

# 屋内電波伝搬特性解析における レイトレーシング法の高速化

2017年1月

千葉大学大学院工学研究科

建築・都市科学専攻 都市環境システムコース

日 下 美 穂

(千葉大学審査学位論文)

屋内電波伝搬特性解析における  
レイトレーシング法的高速化

2017年1月

千葉大学大学院工学研究科

建築・都市科学専攻 都市環境システムコース

日 下 美 穂



# ABSTRACT

In Radio communications systems such as Wireless LAN, it is extremely important to understand the service area if the base station is placed indoors. A method that can estimate the electric field intensity for a complex layout such as an indoor environment is the ray-tracing method. In this method, the electric field intensity can be estimated rather easily by deriving only the geometrical tracing between the transmitter and receiver.

In image-based ray tracing, the possible permutations of reflectors (walls, doors, and sides of pieces of furniture) are all chosen to exhaustively generate images of a signal source and, for each generated image, the existence of an actual ray path that leaves the image and reaches the destination is investigated. In a typical indoor environment, where the reflectors are arranged parallel or perpendicular to each other, permutations of reflectors generate many image duplicates; that is, different permutations of reflectors generate the same image.

Focusing on this fact, this paper proposes a novel technique for accelerating the image-based ray tracing. The key idea of the proposal is to choose a limited set of the permutations of reflectors to generate necessary and sufficient images without duplication.

The proposed technique avoids the redundant ray-path search to reduce the run time of ray tracing without degrading the accuracy. The simulation experiments verify that the proposed technique makes the ray tracing much less demanding of computation.

# 概要

無線通信システムは、近年益々その需要が大きくなっている。無線通信に欠くことの出来ない無線 LAN のアクセスポイントは、適切な設置場所を把握することが重要である。これは、アンテナから発射した電波の特性を簡易に推定する手段が必要となる。屋内の任意のレイアウトに対し、電波伝搬特性をシミュレーションで推定する方法として、レイトレーシング法が知られている。レイトレーシング法は、電波を直進するレイとみなし、送受信点間の到達可能なレイの経路を幾何学的にトレースすることで電波の特性を推定する方法である。レイトレーシング法は壁や床などの構造物の数が増えることや、反射や透過などによるレイと構造物との相互作用の回数が増えることによって、シミュレーション時間が増大するという問題がある。

本研究では、レイトレーシング法の高速処理を可能とする手法を提案する。主な方法は、屋内の構造物が並行・垂直に配置された環境において、従来の手法では、レイを探索する際に鏡像点が重複計算されていた点に着目し、鏡像点の重複計算を回避することにより高速化を試みた手法である。これにより、計算の精度を保ちながら高速化を実現する。

この手法に加え、第2の方法として、屋内環境にある構造物が、より一般的に、様々な向きに配置されている場合で適用可能な、高速化手法を提案する。この手法も、計算の精度を保ちながら高速化を実現する。

第3の方法は、レイと反射・透過した構造物の履歴を保存し、反射を考慮する回数が増えた際の計算で、それまでの履歴にある構造物のみを対象にレイの探索を行うことで、計算の精度劣化を極力避けながらさらなる高速化を実現する手法である。

本研究では、これら3つの方法を組み込んだレイトレーシング用シミュレータを実装し、提案手法の有効性を理論的かつ数値的に検証する。

# 目次

第 1 章	序論	11
1.1	背景	11
1.2	目的	12
1.3	論文の構成	13
第 2 章	電波伝搬推定	14
2.1	無線通信とシミュレーション	14
2.2	電波伝搬特性の推定方法	14
2.3	レイトレーシング法	15
2.3.1	鏡像法の基本的な手順	17
2.3.2	鏡像法の問題点	18
2.4	面とレイの当たり判定	20
2.5	全てのレイの合成による受信波強度の算出	23
2.5.1	障害物がない場合の伝搬損失	23
2.5.2	多波モデル	24
2.5.3	2層の反射係数, 透過係数	25
2.5.4	3層反射係数, 透過係数	28
2.6	レイトレーシング法の高速化に関する既存研究	31
第 3 章	高速化手法 I	33
3.1	鏡像法に基づくレイトレーシング法の問題点	33
3.2	屋内の特徴と鏡像点の性質	34
3.3	提案手法のアルゴリズム	35
3.4	同一の鏡像点を生成する壁面の順列に関する種々の結果	36
3.5	計算量の比較	38
3.6	シミュレーション評価	40
3.7	3章のまとめ	46
第 4 章	高速化手法 II	47

4.1	一般的な屋内空間の構成 . . . . .	47
4.2	提案手法のアルゴリズム . . . . .	47
4.2.1	壁面の集合分類を用いる方法 . . . . .	47
4.2.2	壁面の集合分類を用いない方法 . . . . .	49
4.3	シミュレーション評価 . . . . .	51
4.3.1	2つのアルゴリズムの効果 . . . . .	51
4.3.2	高速化手法 II のシミュレーション評価 . . . . .	52
4.4	4章のまとめ . . . . .	58
<b>第5章</b>	<b>高速化手法 III</b> . . . . .	<b>59</b>
5.1	反射面となりにくい壁の特徴 . . . . .	59
5.2	反射面の絞り込み方法 . . . . .	59
5.3	シミュレーション評価 . . . . .	61
5.3.1	全ての壁が並行・垂直に配置されている場合 (高速化手法 I + 高速化手法 III の効果) . . . . .	61
5.3.2	様々な角度に面が配置されている場合 (高速化手法 II + 高速化手法 III の効果) . . . . .	69
5.4	5章のまとめ . . . . .	74
<b>第6章</b>	<b>結論</b> . . . . .	<b>75</b>
	謝辞 . . . . .	76
	参考文献 . . . . .	77

# 表目次

2.1	建材の複素誘電率 . . . . .	30
3.1	シミュレーション条件 . . . . .	40
3.2	高速化手法 I : 計算時間の比較 (屋内:構造物なし) . . . . .	41
3.3	高速化手法 I : 探索回数の比較 (屋内:構造物なし) . . . . .	42
3.4	高速化手法 I : 計算時間の比較 (送信点 $T_{x1}$ , 屋内:構造物あり) . . . . .	43
3.5	高速化手法 I : 探索回数の比較 (送信点 $T_{x1}$ , 屋内:構造物あり) . . . . .	44
3.6	高速化手法 I : 計算時間の比較 (送信点 $T_{x2}$ , 屋内:構造物あり) . . . . .	44
3.7	高速化手法 I : 探索回数の比較 (送信点 $T_{x2}$ , 屋内:構造物あり) . . . . .	45
4.1	シミュレーション条件 . . . . .	51
4.2	探索回数の比較 屋内壁面なし . . . . .	51
4.3	探索回数の比較 . . . . .	52
4.4	高速化手法 II : 計算時間の比較 (評価対象環境 1) . . . . .	53
4.5	高速化手法 II : レイの探索回数の比較 (評価対象環境 1) . . . . .	54
4.6	高速化手法 II : 計算時間の比較 (評価対象環境 2 送信点 $T_{x1}$ ) . . . . .	56
4.7	高速化手法 II : 探索回数の比較 (評価対象環境 2 送信点 $T_{x1}$ ) . . . . .	56
4.8	高速化手法 II : 計算時間の比較 (評価対象環境 2 送信点 $T_{x2}$ ) . . . . .	57
4.9	高速化手法 II : 探索回数の比較 (評価対象環境 2 送信点 $T_{x2}$ ) . . . . .	57
5.1	重複順列の比較 . . . . .	60
5.2	シミュレーション条件 . . . . .	61
5.3	計算時間 (受信点 $R_{x1}$ ) . . . . .	62
5.4	探索回数 (受信点 $R_{x1}$ ) . . . . .	62
5.5	伝搬損失 [dB] (受信点 $R_{x1}$ ) . . . . .	63
5.6	計算時間 (受信点 $R_{x2}$ ) . . . . .	64
5.7	探索回数 (受信点 $R_{x2}$ ) . . . . .	65
5.8	伝搬損失 [dB] (受信点 $R_{x2}$ ) . . . . .	66
5.9	計算時間 (受信点 $R_{x1}$ ) . . . . .	70

---

5.10	探索回数 (受信点 Rx1)	70
5.11	伝搬損失 [dB] (受信点 Rx1)	70
5.12	計算時間 (受信点 Rx2)	72
5.13	探索回数 (受信点 Rx2)	72
5.14	伝搬損失 [dB] (受信点 Rx2)	72

# 目次

1.1	市場規模 . . . . .	11
1.2	陸上移動局 . . . . .	12
2.1	レイトレーシング法 . . . . .	16
2.2	ローチング法 . . . . .	17
2.3	鏡像法 . . . . .	17
2.4	鏡像法の基本的な手順 . . . . .	19
2.5	レイと面の当たり判定 . . . . .	20
2.6	レイ上の点 $p$ . . . . .	20
2.7	レイと平面の交差 . . . . .	21
2.8	三角形の内部に存在する交点 . . . . .	22
2.9	壁の透過 . . . . .	29
2.10	TE 波 . . . . .	31
2.11	TM 波 . . . . .	31
3.1	屋内の間取り例 . . . . .	34
3.2	鏡像点と反射位置の求め方 . . . . .	34
3.3	壁の分類 (ケース 1) . . . . .	35
3.4	壁の位置関係を用いた反射壁の絞りこみ . . . . .	40
3.5	評価対象環境 1 (屋内:構造物なし) . . . . .	40
3.6	高速化手法 I : 計算時間の比と探索回数の比 (屋内:構造物なし) . . . . .	42
3.7	評価対象環境 2 (屋内:構造物あり) . . . . .	43
3.8	一面の結果 . . . . .	43
3.9	高速化手法 I : 計算時間の比と探索回数の比 (送信点 $T_{x1}$ , 屋内:構造物あり) . . . . .	44
3.10	高速化手法 I : 計算時間の比と探索回数の比 (送信点 $T_{x2}$ , 屋内:構造物あり) . . . . .	45
4.1	壁の分類 . . . . .	48

4.2	壁同志が垂直に位置する例 . . . . .	49
4.3	(4.4) 式を導出する際の壁面の番号付け . . . . .	50
4.4	評価対象環境 1 . . . . .	52
4.5	評価対象環境 2 . . . . .	53
4.6	探索回数と計算時間の比 . . . . .	54
4.7	一面の結果 . . . . .	55
4.8	探索回数と計算時間の比 (評価対象環境 2 送信点 $T_{x1}$ ) . . . . .	56
4.9	探索回数と計算時間の比 送信点 $T_{x2}$ . . . . .	57
5.1	反射面とならない確率の高い壁 . . . . .	60
5.2	反射面の絞り込みの例 . . . . .	60
5.3	評価対象環境 1 (屋内:構造物 並行・垂直に配置) . . . . .	62
5.4	計算時間比と探索回数比 (受信点 $R_{x1}$ ) . . . . .	63
5.5	精度と計算時間比 (受信点 $R_{x1}$ ) . . . . .	64
5.6	計算時間比と探索回数比 (受信点 $R_{x2}$ ) . . . . .	65
5.7	精度と計算時間比 (受信点 $R_{x2}$ ) . . . . .	66
5.8	高速化手法 III 適用時の受信電力評価誤差 受信点 $R1$ 反射回数上限 6 (a) $n_{th}=2$ , (b) $n_{th}=3$ , (c) $n_{th}=4$ . . . . .	67
5.9	高速化手法 III 適用時の受信電力評価誤差 受信点 $R2$ 反射回数上限 6 (a) $n_{th}=2$ , (b) $n_{th}=3$ , (c) $n_{th}=4$ . . . . .	68
5.10	評価対象環境 2 (屋内:構造物・様々な配置) . . . . .	69
5.11	計算時間比と探索回数比 (受信点 $R_{x1}$ ) . . . . .	71
5.12	精度と計算時間比 (受信点 $R_{x1}$ ) . . . . .	71
5.13	計算時間比と探索回数比 (受信点 $R_{x2}$ ) . . . . .	73
5.14	精度と計算時間比 (受信点 $R_{x2}$ ) . . . . .	73

# 第 1 章

## 序論

### 1.1 背景

近年，インターネットの利用は益々拡大している．平成 25 年の ICT(Information and Communication Technology) 産業の市場規模（名目国内生産額）は 82.2 兆円で全産業の 8.7 % を占めており，ICT 産業は全産業の中で最大規模の産業である（図 1.1）．中でも携帯電話やタブレットの利用拡大は著しく，携帯電話端末等の陸上移動局の数は年々増加し続けている（図 1.2） [1]．

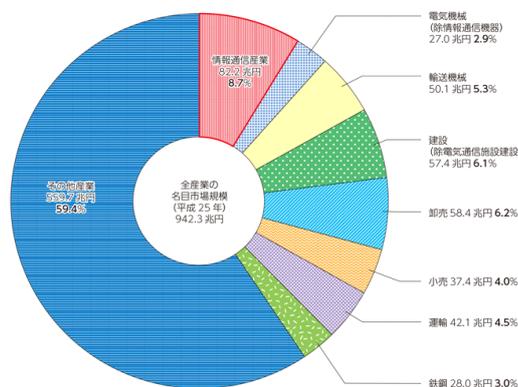


図 1.1 市場規模

無線通信端末である陸上移動局が通信する際，陸上の基地局が必要となる．基地局アンテナの適切な設置場所を検討するためには，アンテナから発せられる電波の伝搬特性を推定する必要がある．電波伝搬推定には，実機による実験やシミュレーションなどの解析方法がある．中でも近年，コンピュータの性能の向上，また，地形・地物の電子データが比較的容易に入手可能となってきたことから，解析する空間のデータを用いた，シミュレーションによる電波伝搬特性の解析が一般的となっている．

