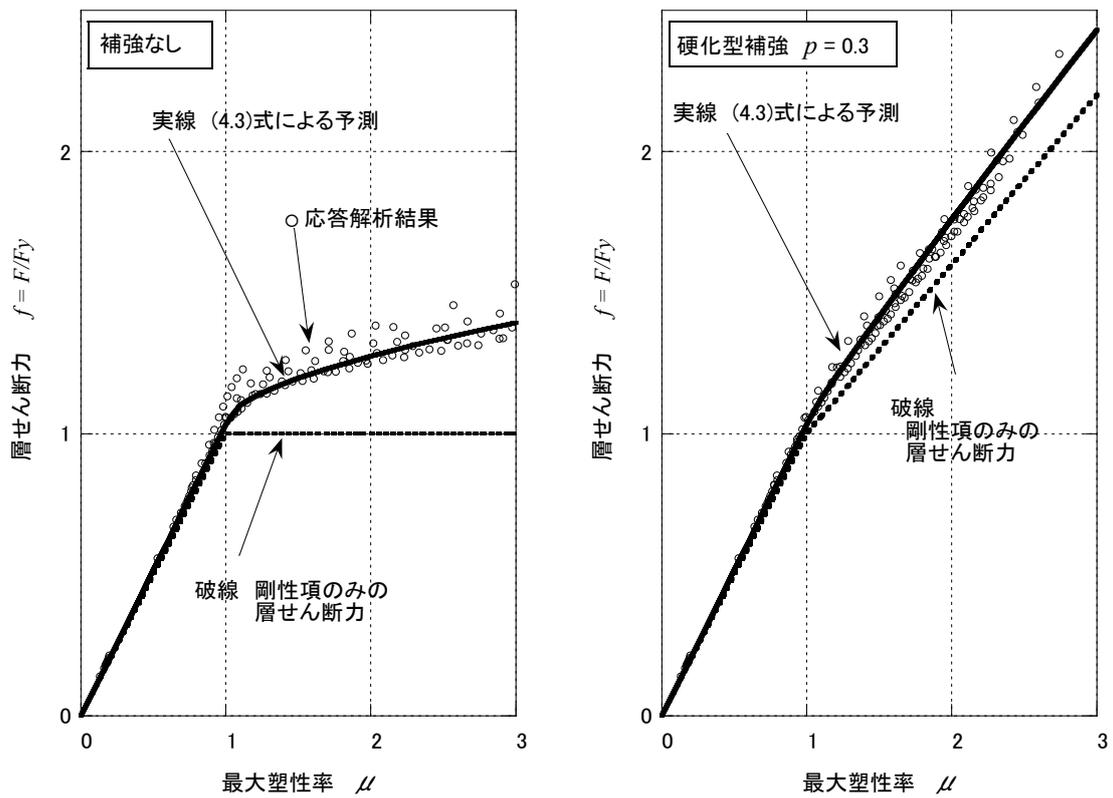


図 4.12 層せん断力の予測 (弱層なし、 $T=2$ 秒、 $h=0.10$)

図 4.13 に予測精度の高さ方向分布を示す。図中上段は高さ方向の補正をしていない β_1, β_2 を用いた場合で、下段は高さ方向の補正をした β_1', β_2' を用いた場合である。補正前では、下層および上層で小さめに、中間層で大きめに層せん断力が評価されている。また、この傾向は層数には依存しない。これは、下層は入力地震波の高振動数成分が、上層では建物固有振動数の高次成分が影響しているためと考えられる。

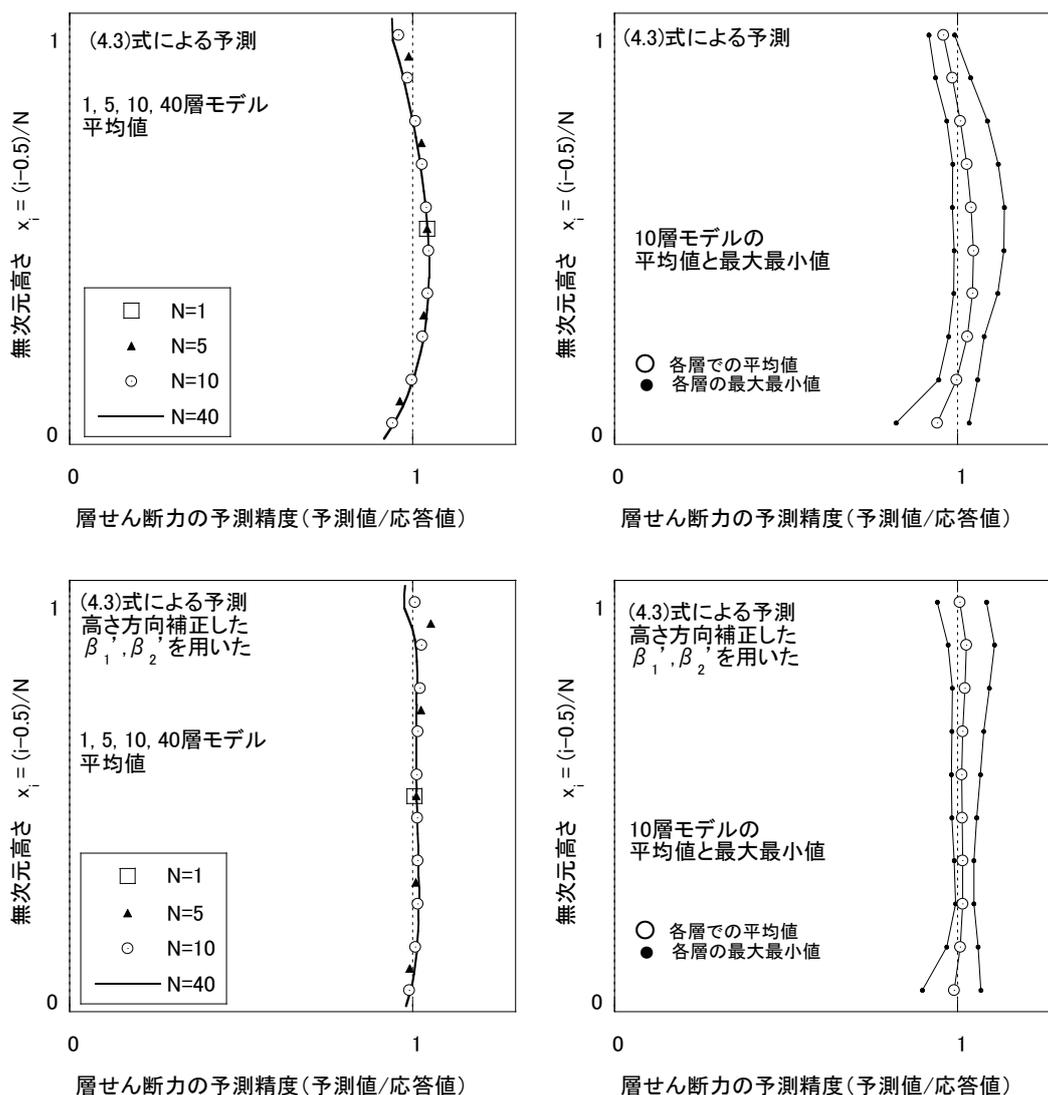


図 4.13 層せん断力の予測精度の高さ方向分布

4.3.5 層せん断力による転倒モーメントの予測

層せん断力を用いた(4.4)式により転倒モーメントを予測し、応答解析結果と比較した。ここで、 m' は転倒モーメント予測値とし、全層降伏時のせん断力を用いて算定できる静的転倒モーメント M_e で無次元化してる。ここで、 F_i は*i*層のせん断力、 H_i は*i*層の階高である。

$$m' = \sum_{i=1,N} F_i H_i / M_e \quad (4.4)$$

図 4.14 に、固有周期 $T=2$ 秒の場合の転倒モーメントの予測結果を示す。予測値と応答解析結果はほぼ線形関係にあり(4.5)式で回帰すると補正係数 λ は 0.936 となった。図中には、各固有周期毎の補正係数 λ を示す。高次モード成分の影響により固有周期が大きいほど λ は小さくなっている。