電波伝搬特性をシミュレーションで推定する方法として，レイトレーシング法が知られている．レイトレーシング法は，電波を直進するレイとみなし，送受信点間の到達可能なレイの経路を幾何学的にトレースすることで電界強度を推定する方法である．



図 1.2 陸上移動局

レイトレーシング法は壁や床などの構造物の数が増えることや、反射や透過などによるレイと構造物との相互作用の回数が増えると、その精度と計算時間がトレードオフの関係となる。これにより、解析に必要な精度を保つために、シミュレーション時間が増大するという問題があり、計算の高速化が課題となっている。

## 1.2 目的

レイトレーシング法で、送信点から受信点までの伝搬経路を求める方法として、ローンチング法および鏡像法（イメージング法）という二通りの方法が開発されている。ローンチング法は、送信点から一定角度ごとに離散的にレイを発射させ、その軌跡を逐一追跡する手法であり、アルゴリズムは比較的単純であるが、伝搬距離が延びると空間分解能が悪くなり、精度が劣化する。鏡像法は、送信点と受信点および考慮する全ての反射面の組み合わせについてそれぞれ鏡像点を求め、鏡像点を介して送受信点間の3次元的なレイの経路をトレースする手法である。鏡像法は受信点に到達するレイを正確に求めることができ、一般に精度の面でローンチング法より優れるが、反射面となりうる壁面の数や反射回数が増えると計算時間が爆発的に増大する問題がある。

本研究では、屋内構造物が間仕切りや什器が、外壁に対し並行または垂直に配置される場合が多いという屋内空間の特徴に着目し、同じ鏡像点を与える反射壁の順列の重複選択を回避してレイの探索を行うことで高速化を図る3つの方法を提案する。

提案手法は、厳密性を損なうことなく高速化を実現することが可能な方法と、一定回数（例えば  $n_{th}$  回）以内の反射で受信点に到達したレイが反射した壁面を保存し、 $n_{th} + 1$  回以上のレイの探索で履歴にある壁面のみをレイの探索対象とする、精度劣化を極力避けながら更なる高速化を狙った手法を提案する。本論文では、これら提案手法が、計算時間の大幅な短縮が図れることを理論的及び数値的に示す。

## 1.3 論文の構成

### 第1章 序論

本研究の概要について述べた

### 第2章 電波伝搬推定

レイトレーシング法の特徴, 種類, 基本となる計算手法, 電波強度の計算方法, 既存の高速化演算方法について説明する.

### 第3章 高速化手法 I

レイトレーシング法の鏡像法の一つ目の計算時間の高速化手法として, レイの反射面が互いに垂直に置かれている場合, 計算に必要なレイの存在判定の計算を省くことが出来る点に着目した高速化手法を提案し, この手法を壁や床・天井が全て並行・垂直に配置されている空間に適応した場合の有効性を, 理論的かつ数値的に検証する.

### 第4章 高速化手法 II

高速化手法 I の考え方を一般化し, 屋内の壁や床・天井が様々な配置の空間においても高速化が可能なアルゴリズムの提案を行う. この手法の有効性を理論的かつ数値的に検証する.

### 第5章 高速化手法 III

レイの存在判定の際に, 反射した構造物の履歴をとり, 反射や透過を許す回数が増えた際, 反射面として利用する構造物の数を絞り込むことにより計算時間を短縮する高速化手法を提案し, この手法の有効性を数値的に検証する.

### 第6章 まとめ

本研究のまとめと今後の課題について述べる.

## 第 2 章

# 電波伝搬推定

本章では，電波伝搬推定法の概要と種類，また，本研究で用いた電波伝搬推定法のレイトレーシング法について述べる．

### 2.1 無線通信とシミュレーション

近年，無線通信の利用拡大が著しい．無線通信における伝送技術の研究開発は，ハードウェアによる実験よりもシミュレーションによって行われることが一般的となっている [2,3]．主な理由は，実験は電波発射のために免許が必要であることや，開発のコストが非常に大きくなること，また，近年の計算機ハードウェア能力の向上により，多くの問題に対してパソコンでも実行可能となった点が挙げられる．シミュレーションでは，通常電波の送信および受信の処理をソフトウェア上で実現し，送信情報から受信信号を求める構成となっている．次節より，現在利用されている電波のふるまいを求めるためのシミュレーション方法の種類とその特徴について述べる．

### 2.2 電波伝搬特性の推定方法

周辺構造物が多数存在する環境での無線通信システムでは，構造物において，反射・透過・回折した複数の電波が受信アンテナに到来する．そのため，受信電力，遅延時間，偏波の方向といった電波の伝わり方の特性に広がりが生じる．

このため無線通信のシステム設計やエリア設計では，これら電波伝搬特性を知ることが必要不可欠である．電波伝搬特性の推定方法には，大きく分けて実験的モデルと理論論的モデルの二通りの方法がある．

実験的モデルは，伝搬路を実験的なモデルとして捉えた方法で，場所を特定しない場合に用いられ，求める環境の特性によってモデルの種類が多数ある．一方，理論的モデルは，主に伝搬環境についての詳細な情報が得られる場合に用いられる方法で，電波の送受信点間に存在する複数の伝搬経路を求め，伝搬特性を一元的に推定するこ

とが可能な手法である。

建物内部での電波伝搬特性を解析を行う場合、屋外と異なり、対象となる空間の詳細な情報を比較的容易に得られる場合が多い。このような、場所を特定して伝搬特性を求める場合には、理論的モデルが用いられており、主な手法に FDTD 法とレイトレーシング法がある。

FDTD 法は、送信アンテナから放射された電波の分布をマクスウェルの方程式により直接求める方法であり、基本的に正しい解を得ることができる。しかし、無線通信を行う伝搬環境は、計算すべきエリアのスケールと無線通信に用いられる電波の波長が数百倍程度に達するものとなり、現在の計算機機能では直接的な電磁界解析手法による解法は現実的ではない。

一方、レイトレーシング法は、従来モデリング分野で用いられる手法で、発信する電波を直線のレイとみなし、レイの追跡を行うことで電波の振る舞いを知る方法である。送受信点間に存在する複数の伝搬経路を、直接波、反射波、透過波等からなるレイとして近似的にモデル化し、その合成としての受信信号を求める。電波の進行を平面波として近似していることや、複雑な形状の物体に対する反射係数の計算が困難なため無限大平面・無限長エッジを仮定し反射係数や透過係数を求めているため、環境によっては現実には合わない計算結果となる場合もあるが、概ね実用的な精度であることから現在、理論的モデルとして広く用いられている。

## 2.3 レイトレーシング法

レイトレーシング法は、幾何光学に基づく伝搬経路の推定法であり主に、

- 幾何光学に基づく伝搬経路の推定
- 反射・透過などにおける係数の計算
- 全てのレイの合成による受信波の算出

の3つの過程により構成されている。レイトレーシング法は、図 2.1 のように、送信点から放射された電波をレイとみなし、直接波、反射波、透過波、回折波の相互作用を経て受信点に到達するレイを幾何学的にトレースし、受信点での電波強度等を求める。レイトレーシング法で伝搬経路を推定する手順について、鏡像法とローンチング法という二つの手法が開発されている。

ローンチング法は、送信点から一定角度ごと離散的にレイを発射させその軌跡を逐次追跡して受信点に到達するレイを探索する方法である [4-7]。離散的な角度でレイを発射させるため受信点の位置にレイが到達する確率は実質 0 となり、受信点周りに一定のエリア  $\Delta S$  を定義し、その  $\Delta S$  内に到達したレイを受信点に到達したレイとみなす方法が一般的である。このため、伝搬距離が長くなるとエリア内に到達するレイが減り、誤差が大きくなる問題がある (図 2.2)。

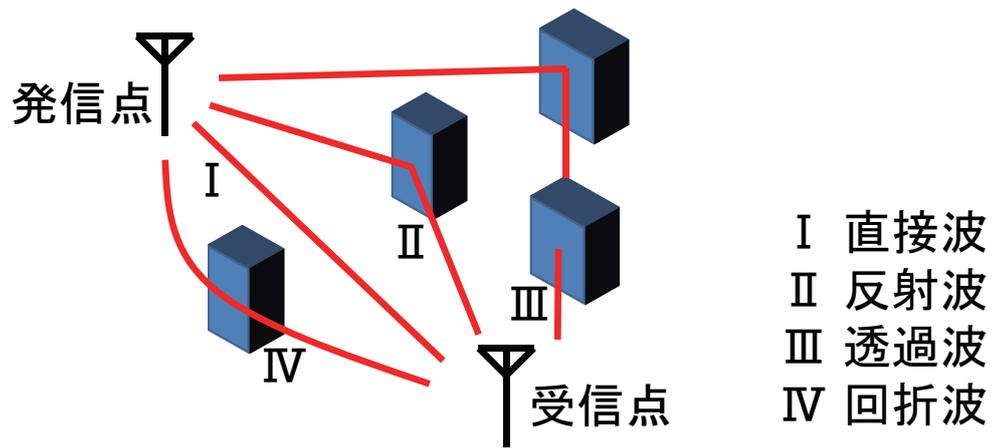


図 2.1 レイトレーシング法

一方，鏡像法では，送信点，受信点および考慮するすべての反射する構造物，透過する構造物の組み合わせから幾何学的に反射点などを求め，送受信点間の3次元的なレイの経路を求める [8-15]．この方法は，受信点に到達するレイを厳密に求めることが出来る．しかし，送信点と受信点間の反射点や回折する点を決定するために，すべて構造物の反射透過等の組み合わせに対してレイを探索する必要がある (図 2.3)．

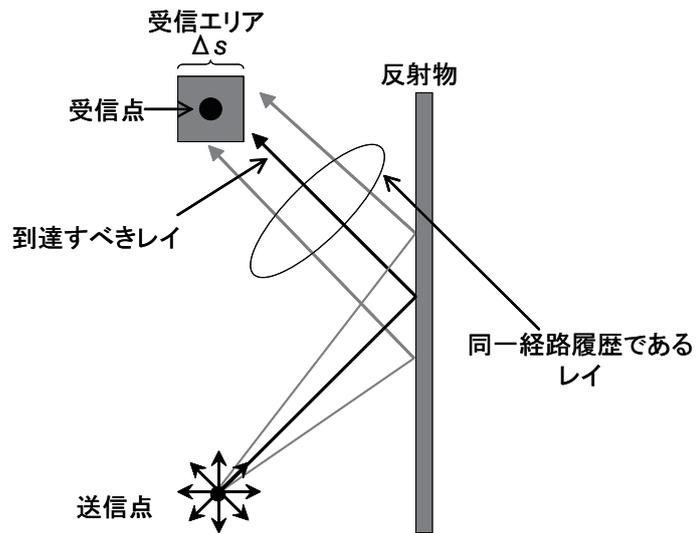


図 2.2 ローチング法

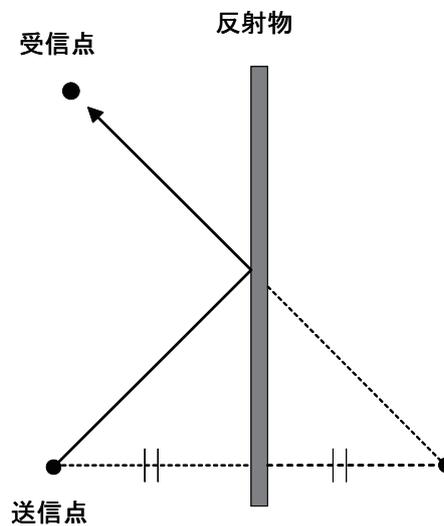


図 2.3 鏡像法

### 2.3.1 鏡像法の基本的な手順

鏡像法の基本的な手順は、以下の3つの手順にて行われる。

- 手順Ⅰ：反射面の順列（反射する面の組み合わせとその順番）を選択
- 手順Ⅱ：選択した反射面の順列に対応する鏡像点を計算
- 手順Ⅲ：選択した順列通りに各面で反射し、受信点に至るレイの存在を確認

まず、反射面として利用される可能性のある壁面や（什器などの）構造物の外表面を対象に反射面の順列を全て調べ上げ、それぞれの反射面の順列通りに反射して発信点から受信点に至る経路が存在するか調べ、存在する場合はその経路に沿ったレイの電波強度を計算する。ただし、壁の反射回数と（経路の途中で壁を透過する必要がある

場合) 壁の透過回数が大きい経路では, 受信点に至るまでに電波強度が大きく減衰し, その寄与は小さいことから, 通常は, 反射回数と透過回数の和が一定回数 (例えば6回程度) 以下の経路のみを調べる.

以下, 図 2.4 を例にとって, 発信点から2回の反射を経て, 受信点に到達するレイの経路を調べる手順を説明する. まず, はじめに

- 発信点 → 壁 1 に反射 → 壁 3 に反射 → 受信点

と, 反射面の順列を1つ選択する. 以下手順ごとに説明する.