$$m = \lambda m' \quad (4.5)$$

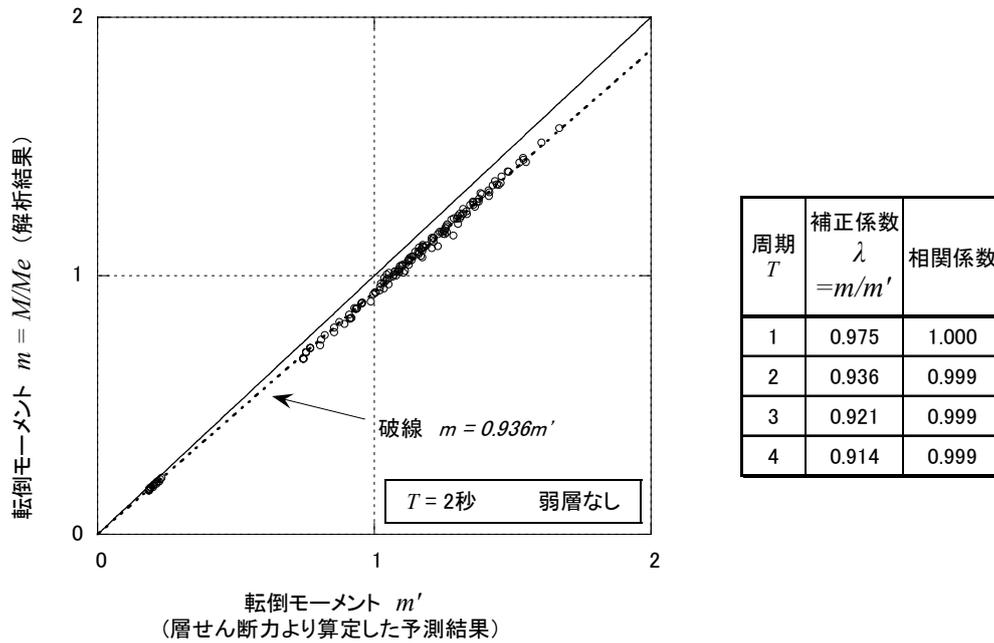


図 4.14 層せん断力から算定した転倒モーメント

4.4 解析結果の検討（弱層がある場合）

4.4.1 塑性率と転倒モーメントの関係

図 4.15 に弱層の有無による塑性率と転倒モーメントの関係を示す。図より、転倒モーメントは弱層の有無にあまり影響されないこと、また、最大塑性率は弱層がある場合に大きくなるが、硬化型補強では塑性率の増大が抑制されていることがわかる。

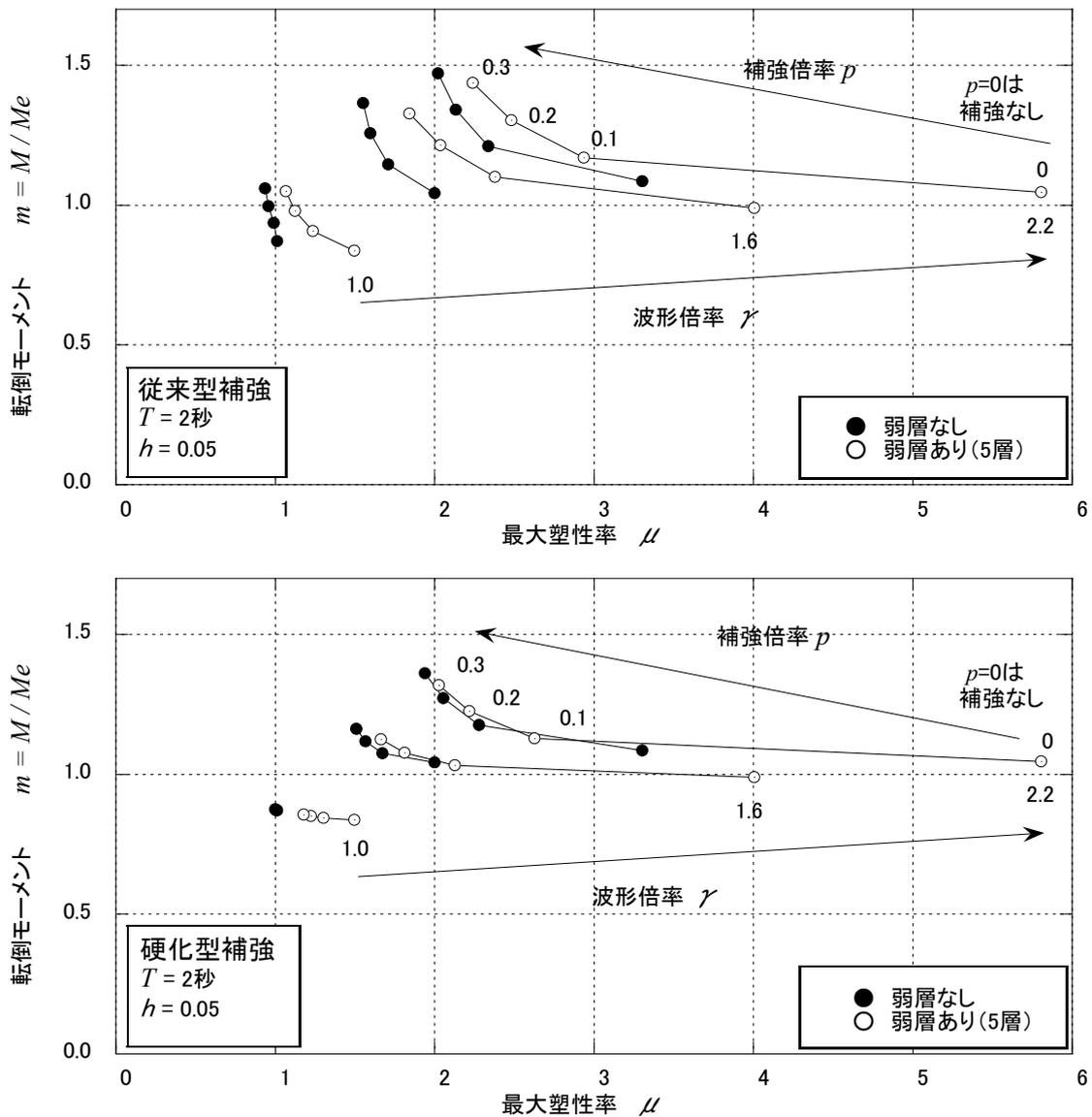


図 4.15 塑性率と転倒モーメントの関係（弱層の影響）

図 4.16 に従来型補強に対する硬化型補強の応答低減量を示す。横軸は従来型補強時の最大塑性率である。最大塑性率については、 $\mu=1.5$ 付近までは硬化型補強が大きくなるが、それ以降は低減効果がみられる。転倒モーメントについては、 $\mu=3.0$ 付近までは硬化型補強が小さくなること、補強倍率 p が大きいほど低減量が大きくなるのがわかる。

以上のことから、従来型補強で塑性率 $\mu=1.5\sim 3.0$ の応答が想定される場合には、硬化型補強にすることによって、最大塑性率と転倒モーメントの両方を低減できる。転倒モーメントの低減は下層部隅柱や杭の軸力変動の低減にも直結する。アスペクト比が大きな RC 造建物などでは、 $M-N$ 降伏曲面において曲げ降伏耐力が急激に低下するレベルに軸力がある状況も考えられることや、柱の変形能力が圧縮軸力の増大に伴って低減すること^{3.18)}を考慮すると、転倒モーメントの 1~2 割の低減は耐震性能の向上に有意義である。

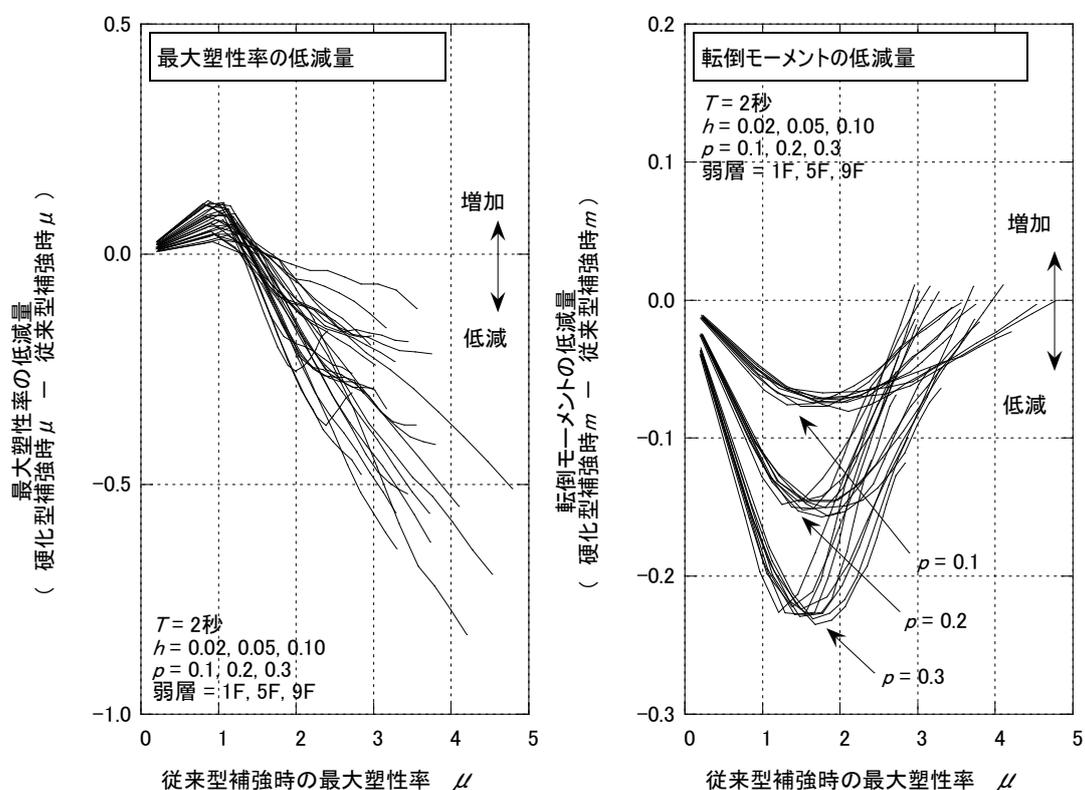


図 4.16 硬化型補強時の応答低減量

4.4.2 弱層の有無による転倒モーメントの変化

図 4.17 に弱層が無い場合の転倒モーメントと弱層がある場合の転倒モーメントの関係を示す。図中には、すべての解析ケースを含んでいる。図より、弱層の有無は転倒モーメントにはほとんど影響ないことがわかる。

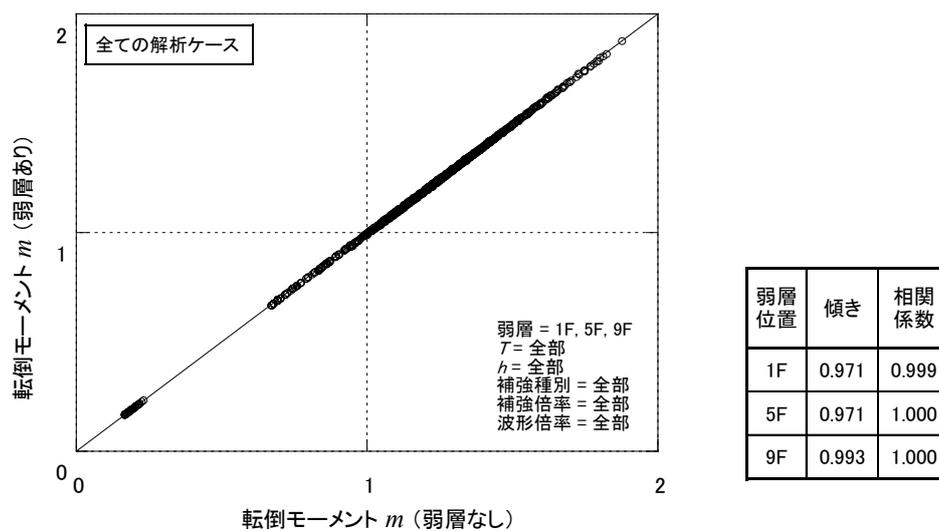


図 4.17 弱層の有無による転倒モーメントの変化

4.4.3 弱層の有無による最大塑性率と層せん断力の変化

図 4.18 に弱層の有無による層塑性率と層せん断力の変化を示す。ここで、層せん断力には減衰項も加算されている。弱層があっても層せん断力の高さ方向分布は比較的滑らかに連続している。剛性分布が変動しても層せん断力に殆ど影響しないことは小堀ら^{3.11)}も指摘している。補強倍率が小さい場合、弱層の層せん断力は弱層が無い場合の当該層の層せん断よりも小さくなる。特に、層塑性率 $\mu=1$ 周辺ではその傾向が顕著である。一方、補強倍率が大きい場合、弱層の有無によるせん断力の変化は極めて少ない。図 4.19 は、補強倍率の違いによるせん断力低減量の変化についての説明図である。この図の層せん断力には減衰項を含んでいない。補強倍率が小さい場合、高さ方向の層せん断力が滑らかになるために、弱層の塑性率が急増し、反対に周辺層の塑性率は小さくなる。特に周辺層の塑性率が $\mu=1$ の近傍の場合にはその傾向が顕著である。一方、補強倍率が大きい場合には、弱層の塑性率がわずかに増えるだけで、周辺層との層せん断力の連続性が満足されるため、弱層のせん断力がほとんど低下しない。

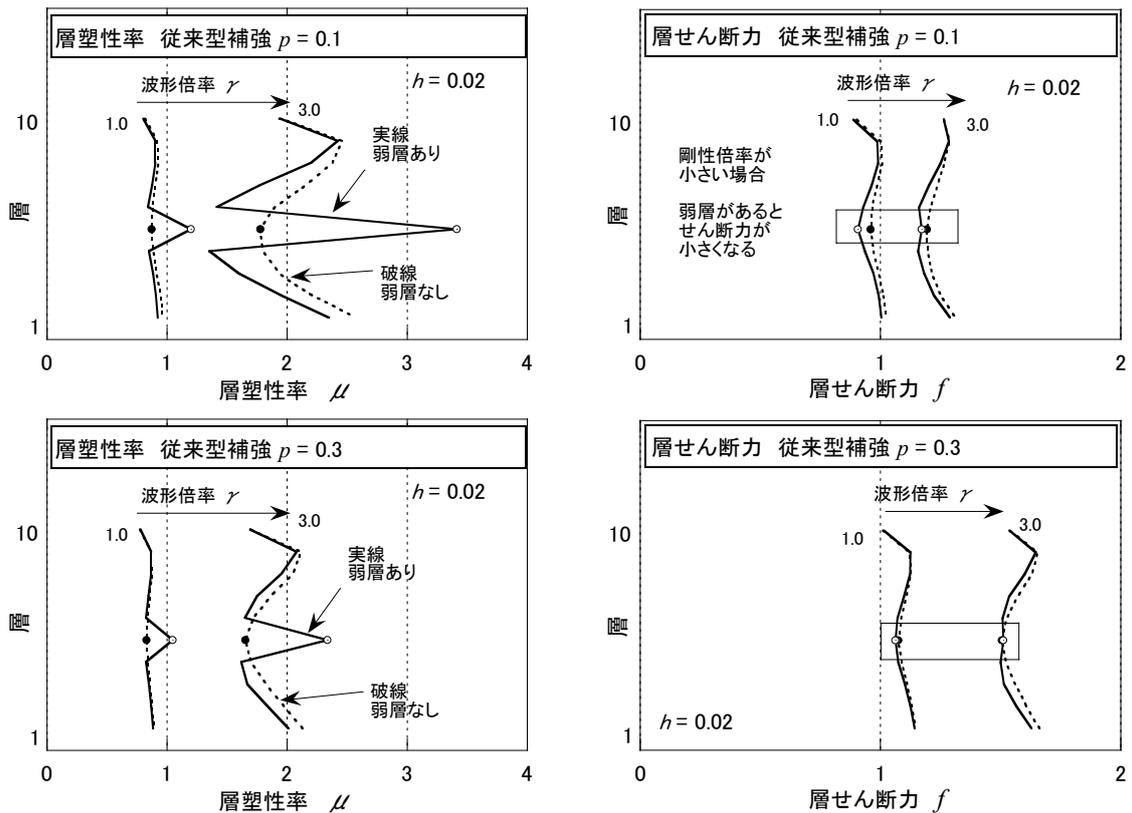


図 4.18(a) 弱層の有無による塑性率とせん断力の変化 (従来型補強)