- 手順 1: 発信点と壁 I の鏡像点 I を計算
- 手順 2: 鏡像点 I と壁 III の鏡像点 II を計算
- 手順 3: 受信点と鏡像点 II を結び交点 I を計算
- 手順 4: 受信点と交点 I の間の透過する壁の有無確認
- 手順 5: 交点 I と鏡像点 I を結び交点 II を計算
- 手順 6: 交点 I と交点 II の間に壁 II が存在し, この壁を透過する必要があることを確認, 他に透過する壁が無いかを確認
- 手順 7: 交点 II と発信点間の透過壁の有無を確認
- 手順 8: この反射面の順列に沿った経路が存在するので, 電界強度計算を実施

### 2.3.2 鏡像法の問題点

ここで, 鏡像法の問題点を考える.  $n$  を壁面や構造物の面の数,  $R$  を反射と透過を許す回数とすると, レイの存在を探索する必要のある反射面の順列数はおおよそ  $n^R$  である. つまり,  $R$  が増えるとともに計算量が指数関数的に爆発する. また  $R$  が一定でも  $n$  が増えると計算量が多項式オーダーで増大してしまうこととなり, 計算の高速化が課題となる.

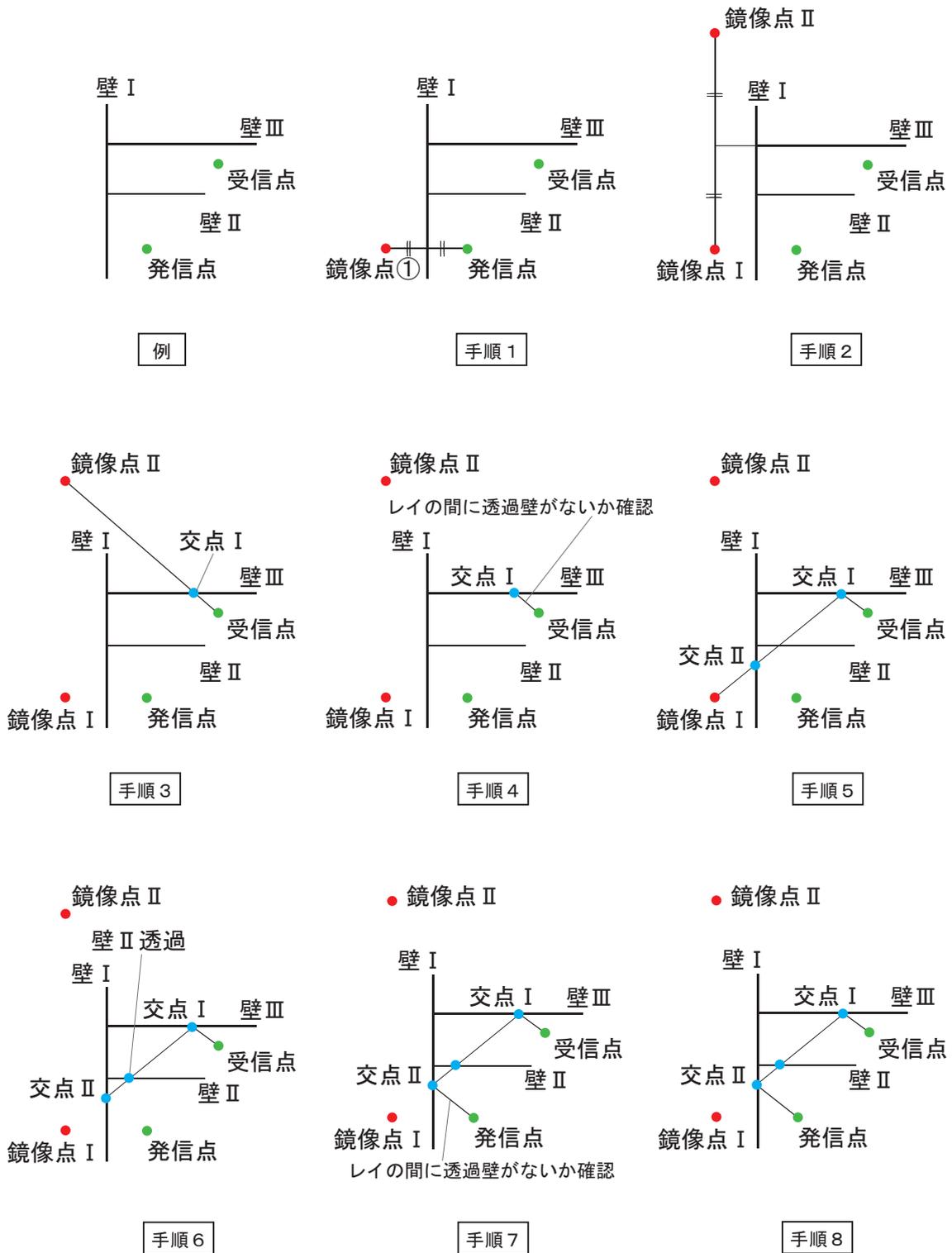


図 2.4 鏡像法の基本的な手順

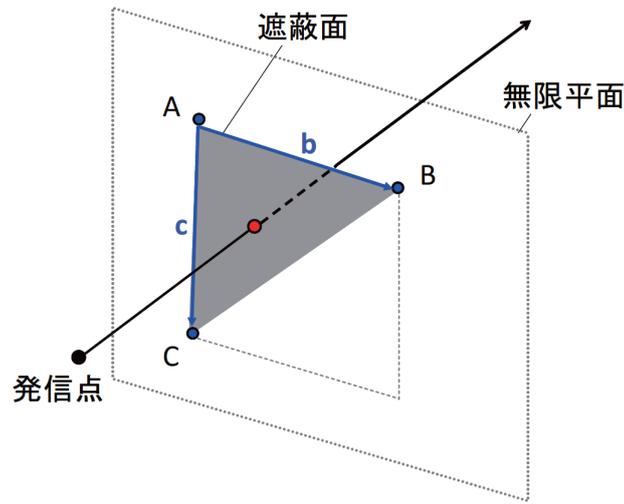
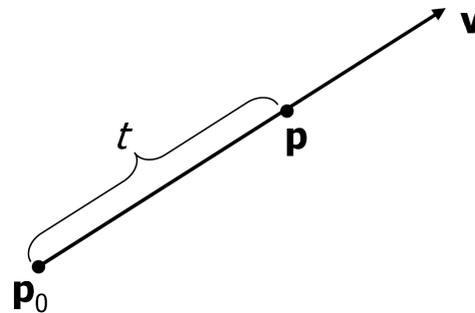


図 2.5 レイと面の当たり判定

図 2.6 レイ上の点  $p$ 

## 2.4 面とレイの当たり判定

次に、2.3.1 項の手順 III で説明した選択した順列通りに各面で反射し、受信点に至るレイの存在を確認する具体的な方法を述べる。

手順 III では、主に屋内で電波の障害となる、壁・床・天井等の遮蔽面とレイの当たり判定を行う。本研究で考慮する面は、全て矩形で構成され、面とレイの当たり判定を行う際、1つの面を2つの三角形に分割し、それぞれの三角形に対してレイとの当たり判定を行う。以下では図 2.5 のように、遮蔽面の3頂点を  $A, B, C$  とおき、点  $A$  の位置ベクトルを  $a$  とし、 $b = \overrightarrow{AB}$ 、 $c = \overrightarrow{AC}$  とする。また、レイは以下の式で表される直線上に存在するものとする。

$$p = p_0 + tv \quad (2.1)$$

ここで、 $p_0$  はレイの発信点を表す位置ベクトル、 $v$  はレイの方向ベクトル、 $t$  は任意の実数、 $p$  はレイ上の点を表す位置ベクトルである (図 2.6)。

当たり判定の処理は二段階に分けることとする。はじめに、面の3頂点から構成さ

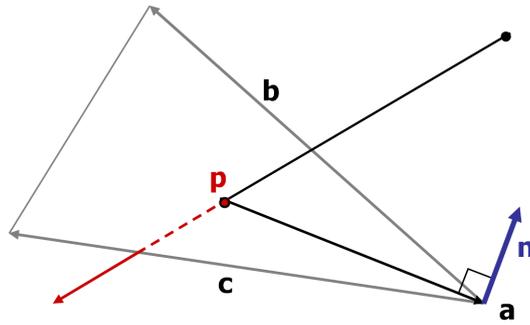


図 2.7 レイと平面の交差

れる三角形に着目し、三角形を含む無限平面とレイの交点を求め、次に交点が三角形の内部に存在するかを調べる。

まず、三角形を含む無限平面とレイの交点の求め方を説明する。三角形  $ABC$  を含む無限平面の法線ベクトル  $n$  は以下のように与えられる。

$$n = b \times c \quad (2.2)$$

ここで、平面の法線ベクトル  $n$  とレイの方向ベクトル  $v$  の内積が  $0$  ( $n \cdot v = 0$ ) であれば、レイは平面と平行であると判断し、当たり判定処理を終了して次の面との当たり判定を行う。  $n \cdot v \neq 0$  であれば、図 2.7 のようにレイは平面と交差しており、交点を  $p$  としたとき、以下の式が成り立つ。

$$n \cdot (a - p) = 0 \quad (2.3)$$

式 (2.1) (2.3) より、パラメータ  $t$  は以下の式で求めることができる。

$$t = \frac{n \cdot (a - p_0)}{n \cdot v} \quad (2.4)$$

よって、三角形  $ABC$  を含む無限平面とレイの交点  $p$  は、下記の式で得られる。

$$p = p_0 + tv \quad (2.5)$$

$$= p_0 + \frac{n \cdot (a - p_0)}{n \cdot v} v \quad (2.6)$$

次に、交点が三角形の内部に存在するかの判定方法を述べる。三角形  $ABC$  を含む無限平面上の点  $q$  は、 $u$ 、 $v$  を任意の実数としたとき以下のように与えられる。

$$q = a + ub + vc \quad (2.7)$$

このとき、平面とレイの交点  $p$  が三角形  $ABC$  の内部に存在するためには以下の式を満たす必要がある (図 2.8)。

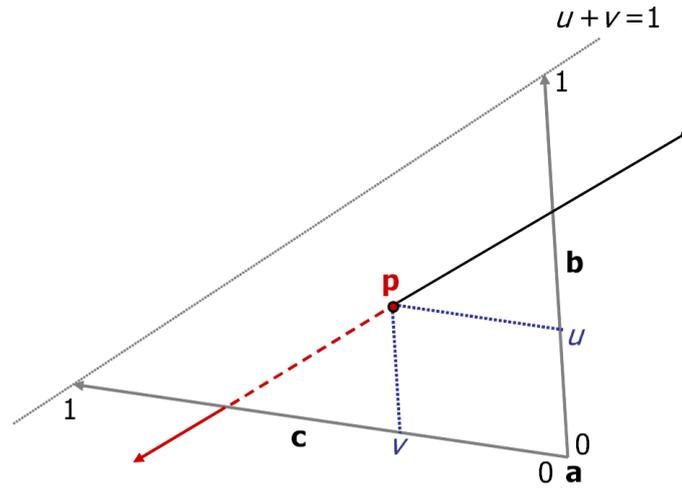


図 2.8 三角形の内部に存在する交点

$$\begin{aligned}
 p &= a + ub + vc & (2.8) \\
 u &\geq 0, \\
 v &\geq 0, \\
 u + v &\leq 1.
 \end{aligned}$$

ここで便宜上,  $p - a = g$  とおくこととし, 式 (2.9) を以下のように表す.

$$g = ub + vc \quad (2.9)$$

式 (2.9) の両辺を  $b, c$  で内積を取ると,

$$\begin{aligned}
 g \cdot b &= (ub + vc) \cdot b \\
 &= (b \cdot b)u + (b \cdot c)v,
 \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned}
 g \cdot c &= (ub + vc) \cdot c \\
 &= (b \cdot c)u + (c \cdot c)v.
 \end{aligned} \quad (2.11)$$

式 (2.10), 式 (2.11) それぞれに  $b \cdot c, b \cdot b$  を掛けると,

$$(g \cdot b) \cdot (b \cdot c) = (b \cdot b) \cdot (b \cdot c)u + (b \cdot c) \cdot (b \cdot c)v, \quad (2.12)$$

$$(g \cdot c) \cdot (b \cdot b) = (b \cdot c) \cdot (b \cdot b)u + (c \cdot c) \cdot (b \cdot b)v. \quad (2.13)$$

式 (2.12) から式 (2.13) を引くと,

$$(g \cdot b) \cdot (b \cdot c) - (g \cdot c) \cdot (b \cdot b) = \{(b \cdot c)^2 - (c \cdot c) \cdot (b \cdot b)\}v,$$

$$v = \frac{(g \cdot b) \cdot (b \cdot c) - (g \cdot c) \cdot (b \cdot b)}{(b \cdot c)^2 - (c \cdot c) \cdot (b \cdot b)} \quad (2.14)$$

ここで、 $v < 0$  または  $v > 1$  であれば、点  $p$  形  $ABC$  の外部に存在することは明らかのため、当たり判定処理を終了して次の遮蔽面との当たり判定を行う。式 (2.12) ~ 式 (2.14) と同様の操作を行うと、次が得られる。

$$u = \frac{(g \cdot c) \cdot (b \cdot c) - (g \cdot b) \cdot (c \cdot c)}{(b \cdot c)^2 - (c \cdot c) \cdot (b \cdot b)} \quad (2.15)$$

ここで、 $u \geq 0$  かつ  $u + v \leq 1$  であれば、平面とレイの交点  $p$  が三角形  $ABC$  の内部に存在すると判定し、次にこの交点を送信点とみなし、同様に次に反射する面との当たり判定を行う。