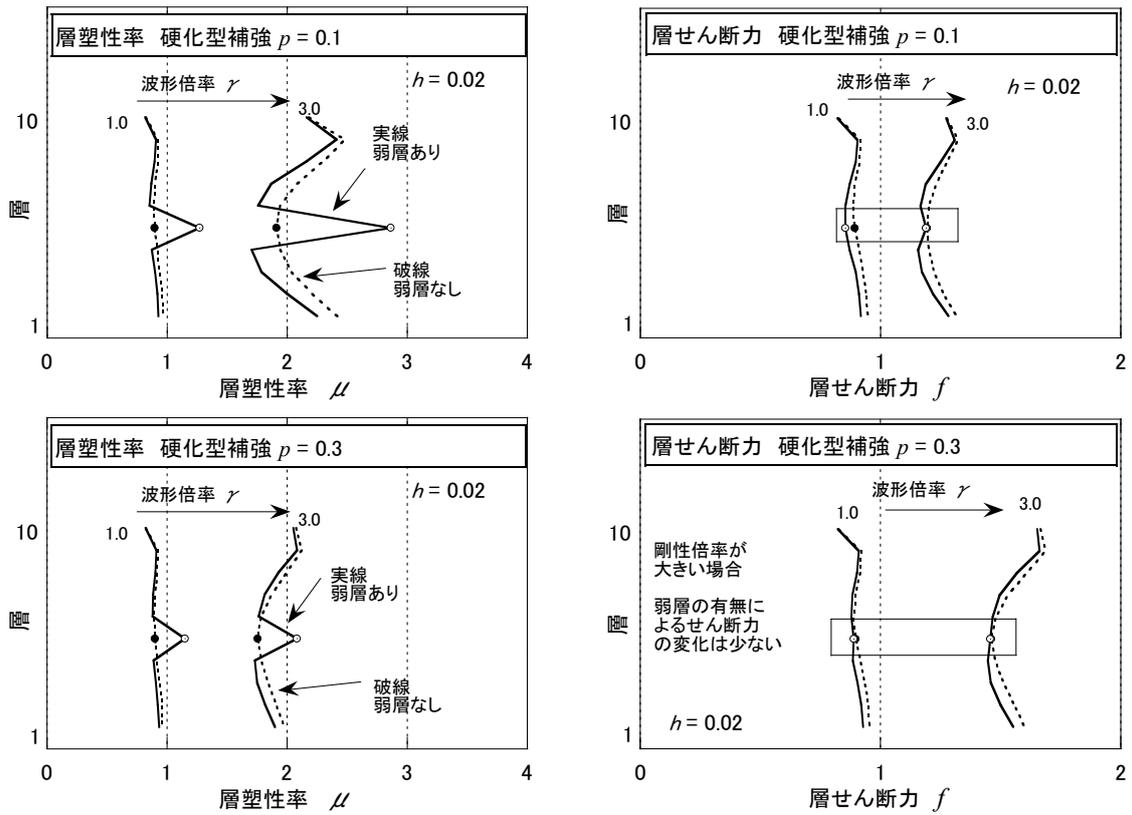


図 4.18 (b) 弱層の有無による塑性率とせん断力の変化 (硬化型補強)

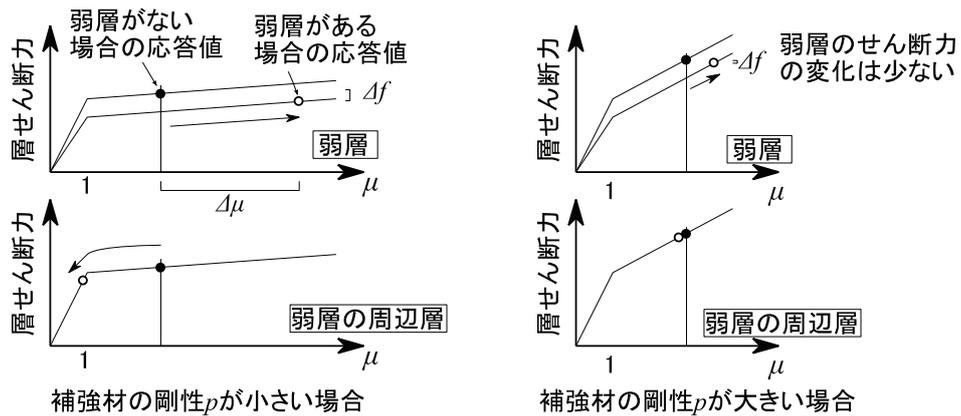


図 4.19 補強倍率の違いによるせん断力低減量の変化

4.4.4 弱層がある場合の塑性率の予測

弱層が無い場合の塑性率と層せん断力を $\mu, f(\mu)$ 、弱層がある場合の塑性率と層せん断力を $\mu', f'(\mu')$ とする。ここで、補強倍率が大きい場合には次式が成り立つと仮定する。

$$f(\mu) = f'(\mu') \quad (4.6)$$

塑性率と層せん断力の関係式 ((4.3)式) を(4.6)式に代入すると弱層が無い場合の塑性率 μ から弱層がある場合の塑性率 μ' の予測式が導ける。

$$\begin{cases} \mu' = \mu / \mu_c & (\mu \leq \mu_c) \\ \mu' = \left(1 - 2ab - \sqrt{1 - 4ab - 4b^2}\right) / (2b^2) & (\mu_c \leq \mu) \end{cases} \quad (4.7)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \mu_c &= (\varphi + p_1 - 1 + \alpha_1 \beta_1) / (p_1 + \alpha_1 \beta_1) \\ a &= (\varphi + p_1 - p_2 - 1 - f(\mu)) / \alpha_2 \beta_2 \\ b &= (\alpha_1 \beta_1 + p_2) / \alpha_2 \beta_2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} f(\mu) = p_1 \mu + \alpha_1 \beta_1 \mu & (\mu_c \leq \mu \leq 1) \\ f(\mu) = p_1 + p_2(\mu - 1) + \alpha_1 \beta_1 \mu + \alpha_2 \beta_2 \sqrt{\mu - 1} & (1 \leq \mu) \end{cases}$$

なお、 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, p_1, p_2$ は(4.3)式中の定義による。

補強倍率 p が大きい場合には、相対的に減衰項の影響は小さくなる。ここで、減衰 $h = 0$ とすると次式のようになる。

$$\begin{cases} \mu' = \mu / \mu_c & (\mu \leq \mu_c) \\ \mu' = (1 - \varphi - p_1 + p_2 + p_1 \mu) / p_2 & (\mu_c \leq \mu \leq 1) \\ \mu' = (1 - \varphi) / p_2 + \mu & (1 \leq \mu) \end{cases} \quad (4.8)$$

ここで、 $\mu_c = (\varphi + p_1 - 1) / p_1$

図 4.20 に弱層の有無による塑性率の変化を示す。図中の実線は(4.7)式、点線は(4.8)式による塑性率の予測式である。補強倍率 p が小さい場合には、減衰項を考慮した(4.7)式の精度が(4.8)式よりも良い。なお、塑性率 $\mu = 1$ の近傍では、(4.6)式の仮定が成り立たないため、実際の応答解析結果よりも(4.7)式は過大評価（安全側）になっている。補強倍率 p が大きくなると、(4.7),(4.8)式の差は小さくなり、減衰項を無視した(4.8)式でも十分な予測精度となる。 μ が大きくなるに従い弱層の有無による塑性率の差 $\mu' - \mu$ は一定値に近づく。(4.8c)式より、 $\mu' - \mu$ は弱層倍率 φ と骨格曲線の 2 次勾配 p_2 から簡単に評価でき、 p_2 が大きいほど弱層の塑性率増大が抑制できることがわかる。