## 2.5 全てのレイの合成による受信波強度の算出

本節では、全てのレイを合成して受信波の電波強度（伝搬損失）を算出する手順を述べる。レイトレース法では、受信点において到達可能な全てのレイの電波強度を計算し合成する。以降、まず障害物がない場合の電波強度の計算方法を説明し、次にレイが複数ある場合の電波強度の計算方法を説明する。レイが複数ある場合の電波強度の計算では、各レイの位相も考慮する。

### 2.5.1 障害物がない場合の伝搬損失

送信アンテナは座標原点にあると仮定する。アンテナ利得  $G_t(\theta, \phi)$  の送信アンテナを用いて送信電力  $P_t$  で電波を送信すると、極座標系で  $r$  を動径、 $\theta$  と  $\phi$  を偏角とした場合の位置  $x(r, \theta, \phi)$  における単位面積当たり電力  $S(x)$  は、

$$S(x) = \frac{P_t}{4\pi r^2} G_t(\theta, \phi) \quad (2.16)$$

となる。電力と電界強度との関係

$$S = \frac{|E|^2}{\mu_0} (\mu_0 : \text{真空の透磁率}) \quad (2.17)$$

より、位置  $x$  でのレイの電界強度は、

$$|E(x)| = \sqrt{\frac{\mu_0 P_t}{4\pi r^2} G_t(\theta, \phi)} \quad (2.18)$$

となる。電界ベクトルの向き（電場の振動方向）は、アンテナの形状により異なる。垂直偏波の場合（図 2.10）、

$$E(x) = |E(x)|(\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, -\sin \theta) \quad (2.19)$$

となり、水平偏波の場合（図 2.11）,

$$E(x) = |E(x)|(-\sin \theta, \cos \phi, 0) \quad (2.20)$$

となる。（レイの進行方向ベクトルを  $k$  とすれば、いずれの場合も  $k \cdot E(x) = 0$  となる。）

アンテナ利得  $G_r(\theta, \phi)$  の受信アンテナを用いて電界強度  $|E|$  の電波を受信したときの受信電力  $P_r$  は、波長を  $\lambda$  とすれば

$$P_r = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r(\theta, \phi) \frac{|E|^2}{\mu_0} \quad (2.21)$$

に等しい。したがって、原点にアンテナ利得  $G_t$  の送信アンテナを設置し、位置  $x$  に受信アンテナを設置したときの受信電力は

$$P_r = \frac{\lambda^2}{(4\pi r)^2} P_t G_r G_t \quad (2.22)$$

となる。送受信アンテナを共に無指向性、利得を 1 として伝搬損失  $L$  を  $P_r/P_t$  で定義すると、

$$L = \frac{\lambda^2}{(4\pi r)^2} \quad (2.23)$$

となる。

## 2.5.2 多波モデル

次に位置  $x$  に設置したアンテナが様々な方向から到来するレイを受信するモデルを考える。（ただし、送信アンテナは 1 つ、送信アンテナ利得  $G_t$ 、受信アンテナ利得  $G_r$  を共に 1 と仮定する）。簡単のため、アンテナは等方的とする。すなわち、 $G_t(\theta, \phi) = G_r(\theta, \phi) = 1$  とする。アンテナの受信強度  $P_r$  は

$$P_r = \frac{\lambda^2}{4\pi\mu_0} \left| \sum_{i=1}^n E_i e^{-i\phi_i} \right|^2 \quad (2.24)$$

となる。ここで、レイの番号は 1 から  $n$  まで振られており、レイ 1 が最も強度の強いレイに対応する。 $\phi_i$  はレイ  $i$  の位相  $2\pi r_i/\lambda$  であり、 $r_i$  はレイ  $i$  の到来距離である。各レイの電界強度は

$$|E_i| = \sqrt{\frac{\mu_0 P_t}{4\pi r_i^2}} R_i \quad (2.25)$$

となる。ここで、 $R_i$  はレイ  $i$  の到来経路上での反射係数・透過係数の積であり、 $r_i$  はレイ  $i$  の到達距離である。従って、

$$\begin{aligned}
P_r &= \frac{\lambda^2}{4\pi\mu_0} \left| \sum_{i=1}^n E_i e^{-i\phi_i} \right|^2 \\
&= \frac{\lambda^2}{4\pi\mu_0} \left( \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{\mu_0 P_t}{4\pi r_i^2}} R_i e_i e^{-i\phi_i} \right) \left( \sum_{j=1}^n \sqrt{\frac{\mu_0 P_t}{4\pi r_j^2}} R_j e_j e^{i\phi_j} \right) \\
&= \frac{\lambda^2 P_t}{(4\pi)^2} \left( \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{r_i} e_i e^{-i\phi_i} \right) \left( \sum_{j=1}^n \frac{R_j}{r_j} e_j e^{i\phi_j} \right) \\
&= \frac{\lambda^2 P_t}{(4\pi)^2} \sum_i \frac{R_i^2}{r_i^2} + \frac{\lambda^2 P_t}{4\pi} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{R_i R_j (e_i \cdot e_j)}{r_i r_j} e^{-i(\phi_i - \phi_j)}
\end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
\sum_i \sum_{j \neq i} \frac{R_i R_j (e_i \cdot e_j)}{r_i r_j} e^{-i(\phi_i - \phi_j)} &= \sum_i \sum_{j > i} \frac{R_i R_j (e_i \cdot e_j)}{r_i r_j} \left( e^{-i(\phi_i - \phi_j)} + e^{-i(\phi_j - \phi_i)} \right) \\
&= 2 \sum_i \sum_{j > i} \frac{R_i R_j (e_i \cdot e_j)}{r_i r_j} \cos(\phi_i - \phi_j) \\
&= \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{R_i R_j (e_i \cdot e_j)}{r_i r_j} \cos(\phi_i - \phi_j)
\end{aligned}$$

であるから

$$P_r = \frac{\lambda^2 P_t}{(4\pi)^2} \sum_i \frac{R_i^2}{r_i^2} + \frac{\lambda^2 P_t}{4\pi} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{R_i R_j (e_i \cdot e_j)}{r_i r_j} \cos(\phi_i - \phi_j), \quad (2.26)$$

もしくは,

$$L = \frac{\lambda^2}{(4\pi)^2} \sum_i \frac{R_i^2}{r_i^2} + \frac{\lambda^2}{(4\pi)^2} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{R_i R_j (e_i \cdot e_j)}{r_i r_j} \cos(\phi_i - \phi_j). \quad (2.27)$$

となる。ここで、 $e_i$  は電界ベクトル  $E_i$  と同じ向きの単位ベクトルである。上式の最初の項のみを考慮したものが、干渉を考慮しないモデルでの電波強度の評価式に対応し、第2項目に波  $i$  と  $j$  の位相差があわられており、このため、これ以降のシミュレーション結果である3章の図3.8や4章の図4.7では干渉縞が確認できる。

### 2.5.3 2層の反射係数，透過係数

反射係数・透過係数は、フレネル (Fresnel) の反射係数・透過係数と呼ばれる公式から導くことができる。レイが入射する面は平面であると仮定し、その算出方法を示す。レイの進行方向ベクトルを  $k$ 、レイが入射する物体平面の単位法線ベクトルを  $f$ 、レイ

の入射時点での電界を  $E_i$  とする。レイの進行方向ベクトルと物体平面の法線ベクトルがなす面を入射面という。入射面の単位法線ベクトルを  $n$  とすると

$$n = \frac{k \times f}{\sqrt{1 - (k \times f)^2}} \quad (2.28)$$

となる。レイの電界ベクトルを入射面に垂直な成分  $E_{\perp}$  と平行な成分  $E_{\parallel}$  に分解する。

$$E_{\perp} = (E_i \cdot n) \quad (2.29)$$

$$E_{\parallel} = E_i - E_{\perp} = E_i - (E_i \cdot n) \quad (2.30)$$

となる。入射面に平行な成分  $E_{\parallel}$  に対しては、反射係数  $R_{\parallel}$ ・透過係数  $T_{\parallel}$  の算出に TM(Transverse Magnetic) 波入射 (図 2.11) の式を適用する。媒質  $i$  でのインピーダンス  $Z$  を

$$Z_i = \sqrt{\frac{\mu_i}{\epsilon_i}} \quad (2.31)$$

で定義すると、反射係数、透過係数は

$$R_{\parallel} = \frac{Z_1 \cos \theta_1 - Z_2 \cos \theta_2}{Z_1 \cos \theta_1 + Z_2 \cos \theta_2}, \quad T_{\parallel} = \frac{2Z_2 \cos \theta_1}{Z_1 \cos \theta_1 + Z_2 \cos \theta_2}, \quad (2.32)$$

で与えられる、ここで  $\theta_1, \theta_2$  はそれぞれ入射角、屈折角である。入射角、屈折角の間には以下の関係式が成立する。

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2} = \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \theta_1} = \frac{1}{n_{ij}} \sqrt{n_{ij}^2 - \sin^2 \theta_1} \quad (2.33)$$

ここで

$$\begin{aligned} n_i &\stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{\mu_i}{\mu_0 \epsilon_0} \left( \epsilon_i - \frac{i\sigma_i}{\omega} \right)} \\ &= \sqrt{\frac{\mu_i}{\mu_0 \epsilon_0}} \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma_i}{\epsilon_0 \omega} \right)^2} + 1 \right\}} - i \sqrt{\frac{\mu_i}{\mu_0 \epsilon_0}} \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma_i}{\epsilon_0 \omega} \right)^2} - 1 \right\}} \\ n_{ij} &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{n_j}{n_i} \end{aligned} \quad (2.34)$$

$\mu_i, \epsilon_i, \sigma_i$  は媒質  $i$  の透磁率、誘電率、導電率、 $n_{ij}$  は媒質  $i$  に対する媒質  $j$  の相対屈折率である。 $\epsilon_i = 0$  であれば吸収のない媒質、 $n_{ij} \neq 0$  の場合は吸収のある媒質となる。以下、簡単のため  $\epsilon_i = 0$  とすると ( $n_{ij} \neq 0$  の場合も同じ結果になる)

$$\begin{aligned}
E_{\parallel} &= \frac{\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} \cos \theta_1 - \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} \cos \theta_2}{\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} \cos \theta_1 + \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} \cos \theta_2} = \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_2 \mu_1}{\varepsilon_1 \mu_2}} \cos \theta_1 - \cos \theta_2}{\sqrt{\frac{\varepsilon_2 \mu_1}{\varepsilon_1 \mu_2}} \cos \theta_1 + \cos \theta_2} \\
&= \frac{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_{ij} \cos \theta_1 - \frac{1}{n_{ij}} \sqrt{n_{ij}^2 - \sin^2 \theta_1}}{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_{ij} \cos \theta_1 + \frac{1}{n_{ij}} \sqrt{n_{ij}^2 - \sin^2 \theta_1}} \\
&= \frac{\mu_1 n_{ij}^2 \cos \theta_1 - \mu_2 \sqrt{n_{ij}^2 - \sin^2 \theta_1}}{\mu_1 n_{ij}^2 \cos \theta_1 + \mu_2 \sqrt{n_{ij}^2 - \sin^2 \theta_1}} \\
&= \frac{\mu_1 n_{ij}^2 |k \cdot f| - \mu_2 \sqrt{n_{ij}^2 + (k \cdot f)^2 - 1}}{\mu_1 n_{ij}^2 |k \cdot f| + \mu_2 \sqrt{n_{ij}^2 + (k \cdot f)^2 - 1}}.
\end{aligned} \tag{2.35}$$

同様にして,

$$T_{\parallel} = \frac{2\mu_2 n_{12} \cos \theta}{\mu_1 n_{12}^2 \cos \theta + \mu_2 \sqrt{n_{12}^2 - \sin^2 \theta}} = \frac{2\mu_2 n_{12} |k \cdot f|}{\mu_1 n_{12}^2 |k \cdot f| + \mu_2 \sqrt{n_{12}^2 - (k \cdot f)^2 - 1}}. \tag{2.36}$$

一方, 入射面に垂直な成分  $E_{\perp}$  に対しては, 反射係数・透過係数の算出に直交偏波 ( $TE$  波) 入射の式を適用する. 反射係数, 透過係数は

$$T_{\perp} = \frac{Z_2 \cos \theta_1 - Z_1 \cos \theta_2}{Z_2 \cos \theta_1 + Z_1 \cos \theta_2}, T_{\perp} = \frac{2Z_2 \cos \theta_1}{Z_2 \cos \theta_1 + Z_1 \cos \theta_2}, \tag{2.37}$$

であり平行偏波と同様の計算を行うと,

$$\begin{aligned}
R_{\parallel} &= \frac{\mu_1 \cos \theta_1 - \mu_1 \sqrt{n_{ij}^2 - \sin^2 \theta_1}}{\mu_1 \cos \theta_1 + \mu_1 \sqrt{n_{ij}^2 - \sin^2 \theta_1}} = \frac{\mu_2 |f \cdot k| - \mu_1 \sqrt{n_{ij}^2 + (k \cdot f)^2 - 1}}{\mu_2 |f \cdot k| + \mu_1 \sqrt{n_{ij}^2 + (k \cdot f)^2 - 1}}, \\
T_{\parallel} &= \frac{2\mu_2 \cos \theta_1}{\mu_2 \cos \theta_1 + \mu_1 \sqrt{n_{ij}^2 - \sin^2 \theta_1}} = \frac{2\mu_2 |f \cdot k|}{\mu_2 |f \cdot k| + \mu_1 \sqrt{n_{ij}^2 + (k \cdot f)^2 - 1}}.
\end{aligned}$$