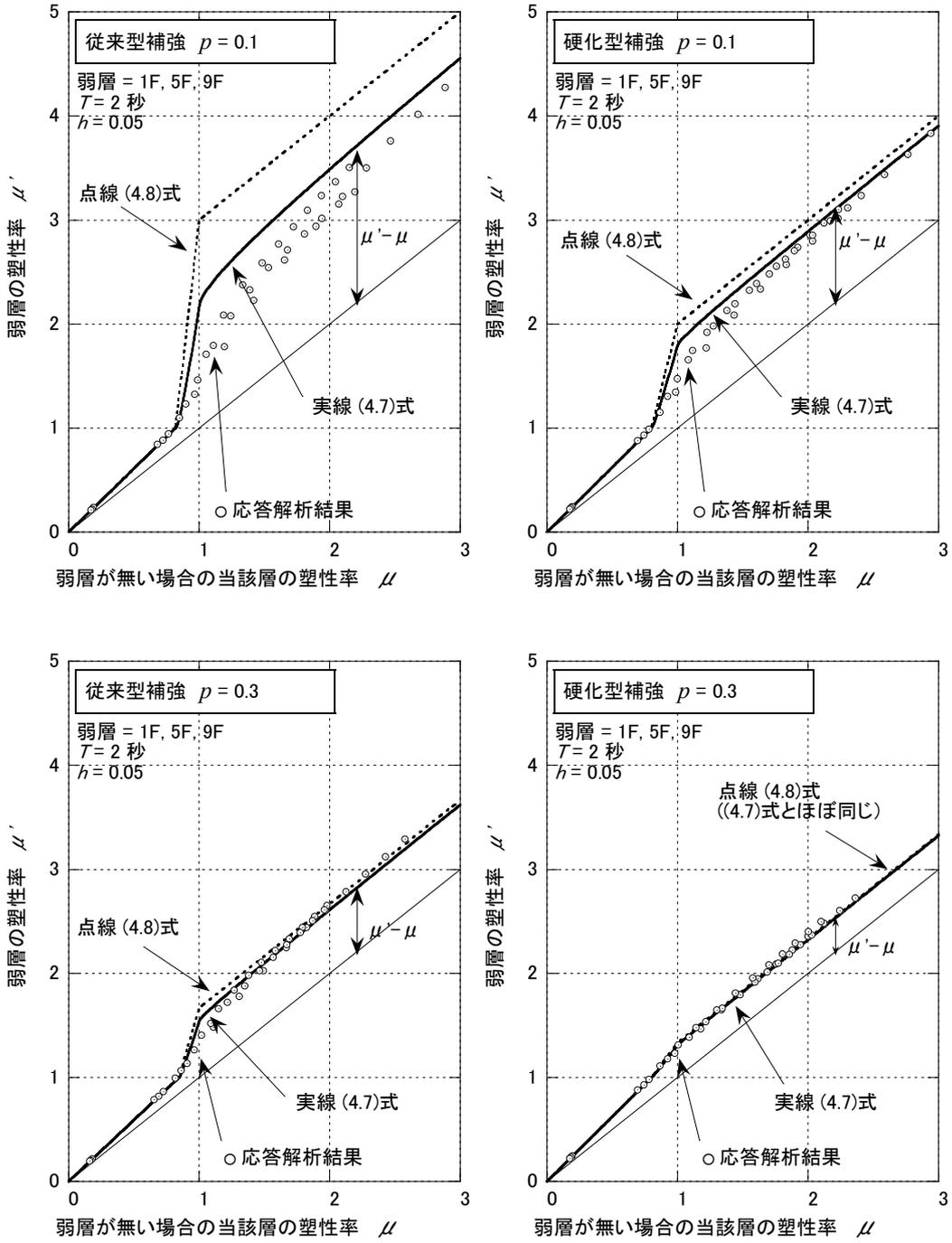


図 4.20 弱層の有無による塑性率の変化

4.5 応答予測

(4.2),(4.3),(4.4),(4.7)式を用いると、弱層なしモデルを対象とした少数の応答解析結果から任意の条件での塑性率や転倒モーメントを予測することができる。図 4.21 に応答予測手順を示す。表 3.1 の解析条件の中から、波形倍率 $\gamma=1,3$ の弱層なしの応答解析結果のみを用いて、弱層ありの全ケースの予測を行った。図 4.22 に転倒モーメントの予測結果を、図 4.23 に塑性率の予測結果を示す。補強倍率 p が小さく(4.6)式が成り立たないために過大評価（安全側）となるケースも含まれているが、全体的には良い近似となっている。