となる. 入射面に平行な成分  $E_{\parallel}$  の反射波は  $R_{\parallel}|E_{\parallel}|e_r$ , 入射面に垂直な成分  $E_{\perp}$  の反射波は  $R_{\perp}E_{\perp}$  となる. ここで  $e_r$  は入射面において反射レイの進行方向ベクトル  $k_r (= k + 2|k \cdot f|f)$  に垂直な単位ベクトルであり,

$$e_r = \frac{k_r \times n}{\sqrt{1 - (k_r \cdot n)^2}}. \tag{2.38}$$

これより反射レイの電界  $E_r$  は

$$E_r = R_{\parallel}|E_{\parallel}|e_r + R_{\perp}E_{\perp} = R_{\parallel}|E - (E \cdot n)n|e_r + \perp E_{\perp}(E \cdot n)n. \tag{2.39}$$

同様に透過レイの電界  $E_t$  は

$$E_t = T_{\parallel}E_{\parallel} + T_{\perp}E_{\perp} = T_{\parallel}E + (T_{\perp}T_{\parallel})(E \cdot n)n. \tag{2.40}$$

### 2.5.4 3層反射係数, 透過係数

有限の厚さ  $\Delta w$  を持つ壁 (媒質 2) を電磁波が透過する場合の透過係数は,

$$T = \frac{T_{12}T_{21}e^{j\beta}}{1 + R_{12}R_{21}e^{j2\beta}} \quad (2.41)$$

で与えられる. ここで,  $T_{12}, T_{21}$  はそれぞれ真空 (媒質 1) から媒質 2 に入射する際の透過係数および媒質 2 から真空に入射する際の透過係数であり,  $R_{12}, R_{21}$  は真空 (媒質 1) から媒質 2 に入射する際の反射係数および媒質 2 から真空に入射する際の反射係数である.

真空から媒質 2 に入る際の入射角と屈折角をそれぞれ  $\theta_1, \theta_2$  とすると, 図 1 より, 媒質 2 から真空に出る際の入射角と屈折角はそれぞれ  $\theta_2, \theta_1$  となることに注意する. 平行偏波の場合, 式 (2.32) より

$$R_{12} = \frac{Z_1 \cos \theta_1 - Z_2 \cos \theta_2}{Z_1 \cos \theta_1 + Z_2 \cos \theta_2} = -\frac{Z_2 \cos \theta_2 - Z_1 \cos \theta_1}{Z_1 \cos \theta_1 + Z_2 \cos \theta_2} = -R_{21} \quad (2.42)$$

つまり  $R_{12} = -R_{21}$  の関係が成立する. この関係は直交偏波の場合にも成立する. 一方, 同様の考察により, 平行偏波, 直交偏波のいずれの場合にも

$$T_{12}T_{21} = (1 - R_{12}^2)$$

が成立することが確かめられる. これを式 (2.41) に代入すると, 平行偏波, 直交偏波のいずれの場合にも

$$T = \frac{(1 - R_{12}^2)e^{j\beta}}{1 - R_{12}^2e^{j2\beta}}$$

となる.

一方  $\beta$  は,

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \sqrt{n_{12}^2 - \sin^2 \theta_1} \quad (2.43)$$

となる. ここで  $\lambda$  は真空中の光の波長である. 上式において,

$$\begin{aligned} \sqrt{n_{12}^2 - \sin^2 \theta_1} &= \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_0 \epsilon_0} \left( \epsilon_2 - \frac{i\sigma_2}{\omega} \right) - \sin^2 \theta_1} \\ &= \sqrt{\frac{\mu_2 \epsilon_2}{\mu_0 \epsilon_0}} \sqrt{\left( 1 - \frac{\sin^2 \theta_1}{\frac{\mu_2 \epsilon_2}{\mu_0 \epsilon_0}} \right) - i \frac{\sigma_2}{\epsilon_2 \omega}} \\ &= \sqrt{\frac{\mu_2 \epsilon_2}{\mu_0 \epsilon_0}} \sqrt{\cos^2 \theta_2 - i \frac{\sigma_2}{\epsilon_2 \omega}} \end{aligned} \quad (2.44)$$

である.

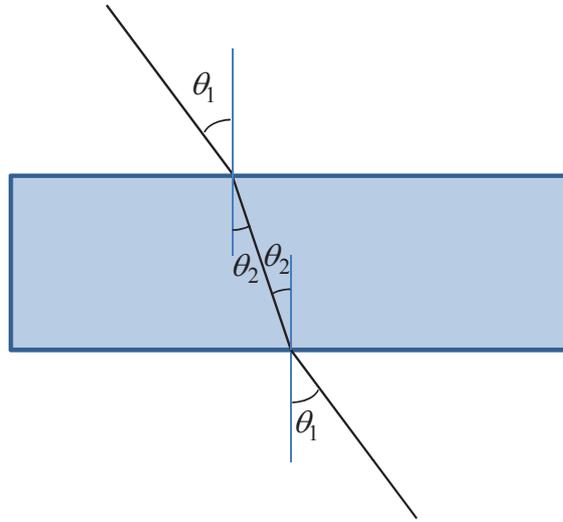


図 2.9 壁の透過

$\sqrt{\cos^2 \theta_2 - i \frac{\sigma_2}{\epsilon_2 \omega}} = x + iy$  とおくと,

$$x = -\cos \theta_2 \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma_2}{\epsilon_2 \omega \cos^2 \theta_2} \right)^2} + 1 \right\}},$$

$$y = \cos \theta_2 \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma_2}{\epsilon_2 \omega \cos^2 \theta_2} \right)^2} - 1 \right\}}$$

となり, 従って,

$$\begin{aligned} \beta &= -\frac{2\pi}{\lambda} \Delta w \sqrt{\frac{\mu_2 \epsilon_2}{\mu_0 \epsilon_0}} \cos \theta_2 \left( \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma_2}{\epsilon_2 \omega \cos^2 \theta_2} \right)^2} + 1 \right\}} \right. \\ &\quad \left. - i \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma_2}{\epsilon_2 \omega \cos^2 \theta_2} \right)^2} - 1 \right\}} \right) \\ &= -\Delta w \sqrt{\mu_2 \epsilon_2} \omega \cos \theta_2 \left( \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma_2}{\epsilon_2 \omega \cos^2 \theta_2} \right)^2} + 1 \right\}} \right. \\ &\quad \left. - i \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma_2}{\epsilon_2 \omega \cos^2 \theta_2} \right)^2} - 1 \right\}} \right). \end{aligned} \tag{2.45}$$

となる.

なお、 $\beta$  の虚数部分 (imaginary part) は媒質 2 内でのレイの吸収に大きく影響する。虚数部分に着目すると

$$e^{i\beta} = \exp \left( -\Delta w \sqrt{\mu_2 \varepsilon_2} \omega \cos \theta_2 \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2 \omega \cos^2 \theta_2} \right)^2} - 1 \right\}} \right) \quad (2.46)$$

となる。また、 $\sigma_2 / (\varepsilon_2 \omega \cos^2 \theta_2) \ll 1$  の場合

$$\begin{aligned} e^{i\beta} &= \exp \left( -\Delta w \sqrt{\mu_2 \varepsilon_2} \omega \cos \theta_2 \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2 \omega \cos^2 \theta_2} \right)^2 - 1 \right\}} \right) \\ &= \exp \left( -\Delta w \sqrt{\mu_2 \varepsilon_2} \omega \cos \theta_2 \frac{\sigma_2}{2 \varepsilon_2 \omega \cos^2 \theta_2} \right) \\ &= \exp \left( -\frac{\Delta w}{\cos \theta_2} \frac{\sigma_2}{2} \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} \right) \end{aligned} \quad (2.47)$$

となる。上式の計算を実際に行うには、建材の電気的固有についてのデータが必要になる。ITU-R 勧告に示されている建材の周波数別複素誘電率データを表 2.1 に示す [1]。

表 2.1 建材の複素誘電率

	1GHz	57.5GHz	78.5GHz	95.9GHz
コンクリート	7.0 - <i>i</i> 0.85	6.50 - <i>i</i> 0.43	—	6.20 - <i>i</i> 0.34
軽量コンクリート	2.0 - <i>i</i> 0.50	—	—	—
床板 (合成樹脂)	—	3.91 - <i>i</i> 0.33	3.64 - <i>i</i> 0.37	3.16 - <i>i</i> 0.39
石膏ボード	—	2.25 - <i>i</i> 0.03	2.37 - <i>i</i> 0.10	2.25 - <i>i</i> 0.06
天井板 (岩綿)	1.2 - <i>i</i> 0.01	1.59 - <i>i</i> 0.01	1.56 - <i>i</i> 0.02	1.56 - <i>i</i> 0.04
ガラス	7.9 - <i>i</i> 0.10	6.81 - <i>i</i> 0.17	—	—
ファイバーガラス	1.2 - <i>i</i> 0.10	—	—	—

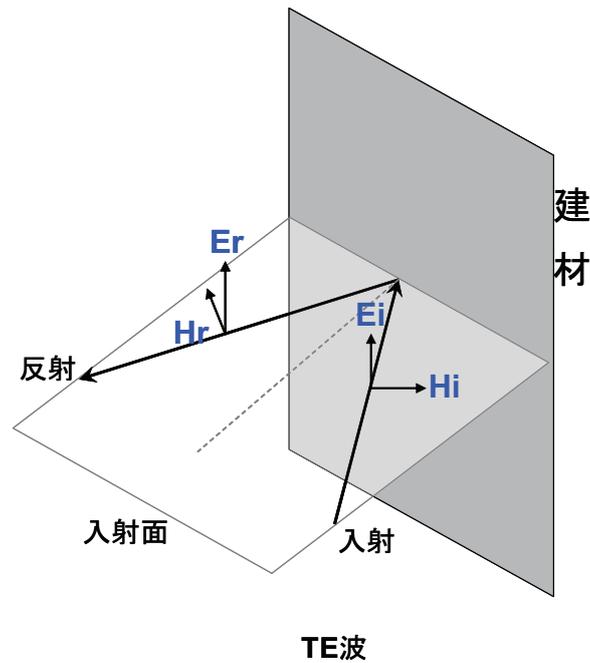


図 2.10 TE 波

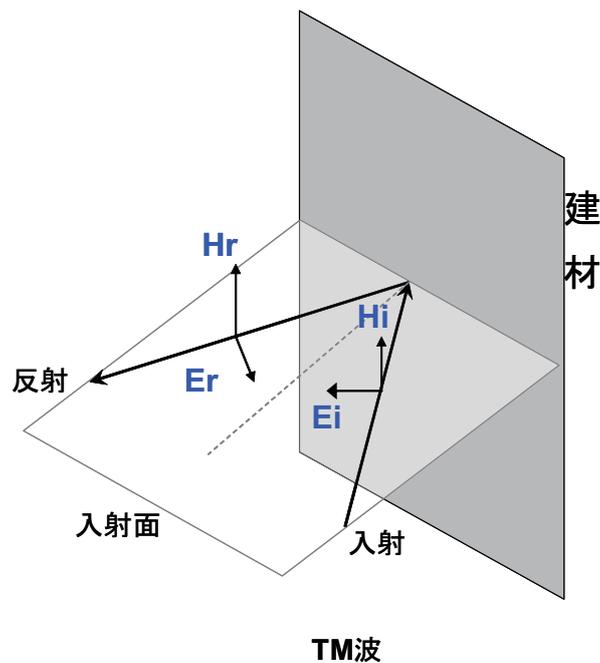


図 2.11 TM 波

## 2.6 レイトレーシング法の高速化に関する既存研究

レイトレーシング法の計算量を削減する既存研究は、大きく分けて次の3つのアプローチに分類することができる

1つ目は、探索範囲の限定による手法である。レイトレースを実施するためには、ま

ず、伝搬環境のモデル化を行い、考慮する反射や回折の最大回数を設定してレイをトレースする構造物のリストを作成し、その後、レイと構造物との交点計算を行いレイの経路を求める。レイと構造物との交点を求める計算は、レイトレーシングの計算時間を支配している。構造物のリストを作成する際、壁などによって構成されたデータベース全てに対してでなく、レイの経路が存在する可能性の高い構造物に制限し、レイと構造物との交点計算に用いる。このアプローチの既存研究は、例えば、考慮する構造物を絞り込む際、シンプルな幾何学的な形状のオブジェクトで対象の壁や構造物の周りを囲み、壁を制限し、交点計算を行うことにより削減する方法がある [16]。このアプローチを用いた実際の都市への適用例 [17] や、計算量の削減効果についての研究も行われている [18]。グループ化の方法を工夫するものとして、矩形メッシュを用いたものや [19]、三角メッシュによる方法 [20,21]、部屋が左右や上下に隣接する空間を対象とし、送信点の位置から受信点の向きに対し、解析するエリアを規則的に求めることで計算時間の高速化を図ったものがある [22]。また、市街地における3次元レイトレース処理の高速化を図る方法で、トレースするレイを送信点と受信点を含む垂直面と横断面に限定することにより計算量を削減する方法 [23]、今井によるアプローチは、交点計算の構造物を選択する際、GA を用いて反射する可能性の高い構造物を選択する [24]。レイランチング法のアプローチでは、Azpilicueta 他によるニューラルネットワークを用いた、必要で十分な数のレイを推定し発射する方法がある [25]。

2つ目のアプローチは、探索処理の効率化による方法である。この方法は、主にレイトレースがコンピュータグラフィックスの分野で用いられる際に、利用されている高速化手法のアルゴリズムである。このアプローチは例えば、レイの当たる構造物同士が見通し関係にあるかどうかの情報を基に、新たに構造物のリストを作る方法 [16,26] がある。

3つ目のアプローチは、計算の分散化を行うもので、アルゴリズムの中で独立する部分を別の計算機で計算させることにより高速化を図るアプローチがある [17,27,28]。

また、本来不要である計算を幾何学的特徴から規則的に見つける方法がある。このアプローチとしては、間仕切りや什器のない3次元空間で、廊下を想定したトンネル状の空間（4面が壁面で囲まれ残りの2面が無限に開放された空間）や [29]、直方体のような6面を囲まれた空間において、反射面の順列を陽に考えることなく、鏡像点を網羅的に生成することで高速化を図る手法がある [30,31]。

## 第 3 章

# 高速化手法 I

まず，レイトレーシングの高速化手法として，評価対象となる屋内の壁や床・天井が，全て並行・垂直に配置されている場合を考える．この評価対象において，本研究の効果は最も大きく現れる．本章で提案する手法は，計算精度は保ち，計算時間を削減する手法である．はじめに，レイトレーシング法の特徴を述べ，レイトレーシング法を高速化するための着目点について触れ，高速化手法 I の具体的な方法について説明する．その後，これら提案手法の有効性を理論的かつ数値的に検証する．

### 3.1 鏡像法に基づくレイトレーシング法の問題点

鏡像法は，2 章に示したとおり，まず，反射に使われる面と反射の順番を決め，鏡像点を求め，鏡像点を介して送受信点間の 3 次元的なレイの経路をトレースする手法である．これ以降，反射面となりうる壁面（外壁，間仕切り，什器の側面など）に番号を付け， $i$  番目の壁面を  $w_i$  と記す．回折を考慮しない場合， $n_{th}$  回以内の反射で送信点から受信点に至るレイの経路のトレースは以下の 3 つの手順を踏んで行われる．

手順 1：反射壁として用いる壁の順列  $(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})$  を選択 ( $n \leq n_{th}$ )．

手順 2：鏡像点を計算．

手順 3：鏡像点の情報を用い，順列  $(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})$  通りに壁面で反射し，受信点に至るレイの存在を確認．

これら手順を，反射回数が  $n$  以内に収まる全ての反射壁の重複順列に対して繰り返し実行する．レイの有無を探索する反射壁の順列数は，反射回数の上限  $n$  に指数関数的に依存する．このため，反射回数上限  $n$  を増やしていくと，計算時間が爆発的に増大し，反射面となりうる壁面数が多いほど計算時間の増大は深刻となる．

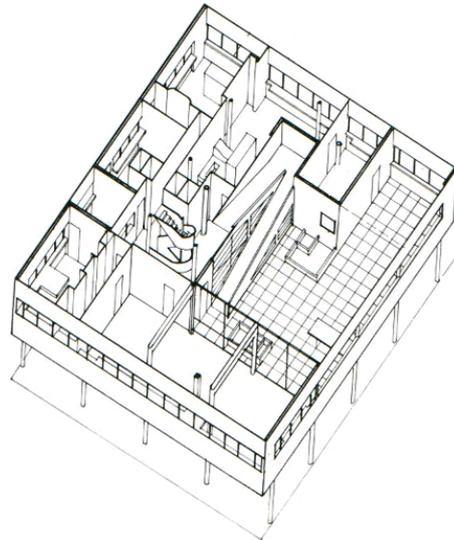


図 3.1 屋内の間取り例

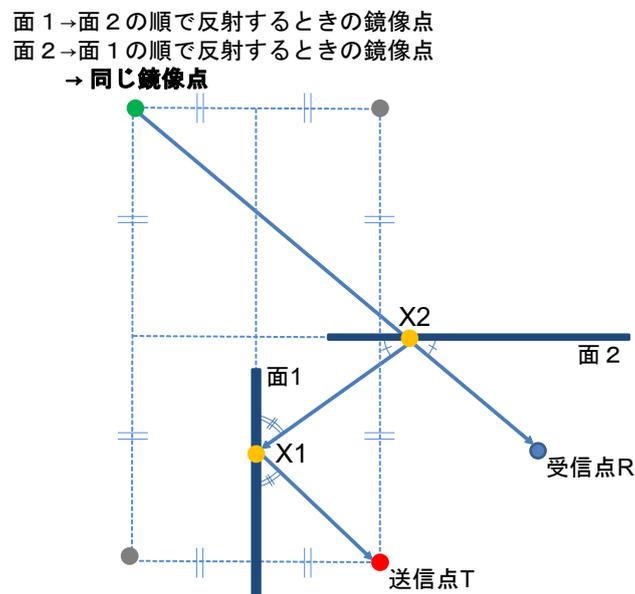


図 3.2 鏡像点と反射位置の求め方

## 3.2 屋内の特徴と鏡像点の性質

屋内空間では、部屋の間仕切りや什器の側面が外壁に対し並行や垂直に配置されていることが多い(図 3.1 [32])。壁面が互いに直交する場合の鏡像点は、壁面の反射順序に依存せず同じ鏡像点となる。例えば、図 3.2 において、面 1 → 面 2 の順序で反射する場合の鏡像点と、面 2 → 面 1 の場合の鏡像点は同じである。このため、互いに直交する壁面が多数存在する環境では、手順 1 において、同一の鏡像点を生成する反射面の順列が多数存在する。

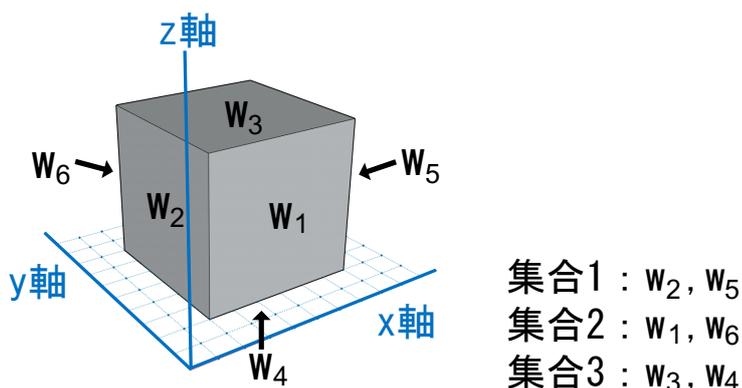


図 3.3 壁の分類 (ケース 1)

一方、反射に利用する壁面の集合と鏡像点が決まると、壁の順列の情報を用いずに、レイの存在判定ができる。例えば、図 3.2 のように、鏡像点と受信点  $R$  を直線で結び、(受信点から最も近い) 壁との交点を求める。この点が受信点の直前の反射位置  $X2$  になる。反射位置が決まれば、反射前のレイの向きが決まるので、そのレイを伸ばしていき ( $X2$  から最も近い) 壁との交点を求める。この点が  $X2$  の直前の反射位置  $X1$  になる。この操作を繰り返し行うことで、送受信点間のレイの経路を決定できる (ただし、各面上に反射点がない場合にはこれらの面で反射するレイは存在しないことになる)。この操作からわかるように、一つの鏡像点に対してレイは、高々一つしかレイの経路は存在しない。本研究では、3.1 節の手順 1 において、鏡像点の重複が生じないように反射面の重複順列を選択することにより、計算の精度を保ちながら計算時間の高速化を実現する方法を提案する。

### 3.3 提案手法のアルゴリズム

具体的な方法は、まず全ての壁面を予め、次に示す 3 種類の集合に分類する (図 3.3)。

- 集合 1 : 法線ベクトルが  $x$  軸に並行な面
- 集合 2 : 法線ベクトルが  $y$  軸に並行な面
- 集合 3 : 法線ベクトルが  $z$  軸に並行な面

全ての反射面が互いに並行・垂直の環境では、全ての壁面はいずれかの集合に分類される。また、壁面  $w_i$  が所属する集合の番号を  $I(w_i)$  で表す ( $I(w_i) = 1, 2, \text{ or } 3$ )。

$n$  回の反射を経て受信点に到達するレイの有無を探索する反射面の順列を  $(w_{p_1}, w_{p_2}, \dots, w_{p_n})$  と示す。  $N$  枚の壁面が存在する場合、この順列は全部で  $N^n$  通り、連続して同じ面で反射しないことを考慮しても順列は  $N(N-1)^{n-1}$  通り存在する。こ

のため、順列数は  $n$  に対して指数関数的に増大する。提案する高速化手法 I は、

$$I(w_{p_1}) \leq I(w_{p_2}) \leq \dots \leq I(w_{p_n}), \quad (3.1)$$

を満たす順列に限り、レイの有無を探索する。これにより、鏡像点の重複計算や不要なレイ探索を回避することが出来、計算時間が短縮される。

例えば、図 3.3 の場合、順列  $(w_2, w_1, w_6)$  や順列  $(w_1, w_6, w_3)$  は鏡像点を計算してレイを探索するが、順列  $(w_1, w_3, w_6)$  についてはレイ探索を行わない。  $w_3$  と  $w_6$  が直交しているため、  $(w_1, w_3, w_6)$  の鏡像点は  $(w_1, w_6, w_3)$  の鏡像点に等しいためである。

### 3.4 同一の鏡像点を生成する壁面の順列に関する種々の結果

本節では、全ての壁面は 3.3 節で述べた集合 1, 2, 3 のいずれかに分類されると仮定する。壁  $w_i$  による点  $r = (r_x, r_y, r_z)$  の鏡像点を  $M_{w_i}(r)$  と記す。また、最初に壁  $w_i$  で反射し、次に壁  $w_j$  で反射する場合の点  $r$  の鏡像点を  $M_{w_j} \circ M_{w_i}(r)$  と記す。

以下の定理は、壁面が互いに直交する場合、壁面の反射順序に鏡像点が依存しないことを示したものである。

**定理 3.4.1.**  $I(w_i) \neq I(w_j)$  のとき

$$M_{w_i} \circ M_{w_j}(r) = M_{w_j} \circ M_{w_i}(r). \quad (3.2)$$

[証明] 一般性を失うことなく、  $I(w_i) = 1$ 、  $I(w_j) = 2$  を仮定し、壁  $w_i$  の  $x$  座標を  $x_i$ 、壁  $w_j$  の  $y$  座標を  $y_j$  とする。

$$\begin{aligned} M_{w_i}(r) &= (2x_i - r_x, r_y, r_z), \\ M_{w_j}(r) &= (r_x, 2y_j - r_y, r_z), \end{aligned} \quad (3.3)$$

であるから、

$$M_{w_i} \circ M_{w_j}(r) = M_{w_i}(r_x, 2y_j - r_y, r_z) = (2x_i - r_x, 2y_j - r_y, r_z), \quad (3.4)$$

$$M_{w_j} \circ M_{w_i}(r) = M_{w_j}(2x_i - r_x, r_y, r_z) = (2x_i - r_x, 2y_j - r_y, r_z). \quad (3.5)$$

すなわち、式 (3.2) が成立する。 □

反射壁の順列  $(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})$  による  $r$  の鏡像点を  $M_{(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})}(r)$  で表す。

$$M_{(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})}(r) = M_{w_{p_1}} \circ \dots \circ M_{w_{p_n}}(r), \quad (3.6)$$

が成り立つ。

**定理 3.4.2.**  $I(w_{p_j}) \neq I(w_{p_k})$  ( $j = 1, \dots, k-1$ ) のとき

$$M_{(w_{p_1}, \dots, w_{p_{k-1}}, w_{p_k}, w_{p_{k+1}}, \dots, w_{p_n})}(r) = M_{(w_{p_k}, w_{p_1}, \dots, w_{p_{k-1}}, w_{p_{k+1}}, \dots, w_{p_n})}(r). \quad (3.7)$$

[証明]

$$M_{(w_{p_1}, \dots, w_{p_{k-1}}, w_{p_k}, w_{p_{k+1}}, \dots, w_{p_n})}(r) = M_{w_{p_1}} \circ \dots \circ M_{w_{p_{k-1}}} \circ M_{w_{p_k}}(r'). \quad (3.8)$$

ここで

$$r' = M_{w_{p_{k+1}}} \circ \dots \circ M_{w_{p_n}}(r), \quad (3.9)$$

である。定理 3.4.1 より

$$\begin{aligned} & M_{w_{p_1}} \circ \dots \circ M_{w_{p_{k-1}}} \circ M_{w_{p_k}}(r') \\ &= M_{w_{p_1}} \circ \dots \circ M_{w_{p_k}} \circ M_{w_{p_{k-1}}}(r') = M_{w_{p_1}} \circ \dots \circ M_{w_{p_k}}(r''). \end{aligned} \quad (3.10)$$

ここで

$$r'' = M_{w_{p_{k-1}}} \circ M_{w_{p_{k+1}}} \circ \dots \circ M_{w_{p_n}}(r). \quad (3.11)$$

以上の手順を繰り返して、壁  $w_{p_k}$  による鏡像点生成演算子  $M_{w_{p_k}}$  を順列の先頭へ順にシフトさせることにより所望の結果を得る。□