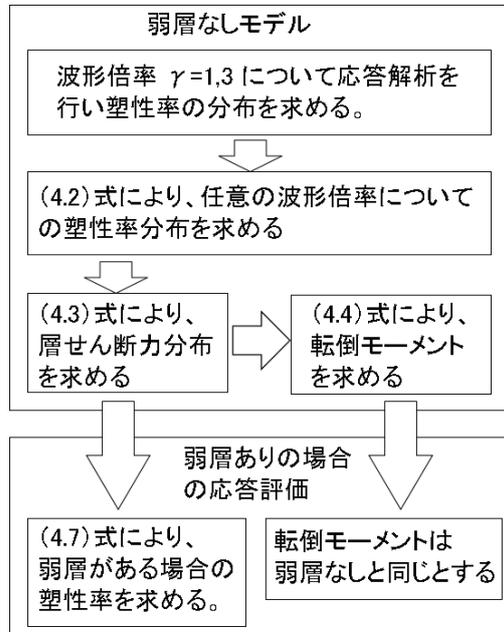


図 4.21 応答予測手順

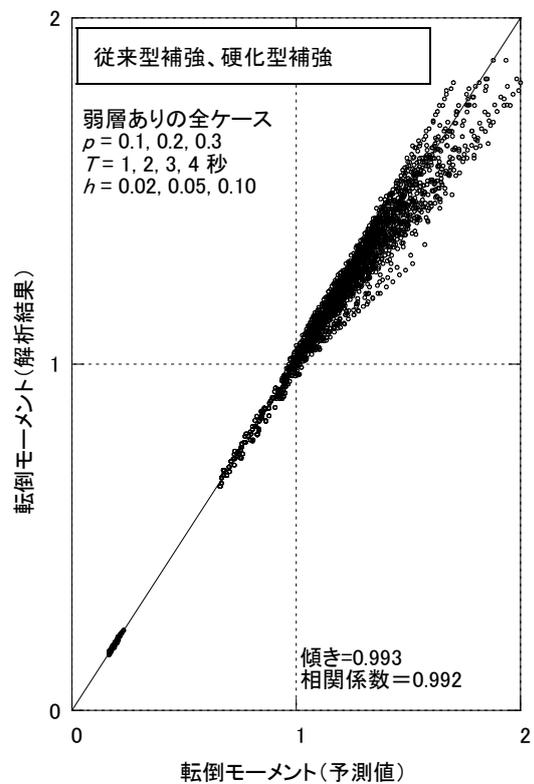


図 4.22 転倒モーメントの予測結果

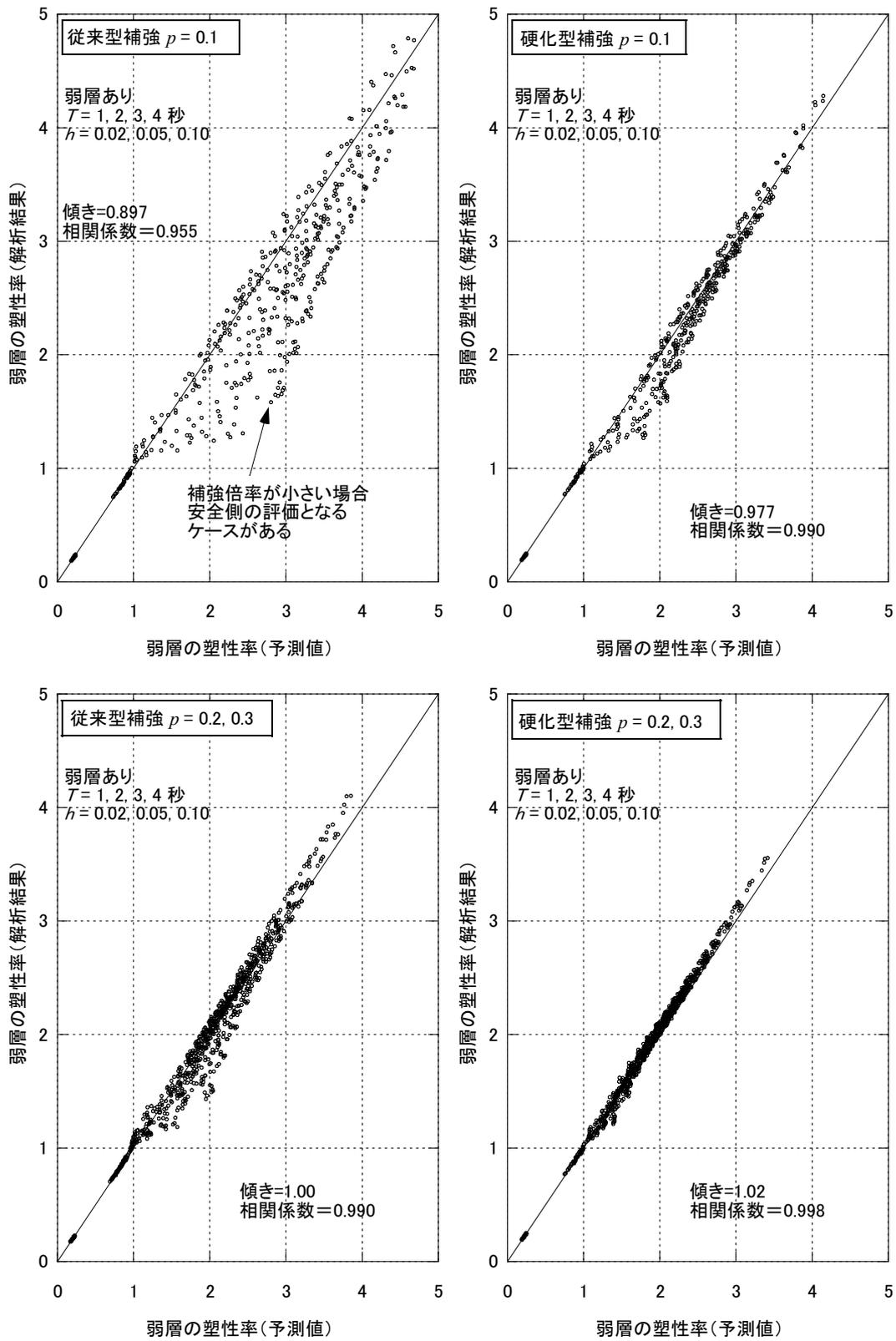


図 4.23 塑性率の予測結果

4.6 ギャップ率 g を変動させた場合の応答低減

ギャップ率 g を変動させた場合の応答低減について検討した。解析条件は、既存建物の固有周期 $T=2$ 秒、層数 $N=10$ 、減衰定数 $h=0.02, 0.05, 0.10$ 、弱層なし、補強倍率 $p=0.1, 0.3$ 、ギャップ率 $g=0.0\sim 1.5$ (0.1 刻み) である。図 4.24 に示すように、骨格曲線は塑性率 $\mu=2$ において層せん断力が同じとなるように設定した。解析結果の一例 ($h=0.05$ 、 $p=0.3$) を図 4.25 に示す。転倒モーメントは、骨格曲線の層せん断力の大小関係と同じ傾向を示し、 $\mu < 2$ ではギャップ率 g が小さいほど、 $\mu > 2$ では g が大きいほど転倒モーメントは大きい。なお、多層モデルの場合には、同時に全層の塑性率が同じ最大値になるとは限らないため、大小関係の逆転は $\mu=2$ よりも大きな最大塑性率で発生している。各波形倍率では、ギャップ率 g の変動に伴い解析結果もなめらかに変動し、ギャップ率 $g=1.0$ 近傍を頂点として「くの字」に折れ曲がっている。

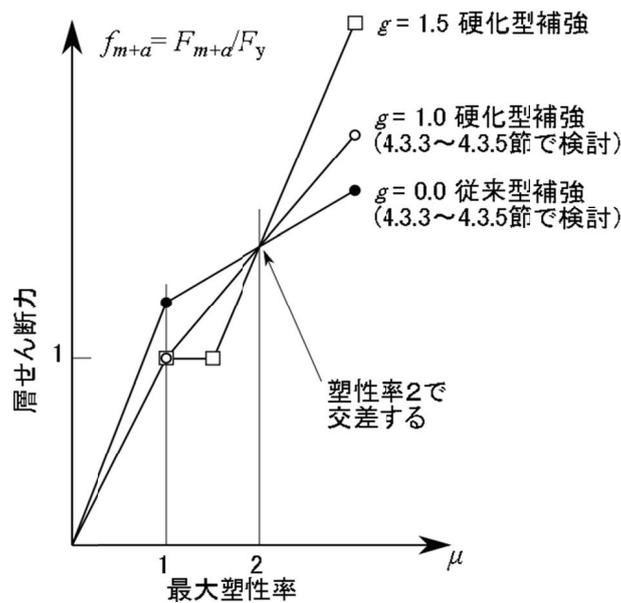


図 4.24 骨格曲線 (ギャップ率 $g=0.0, 1.0, 1.5$ のみを記入)

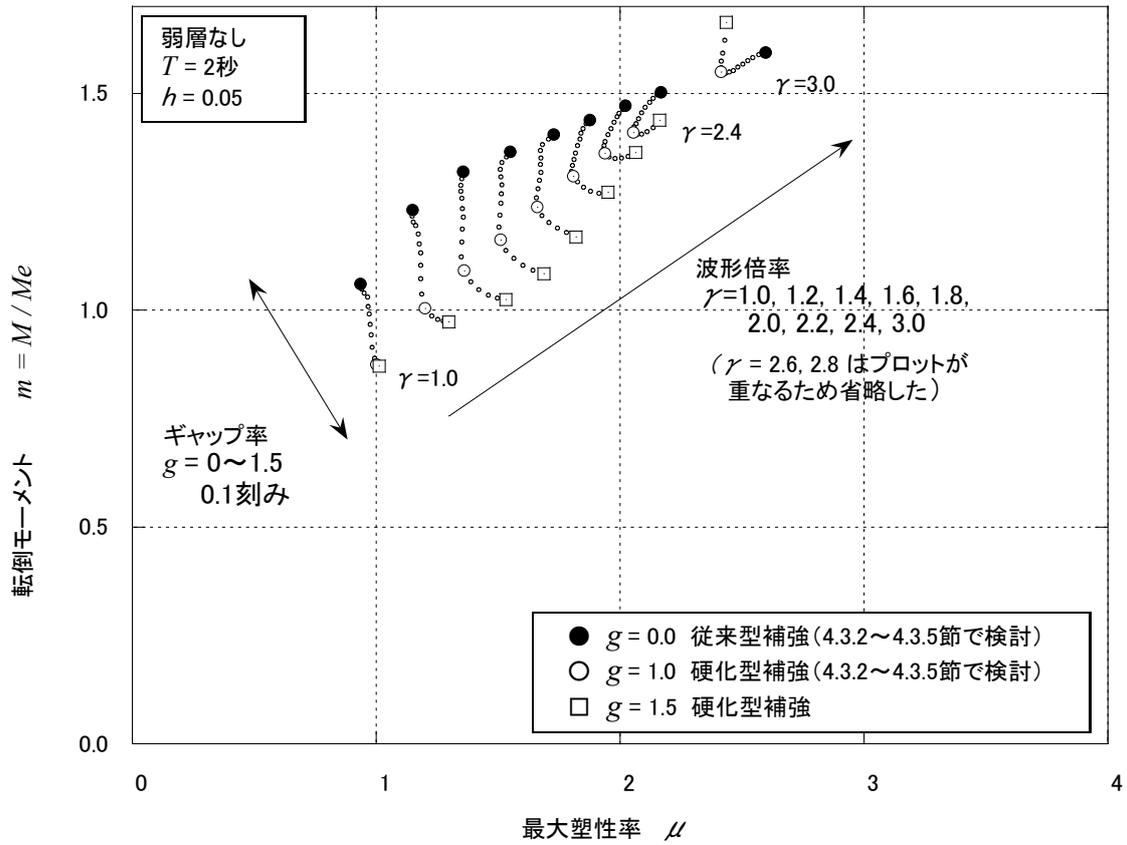


図 4.25 ギャップ率を変動させた場合の応答低減

4.7 まとめ

第 4 章では、多層建物を対象としたギャップを有する硬化型補強の応答低減メカニズムを解明し、従来型補強と比較した場合の有用性を明らかにした。硬化型補強は、初期剛性を増やさずに 2 次勾配を大きくすることができるため、転倒モーメントの増大を抑制でき、弱層がある場合にも損傷集中を抑制できる。さらに、弱層が存在する場合の高精度の応答予測手順も示した。また、ギャップ率を変動させた場合の応答低減について検討し、主構造の降伏変位で硬化型補強要素を動作させることが最も効率的であることも示した。

提案した構造形式は、転倒モーメントの増大を抑制できることから、例えば、杭基礎の補強が困難な既存建物の耐震補強などに適用できると考えられる。

- 1) 転倒モーメントの増大は、補強による初期剛性の増加が小さいほど抑制できる。
- 2) 弱層がある場合の塑性率の増大は、骨格曲線の 2 次勾配が大きいほど抑制できる。
- 3) 硬化型補強は、初期剛性を増やさずに 2 次勾配を大きくすることができるため、転倒モーメントの増大を抑制でき、弱層がある場合にも損傷集中を抑制できる。
- 4) 従来型補強で塑性率 $\mu=1.5\sim 3.0$ の応答が想定される場合には、硬化型補強にすることによって、最大塑性率と転倒モーメントの両方を低減できる。
- 5) 補強倍率 p が大きい場合には、弱層の有無による層せん断力の変化は極めて小さい。この知見を用いると、弱層なしモデルの応答解析結果から弱層がある場合の塑性率や転倒モーメントを予測可能である。
- 6) ギャップ率 g を変動させた場合の応答低減について検討し、ギャップ率 $g=1.0$ が最も効率的であることが分かった。

第4章 参考文献

- 4.1) 嶋崎和司：RC 柱造の地震後の残存軸耐力に関する研究，日本建築学会構造系論文集 第 637 号，pp.537-542, 2009.3
- 4.2) 那良幸太郎、藤永隆、孫玉平：載荷履歴を受けた RC 柱の補修後性能に関する実験的研究，日本建築学会大会学術講演梗概集, C-2, pp.563-564, 2010.9
- 4.3) 佐原守、秋野矩之、五十嵐治世、亀井功、森脇登美雄：兵庫県南部地震で被災した上部構造－杭系の被害分析－杭基礎が損傷した事例－（その1 上部構造および杭基礎の被害状況），日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.515-516, 1998.9
- 4.4) 大和真一、村上浩、吉田茂：杭頭を固定したコンクリート杭の軸力水平載荷試験による地震時の被害推定，日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.2429-2430, 1984.10
- 4.5) 小堀鐸二、南井良一郎、井上豊、久徳敏治、平林近衛：高層建造物の適正動力学特性<減衰量による考察>，日本建築学会近畿支部研究報告集, pp.113-116, 1968.5
- 4.6) 大木洋司、笠井和彦、下田智博：減衰がせん断力係数分布へ及ぼす影響に関する基礎的研究 その2 減衰の影響を考慮した修正 A_i 分布，日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, p257-258, 2006.9
- 4.7) 小堀鐸二、南井良一郎、井上豊、久徳敏治：高層建造物の適正動力学特性<塑性領域における一般的傾向>，日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.433-434, 1968.10
- 4.8) 笠井和彦、川鍋佳史：粘性減衰・履歴減衰を併用する構造における動的特性と地震最大応答の等価線形予測法，日本建築学会構造系論文集 第 591 号, pp.43-51, 2005.5
- 4.9) 渡辺宏一、中井正一：硬化型復元力特性をもつ構造の最大層せん断力，日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.955-956, 2012.9

第 5 章 結論

本章では、本論文で検討した 2 つの新しい制振構造について、得られた知見をまとめるとともに、今後の課題と展望について述べる。

5.1 研究の総括

第 1 章「序論」では、本研究の背景と目的を示すと共に、本研究に関連する既往の研究についてまとめた。章末には、本研究の構成を示した。

第 2 章「強非線形振動の解析法」では、第 3 章で行う具体的な検討に先立ち、定常波入力を受ける強非線形システムの解析手法等について考察した。最初に、対象とする解析モデルと運動方程式を示し、提案している構造形式の振動低減メカニズムについて示した。次に、線形モデルの共振曲線を求めるために、回転慣性要素も考慮した定点理論の最適解を誘導した。最後に非線形モデルの共振曲線を求めるために、シューティング法と接続法を組み合わせた効率的な方法を示した。さらに、強非線形特有の現象を把握するために、初期値依存性の検討、スイープ加振の検討、分岐現象に関する検討などを行った。

第 3 章「硬化型復元力と回転慣性要素を用いた制振構造」では、前章で検討した手法を用いて、定常波入力時の共振曲線について考察した。次にパルス波入力時の振動特性を非線形時刻歴応答解析により求めた。最後に地震波入力時の振動特性について検討した。一般的な TMD であるモデル<S-t>と比べて、回転慣性要素を主構造系に追加した<R-r>は応答加速度低減に効果があることが分かった。また、<N-r>は応答変位は大きく低減できるものの、応答加速度が大きくなった。本論文で提案しているモデル<NR-r>は、応答変位を<N-r>と同程度に低減できるとともに、応答加速度も<S-t>と同じレベルにとどまることが分かった。また、モデル<NR-r>では、入力動を大きくしても、目安とした応答変位 $x_1 = 2 \sim 3$ 程度に抑制できることが確かめられた。

第 4 章「損傷分散による多層制振構造」では、多層建物を対象とした硬化型補強の応答低減メカニズムを解明し、従来型補強と比較した場合の有用性を明らかにした。評価指標は、転倒モーメントと最大塑性率である。硬化型補強は、初期剛性を増やさずに 2 次勾配を大きくすることができるため、転倒モーメントの増大を抑制でき、弱層がある場合にも損傷集中を抑制できる。さらに、弱層が存在する場合の高精度の応答予測手順も示した。また、ギャップ率を変動させた場合の応答低減について検討し、ギャップ率 $g = 1.0$ が最も効率的であることを示した。

5.2 今後の研究課題と展望

力学系カオス理論を建築分野に適用した例は極めて少ない。本論文は、強非線形系に特有の分岐現象の把握のみならず、新たな構造形式の提案にまで踏み込んだ点で意義があると考えている。さらに、硬化型復元力特性と回転慣性要素の組み合わせは加速度を増やさずに変位を大幅に低減できることがわかり、免震建物などへの適用も視野に入ってきた。しかし、本論文では 2 自由度モデルの一部のパラメタに対する検討に過ぎず、より高性能な構造形式を創造する余地は大きい。

以下に、今後の課題と展望について述べる。

(1) 2 自由度モデルに関する解析手法や新構造形式の改良

提案した新構造形式では、主構造系が非線形となるため、TMD のチューニングが困難であるという課題があった。今回の検討で無視したパラメタや、非線形項の復元力特性を改良することにより、カオス現象も考慮した非線形 TMD の可能性も検討する必要がある。