集合 1 の壁が集合 2 と 3 の壁よりも前に、また集合 2 の壁が集合 3 の壁よりも前にくるように、反射壁の順列  $(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})$  を並べ替えて得られた反射壁の順列を  $(w_{p_1^*}, \dots, w_{p_n^*})$  と記す。この並べ替えにおいては、集合 1, 2, 3 内の壁順序は保存されると仮定する。すなわち、順列  $(w_{p_1^*}, \dots, w_{p_n^*})$  において壁  $w_{p_i}$  は  $\pi(i)$  番目に並ぶとすると、 $I(w_{p_i}) = I(w_{p_j})$  かつ  $i < j$  であるならば、 $\pi(i) < \pi(j)$  が成立するとする。

定理 3.4.3.

$$M_{(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})}(r) = M_{(w_{p_1^*}, \dots, w_{p_n^*})}(r). \quad (3.12)$$

[証明] 順列  $(w_{p_1^*}, \dots, w_{p_n^*})$  に含まれる集合 1 の壁の枚数を  $k$  とする。すなわち、壁  $w_{p_1^*}$  から壁  $w_{p_k^*}$  が集合 1 の壁である。並べ替えにおいて集合 1 内の壁順序が保存されていることから、順列  $(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})$  においても、集合 1 の壁は  $w_{p_1^*}$  から  $w_{p_k^*}$  の順序で現れる。 $(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})$  において壁  $w_{p_1^*}$  は  $\pi^{-1}(1)$  番目に現れることに注意すると、定理 3.4.2 より

$$\begin{aligned} & M_{(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})}(r) = M_{(w_{p_1}, \dots, w_{p_{\pi^{-1}(1)}-1}, w_{p_1^*}, w_{p_{\pi^{-1}(1)}+1}, \dots, w_{p_n})}(r) \\ &= M_{(w_{p_1^*}, w_{p_1}, \dots, w_{p_{\pi^{-1}(1)}-1}, w_{p_{\pi^{-1}(1)}+1}, \dots, w_{p_n})}(r). \end{aligned} \quad (3.13)$$

つまり、順列  $(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})$  において最初に登場する集合 1 の壁  $w_{p_1^*}$  を順列の先頭に移動させても生成される鏡像点は変わらない。同様の手続きを繰り返すことで、順列  $(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})$  における集合 1 の全ての壁を（集合 1 内の壁順序を保存したまま）順列の先頭に移動させても生成される鏡像点は変わらない。つまり、

$$M_{(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})}(r) = M_{(w_{p_1^*}, \dots, w_{p_k^*}, \underbrace{w_{p_1}, \dots, w_{p_n}}_{n-k})}(r). \quad (3.14)$$

となる．同様にして，集合 2 の壁を集合 3 の壁より前に出すことにより

$$\begin{aligned} M_{(w_{p_1}, \dots, w_{p_n})}(r) &= M_{(w_{p_1}^*, \dots, w_{p_k}^*, w_{p_{k+1}}^*, \dots, w_{p_{k+l}}^*, \underbrace{w_{p_1}, \dots, w_{p_n}}_{n-k-l})}(r) \\ &= M_{(w_{p_1}^*, \dots, w_{p_n}^*)}(r). \end{aligned} \quad (3.15)$$

となる．（ここで  $l$  は順列  $(w_{p_1}^*, \dots, w_{p_n}^*)$  に含まれる壁集合 2 の枚数）．従って，式 (3.12) が成立する．  $\square$

集合 1, 2, 3 内の壁順序を保存したまま，集合 1 の壁が集合 2 と 3 の壁よりも前に，また集合 2 の壁が集合 3 の壁よりも前にくるように並べ替える反射壁の順列の並べ替えを  $\Pi$  と記する．定理 3.4.3 より， $\Pi$  による並べ替えを反射壁の順列に行ってもその鏡像点は変わらない．集合 1, 2, 3 の順に並んだ反射壁の順列  $\mathcal{P}_w$  を一つ固定すると，並べ替え  $\Pi$  を適用して  $\mathcal{P}_w$  を生成する反射壁の順列は数多く存在し，それらは全て同一の鏡像点を生成することになる．

### 3.5 計算量の比較

鏡像法の計算時間は，レイの有無を探索する反射面の順列数に依存する．以下，これを「レイの探索回数」と呼ぶ．集合 1 の面数を  $N_1$ ，集合 2 の面数を  $N_2$ ，集合 3 の面数を  $N_3$  とすると，高速化手法 I を用いない，通常の方法では， $n$  回の反射を経て受信点に到達するレイの探索回数  $f(n)$  は

$$f(n) = (N_1 + N_2 + N_3) \cdot (N_1 + N_2 + N_3 - 1)^{n-1}, \quad (3.16)$$

となる．これに対し，高速化手法 I を適用すると， $n$  回の反射を経て受信点に到達するレイの探索回数  $g(n)$  は

$$g(n) = \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^{n-k} g_1(k) g_2(l) g_3(n-k-l), \quad (3.17)$$

となる．ここで  $g_i(n)$  は集合  $i$  の  $n$  枚の面から構成される反射面の順列の数である．（連続して同じ面で反射することはないため）反射面の順列においては，同じ面が連続しないことを考慮すると

$$g_i(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ N_i(N_i - 1)^{n-1}, & n \geq 1 \end{cases} \quad (3.18)$$

であるから

$$\begin{aligned}
g(n) &= \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{l=1}^{n-k-1} g_1(k)g_2(l)g_3(n-k-l) \\
&+ \sum_{(i,j,k)=(1,2,3),(2,1,3),(3,1,2)} g_i(0) \sum_{k=1}^{n-1} g_j(k)g_k(n-k) \\
&+ \sum_{(i,j,k)=(1,2,3),(2,1,3),(3,1,2)} g_i(n)g_j(0)g_k(0) \\
&= \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{l=1}^{n-k-1} N_1(N_1-1)^{k-1}N_2(N_2-1)^{l-1} \times N_3(N_3-1)^{n-k-l-1} \\
&+ \sum_{i=1}^2 \sum_{j>i}^3 \sum_{k=1}^{n-1} N_i(N_i-1)^{k-1}N_j(N_j-1)^{n-k-1} + \sum_{i=1}^3 N_i(N_i-1)^{n-1}, \quad (3.19)
\end{aligned}$$

となる．特に，図 3.3 の様に什器や間仕切りのない直方体の屋内環境の場合は， $N_1 = N_2 = N_3 = 2$  であるので

$$f(n) = 6 \cdot 5^{n-1}. \quad (3.20)$$

一方，高速化手法 I では

$$g(n) = 4n^2 + 2, \quad (3.21)$$

となる．式 (3.20) と式 (3.21) を比較すると， $f(n)$  の  $n$  に対する指数関数的な依存性が， $g(n)$  では  $n$  に対する多項式オーダの依存性に軽減されており，高速化手法 I により探索回数に関わる計算量が大幅に削減されることがわかる．

複数の部屋に区切るための間仕切り（壁）や什器がある場合，レイの進行方向に存在する壁のみを反射壁として考慮することで，さらに探索回数を削減することができる．次節でのシミュレーション評価にて，単純に壁面の位置関係からレイの探索を行う反射壁の順列を絞り込む工夫を入れている．図 3.4 において，反射壁として最初に壁 3 を選ぶとする．このとき，壁 3 で反射したあとのレイの方向から，次に当たる壁は，壁 4，壁 5 または壁 6 のいずれかであると判断できる．従って，（壁 3，壁 4，...），（壁 3，壁 5，...），（壁 3，壁 6，...），もしくは壁 3 の次に  $y$  軸や  $z$  軸に垂直な壁が来る順列をレイ探索の対象とすれば良いことになる．このような考察により，探索するレイの順列数が削減できる．

次節で示すシミュレーション評価では，レイの進行方向に存在する壁のみを考慮する工夫も加えているため，探索回数の数値は本節で示した式から得られる結果よりも小さい．

本手法では，鏡像点の計算に用いた反射面の順列  $(w_{p_1}, w_{p_2}, \dots, w_{p_n})$  と，鏡像点から求めたレイが実際に反射する壁の順番が異なることがあるが，順列  $(w_{p_1}, w_{p_2}, \dots, w_{p_n})$  は鏡像点の計算に便宜的に選択したものであり，異なっても構わない．

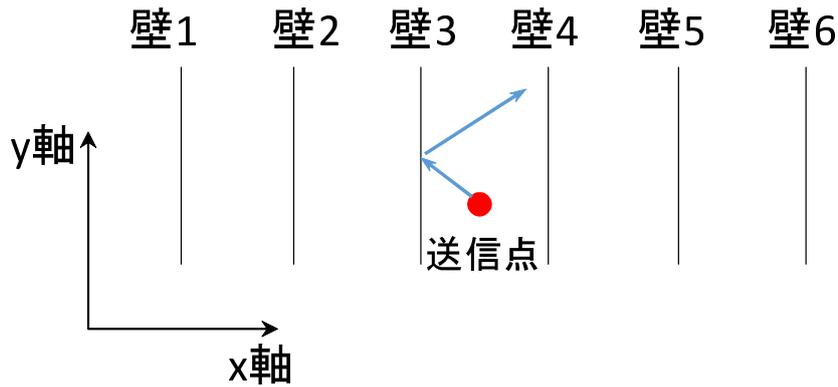


図 3.4 壁の位置関係を用いた反射壁の絞りこみ

表 3.1 シミュレーション条件

要素	詳細
送信アンテナ高さ	2 m
受信アンテナ高さ	1.8 m
周波数	2.4GHz
アンテナ利得	1
アンテナ指向性	無指向性
偏波	垂直偏波
構造物の材質	コンクリート
構造物の厚み	10 cm

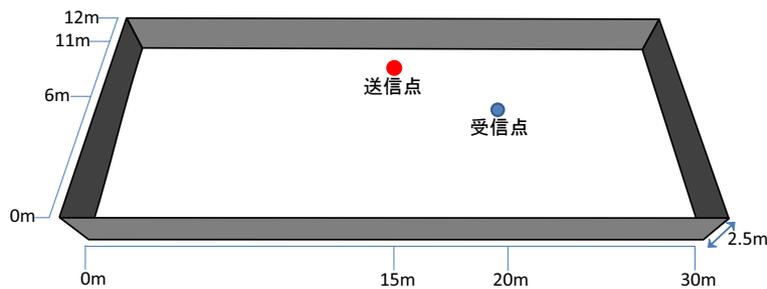


図 3.5 評価対象環境 1 (屋内:構造物なし)

### 3.6 シミュレーション評価

高速化手法 I の効果を示すため、まず、屋内に構造物のない環境 (図 3.5) に適用し、図 3.5 に示す送信点と受信点の組について、反射を許す回数の上限 (反射回数上限)

表 3.2 高速化手法 I : 計算時間の比較 (屋内:構造物なし)

反射回数 上限	従来の方法 [s]	高速化手法 I[s]	従来法と高速 化手法 I の比
1	0.0022	0.0018	0.8182
2	0.0027	0.0018	0.6667
3	0.0051	0.0041	0.8039
4	0.0144	0.0071	0.4931
5	0.0634	0.0107	0.1688
6	0.3459	0.0161	0.0465
7	2.0033	0.0243	0.0121
8	11.8045	0.0362	0.0031
9	68.4164	0.0493	0.0007
10	390.4814	0.0683	0.0002

を変えて受信電力計算にかかる時間を評価した。評価には Linux マシン (OS ubuntu 10.04 LTS) を用い、評価プログラムは C 言語で作成した。表 3.2 は、高速化手法を用いない従来法に対して計算時間の点で比較したものである。反射回数上限が増えるほど、高速化手法 I による計算時間の削減効果は顕著となり、反射回数の上限が 9 を超えると、計算時間を 1000 分の 1 以下にまで抑えることができる。

高速化手法 I はレイの探索回数の削減により計算時間の抑制を狙ったものである。表 3.3 に探索回数について従来法と比較した結果を、また図 3.6 に従来法と高速化手法 I の計算時間比と探索回数比を示した。本手法により探索回数も同様に大幅に削減されること、また計算時間の比と探索回数の比はおおよそ一致することが見て取れる。すなわち、探索回数は計算時間を決める主要因であり、したがって探索回数の削減を狙った本手法は非常に有効であること、また探索回数の削減率から計算時間の削減効果がおおよそ測れることがわかる。

次に、構造物のある屋内環境 (図 3.7) を対象とした評価を行った。図 3.8 に、反射回数上限 4 回の場合の、送信点を  $T_{x1}$  とした場合のフロア全体の結果を示す。電波強度の計算は位相を考慮しているため、干渉縞を確認することが出来る。

まず、送信点を  $T_{x1}$  とした場合の結果について、表 3.4 に計算時間、表 3.5 に探索回数、また図 3.9 に従来法と高速化手法 I の計算時間比と探索回数比を示した。構造物のない環境の結果と同様に、反射回数上限が大きくなるにつれ、探索回数および計算時間は大幅に削減され、反射回数上限を変えたときの両者の比の傾向はおおよそ一致することが確認できる。

次に、送信点を  $T_{x2}$  とした場合の結果について、表 3.4 に計算時間、表 3.5 に探索回数、また図 3.10 に従来法と高速化手法 I の計算時間比と探索回数比を示した。結果