建築分野ではバイリニア復元力が多用されている。履歴のある復元力特性にも、本論文で提案したシューティング法と接続法の併用が有効であるかも確かめる必要がある。

海外では、アクティブ制振を加えた 3 自由度モデルの検討も行われており、制御理論を取り入れることも視野に入れる必要がある。

(2) 多自由度モデルを対象とした分岐解析システムの構築

多層建物の解析に力学的カオス理論を適用する場合、パラメタ数の増大により、試行錯誤的な探索は不可能となる。そこで、最適化手法や実験計画法などと組み合わせた探索方法を構築も考えていく必要がある。また、本論文で使用した汎用分岐解析プログラム AUTO に代わって、専用の分岐解析プログラムの開発も必要になると考えられる。

(3) 提案した新構造形式の展開

本論文では、免震建物を対象イメージとした検討を行った。既に、大容量の回転慣性質量の装置が実用化されており、硬化型復元力特性についても幾何学的非線形や皿ばねを使った装置が考えられている。今後は、具体的な設置形態について検討を進める必要がある。なお、免震建物以外にも応答変位が制約となる構造物は多い。例えば、橋梁の落下防止、隣接建物のジョイント部の衝突防止、免震床の変位制御などが考えられる。これらへの展開では、クリアランス量、入力荷重の振動特性などを考慮した構造形式をそれぞれ検討する必要がある。

本論文に関連した論文

1. 審査論文

- ① 渡辺 宏一, 中井 正一 : 硬化型復元力特性を有する部材により耐震補強した多層骨組の振動特性, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 78, No. 687, pp. 931-938, 2013.5 (4章に関連)
- ② 渡辺 宏一, 中井 正一 : 強非線形性要素と大質量比の仮想質量要素を組み合わせた振動制御に関する基礎的研究, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 81, No. 722, 2016.4 (2章および3章に関連、掲載決定)

2. 口頭発表論文ほか

- ① Watanabe, K. and Nakai, S. : Vibration Control with Nonlinear Rotating Inertial Mass Device, Proceedings of IABSE Symposium, Nara, Japan, 2015.5 (2章および3章に関連)
- ② 渡辺 宏一, 田村 和夫 : ギャップ連層壁架構の基本振動特性, 第10回日本地震工学シンポジウム, pp.2753-2758, 1998.11 (4章に関連)
- ③ 渡辺 宏一, 田村 和夫 : ギャップ連層壁架構の地震応答特性, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.883-884, 1998.9 (4章に関連)
- ④ 渡辺 宏一, 田村 和夫 : ギャップダンパーを用いた架構方式の提案, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp. 909-910, 1999.9 (4章に関連)
- ⑤ 渡辺 宏一, 田村 和夫, 中井 正一 : ギャップ機構を用いた損傷分散型架構の地震応答解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp. 635-636, 2010.9 (4章に関連)
- ⑥ 渡辺 宏一, 中井 正一 : 硬化型復元力特性をもつ構造の最大層せん断力, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.955-956, 2012.9 (4章に関連)
- ⑦ 渡辺 宏一, 中井 正一 : 硬化型補強した多層骨組の振動特性 : ギャップ率が応答低減に及ぼす影響, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp. 813-814, 2013.9 (4章に関連)
- ⑧ 渡辺 宏一, 中井 正一 : 強非線形を有する1自由度系の振動特性に関する検討, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp. 875-876, 2014.9 (2章に関連)

謝辞

本論文は、著者が清水建設株式会社技術研究所ならびに千葉大学大学院博士課程（社会人コース）で実施した研究成果をまとめたものです。

千葉大学教授・中井正一博士には、教授が清水建設在籍中には直属の上司として応答解析の初歩から当時最先端の人工知能研究に至るまで幅広い分野のご指導いただき、また、千葉大学大学院博士課程（社会人コース）の入学も快諾して頂きました。本論文の第 2、3 章の力学系カオスに取り組むヒントもいただきました。本論文のとりまとめに際しても多くの助言を頂き完成に導いていただきました。ここに心より感謝申し上げます。

千葉大学教授・山崎文雄博士、同教授・原田幸博博士、同准教授・近藤吾郎博士には、本論文の審査にあたり適切にご指導と貴重なご意見を頂きました。ここに深く御礼を申し上げます。

博士課程（社会人コース）の履修においては、千葉大学教授・高橋徹博士、同准教授・中村友紀子博士の建築構造解析学特論（模擬地震波）、同教授・山崎文雄博士の都市基盤工学（リモートセンシング）にて大いに学ばさせていただきました。今後の研究に生かしていきたいと考えています。

本論文の 4 章は、千葉工業大学教授・田村和夫博士（元清水建設技術研究所副所長）の斬新なアイデアから始まったもので、長年にわたり貴重なご助言をいただきました。

元上司である清水建設技術戦略室副室長・大山巧博士、同技術研究所上席研究員・福武毅芳博士、同技術研究所上席マネージャー・吉田順博士には博士号への挑戦を後押しして頂き、千葉大学大学院博士課程（社会人コース）の入学にも便宜を図っていただきました。現在の上司である技術研究所センター長・金子美香博士、同グループ長・熊谷仁志博士には論文作成へのご配慮を頂きました。ここに感謝の意を表します。

本論文執筆にあたり、回転慣性要素に関しては、清水建設技術研究所上席研究員・磯田和彦氏、同主任研究員・半澤徹也氏、同設計本部技術開発部主査・松井和幸氏に、免震構造に関しては、清水建設技術研究所グループ長・福喜多輝博士、同・小槻祥江博士に、地震動に関しては、同上席研究員・奈良岡浩二博士、同上席研究員・石井透博士に貴重なご助言をいただきました。また、模擬地震動作成には、設計本部設計長・平戸達朗氏の設計用入力地震動設定支援システム GMD を使わせていただきました。本研究を推進するに当たり、大きな力となった Python 言語については技術研究所・山本真哉博士に助言をいただきました。

著者は、清水建設大崎研究室に配属後、1987 年から質点系非線形応答解析システム DAC3N（現 idac）の開発を担当させていただきました。当時、振動解析に関して全くの素人であった著者を、重要なプロジェクトの責任者に大抜擢していただいた元清水建設大崎研究室グループ長・小柳義雄氏に深く感謝します。また、元大崎研究室・中井正一博士（現

千葉大学教授)、同・福和伸夫博士(現名古屋大学教授)、同・長谷川正幸博士(現ものつくり大学教授)、同・吉田一博博士(現大崎総合研究所)、同・高橋郁夫博士(現清水建設)、同・林康裕博士(現京都大学教授)には、振動解析の初歩から最先端技術まで懇切丁寧に教えて頂きました。DAC3Nの機能拡張にあたっては、田村和夫博士(現千葉工業大学教授)、菊地優博士(現北海道大学教授)、護雅史博士(現名古屋大学教授)、金子美香博士(現清水建設技術研究所)、横山一智氏(同設計本部)、寺田岳彦博士(同技術研究所)、神原浩博士(同)、森川和彦氏(同)、西村拓也氏(同)、長谷部雅伸博士(同)、半澤徹也氏(同)、小槻祥江博士(同)、杉本浩一氏(同)らのご助力を頂きました。また、最新のコンピュータ動向については、内山学博士(同設計本部)、ファム・フック博士(同技術研究所)に助言をいただきました。鈴木誠博士(現千葉工業大学教授)には、交通振動問題に取り組む機会を、中村豊博士(現清水建設技術研究所)にはインパクトダンパーの開発にかかわる機会を頂き、著者の解析技術の幅を広げることができました。

千葉大学准教授・関口徹博士、事務補佐員・菅家多美子氏、元大学院修士・和田健介氏(現清水建設技術研究所)をはじめとする中井研究室の皆様には研究遂行の上で貴重なご助言をいただき大変励みになりました。清水建設技術研究所・廣瀬啓一氏、同設計本部技術開発部・木村匠博士、同土木技術本部・新美勝之氏には、中井研究室の社会人コースのOB・現役として様々な面からアドバイスをいただきました。心より感謝申し上げます。

最後に、いつも元気を分けてくれた長女・風香、次女・菜月、そして完成の間際まで暖かく応援してくれた亡き妻・由実はこの1冊を捧げます。

2017年1月 渡辺 宏一