表 3.3 高速化手法 I：探索回数の比較（屋内・構造物なし）

反射回数 上限	従来の方法	高速化手法 I	従来法と高速 化手法 I の比
1	6	6	1.0000
2	36	24	0.6667
3	186	62	0.3333
4	936	128	0.1368
5	4686	230	0.0491
6	23436	376	0.0160
7	117186	574	0.0049
8	585936	832	0.0014
9	2929686	1158	0.0004
10	14648436	1560	0.0001

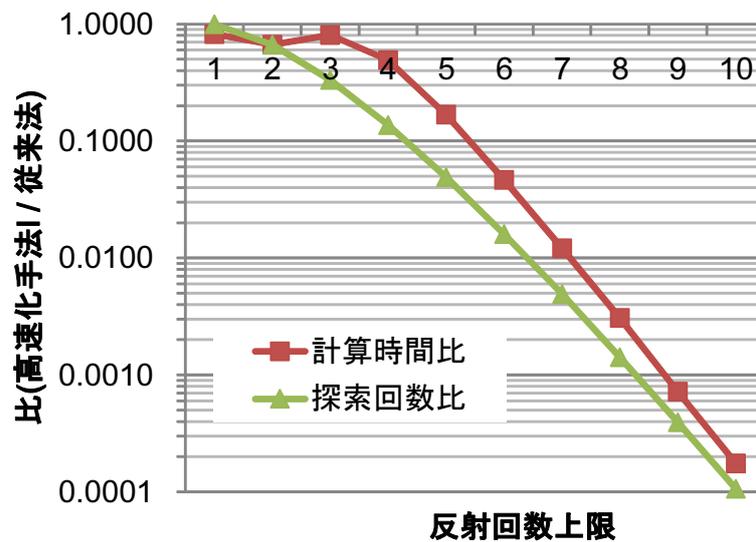


図 3.6 高速化手法 I：計算時間の比と探索回数の比（屋内・構造物なし）

より、探索回数および計算時間は、反射回数上限が大きくなるにつれ大幅に削減され、反射回数上限を変えたときの両者の比の傾向は、構造物のない環境の結果と同様におよそ一致することが確認できる。

上記で述べたどちらの評価対象環境の場合でも、計算時間の比は、探索回数の比より常に悪い結果となっている。レイトレーシングの従来手法は、レイの探索の際、反射壁の順列の情報を用い、当たる壁面の順番が決定しているため、壁面に順番通り当たる経路が存在するかさえ調べれば良い。しかし、高速化手法 I はレイの探索の際、反射壁の順列の情報を用いない（鏡像点情報のみ利用する）ため、3.2 節で図 3.2 を用いて説明したとおり、どの順番で壁に当たるかを調べながらレイの経路探索を行うた

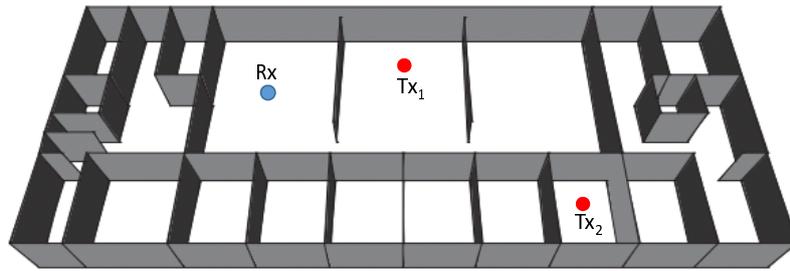


図 3.7 評価対象環境 2 (屋内:構造物あり)

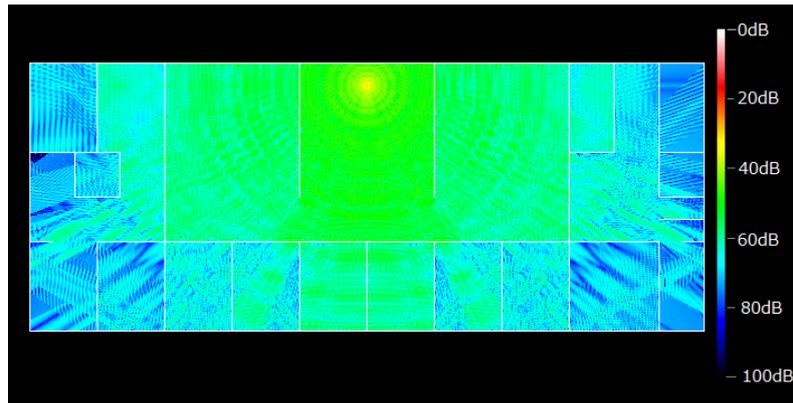


図 3.8 一面の結果

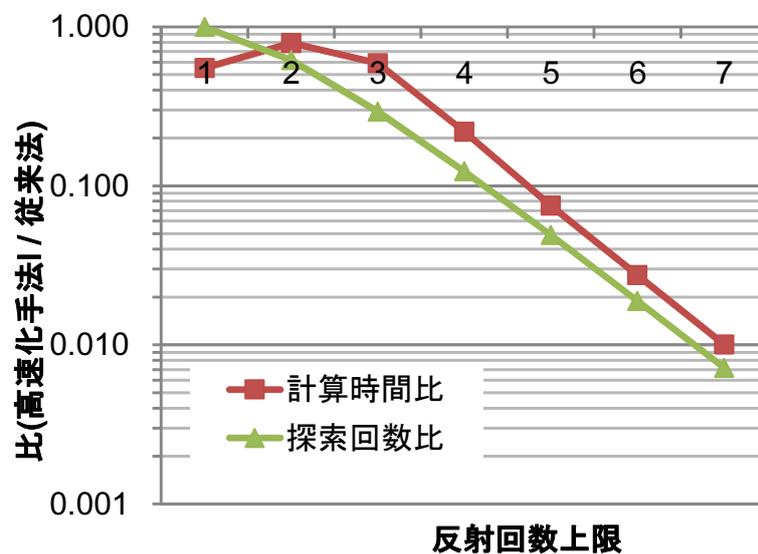
表 3.4 高速化手法 I: 計算時間の比較 (送信点  $T_{x1}$ , 屋内:構造物あり)

反射回数 上限	従来の方法 [s]	高速化手法 II[s]	従来法と高速 化手法 I の比
1	0.0029	0.0016	0.5517
2	0.0048	0.0038	0.7917
3	0.0347	0.0205	0.5908
4	0.8608	0.1890	0.2196
5	29.3780	2.2130	0.0753
6	1008.8200	27.8170	0.0276
7	34145.1860	344.1110	0.0101

め、計算時間が余計にかかる。その結果、探索回数の比よりも計算時間の比が悪い結果となっている。

表 3.5 高速化手法 I : 探索回数の比較 (送信点  $T_{x1}$ , 屋内:構造物あり)

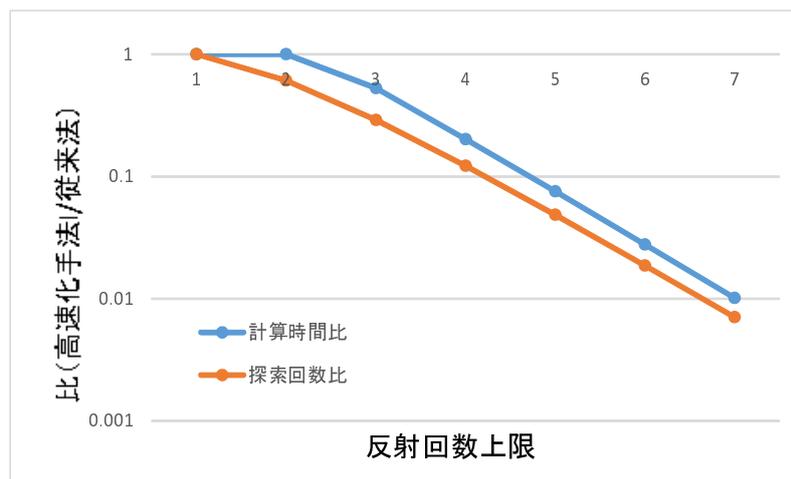
反射回数 上限	従来の方法	高速化手法 I	従来法と高速 化手法 I の比
1	31	31	1.0000
2	961	595	0.6191
3	28861	8479	0.2938
4	865861	107032	0.1236
5	25975861	1274227	0.0491
6	779275861	14734766	0.0189
7	23378275861	167506800	0.0072

図 3.9 高速化手法 I : 計算時間の比と探索回数の比 (送信点  $T_{x1}$ , 屋内:構造物あり)表 3.6 高速化手法 I : 計算時間の比較 (送信点  $T_{x2}$ , 屋内:構造物あり)

反射回数 上限	従来の方法 [s]	高速化手法 I [s]	従来法と高速 化手法 I の比
1	0.002	0.002	1.000
2	0.004	0.004	1.000
3	0.034	0.018	0.529
4	0.861	0.174	0.202
5	29.38	2.226	0.076
6	1008.82	27.98	0.028
7	34145.186	345.611	0.010

表 3.7 高速化手法 I : 探索回数の比較 (送信点  $T_{x2}$ , 屋内:構造物あり)

反射回数 上限	従来の方法	高速化手法 I	従来法と高速 化手法 I の比
1	31	31	1.000
2	961	587	0.611
3	28861	8388	0.291
4	865861	105816	0.122
5	25975861	1260664	0.049
6	779275861	14548294	0.019
7	23378275861	165481639	0.007

図 3.10 高速化手法 I : 計算時間の比と探索回数の比 (送信点  $T_{x2}$ , 屋内:構造物あり)

### 3.7 3章のまとめ

本章では、鏡像法に基づくレイトレーシング法について、評価対象となる屋内の壁や床・天井が、全て並行・垂直に配置されている場合に適応可能な、演算精度を損なわず計算の高速化が可能な高速化手法 I を提案した。また、この提案手法の有効性を、理論的かつ数値的に検証した。結果より、提案手法の効果は反射回数上限が大きくなる程大きく、計算時間は探索回数に依存することから、探索回数を削減することによる高速化手法が有効であることを示した。

## 第 4 章

# 高速化手法 II

### 4.1 一般的な屋内空間の構成

3 章で仮定したように，屋内空間の壁は互いに並行もしくは垂直に配置されることが多い．しかし，必ずしも壁の全てが並行・垂直に配置されているわけではなく，実際には斜めに配置された壁も存在する．

本章では，レイトレーシングの高速化手法 II として，様々な向きの壁が存在する，より一般的な屋内環境で用いることの可能なレイトレーシング法の高速化手法について説明する．この手法は，3 章の高速化手法 I と同様，計算精度は保ちながら計算時間を削減する方法である．本章では，高速化手法 II の具体的なアルゴリズムについて述べ，その後，提案手法の有効性を理論的かつ数値的に検証する．

### 4.2 提案手法のアルゴリズム

ここでは，壁が様々な向きで配置されている場合でも利用可能な高速化手法として，まず，3 章で述べた手法を単純に拡張した高速化手法を 4.2.1 項にて説明し，さらなる高速化が可能な手法を 4.2.2 項にて説明する．

#### 4.2.1 壁面の集合分類を用いる方法

はじめに，3 章の手法を単純に拡張した高速化手法の考え方について説明する．まず，全ての壁面を予め，次に示す 4 種類の集合に分類する（図 4.1）．

集合 1 : 法線ベクトルが  $x$  軸に並行な面

集合 2 : 法線ベクトルが  $y$  軸に並行な面

集合 3 : 法線ベクトルが  $z$  軸に並行な面

集合 4 : 集合 1~3 のいずれにも含まれない面

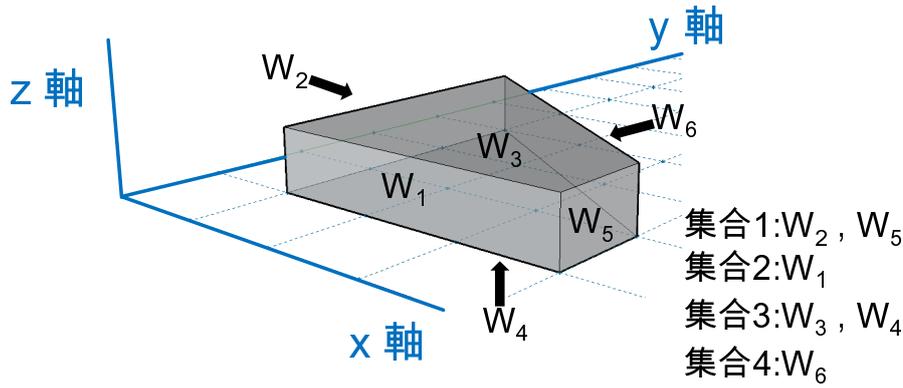


図 4.1 壁の分類

反射面となりうる壁面には番号をつけ、 $i$  番目の壁面を  $w_i$  と示し、壁面  $w_i$  が所属する集合の番号を  $I(w_i)$  で表す ( $I(w_i) = 1, 2, 3$  or  $4$ ). また、 $n$  回の反射を経て受信点に到達するレイの探索対象となる反射面の順列を  $(w_{p_1}, w_{p_2}, \dots, w_{p_n})$  と示す.

集合 4 の壁が存在する場合、以下の制約を満たす順列がレイの経路探索の対象となる.

$$\text{If } I(w_{p_i}) \neq 4, I(w_{p_i}) \leq I(w_{p_{i+1}}), \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1, \quad (4.1)$$

つまり、集合 4 の壁のあとには任意の壁がくることが許される. 例えば、図 4.1 の場合、集合 4 の壁は  $w_6$  であるので、順列  $(w_2, w_6, w_2)$  や  $(w_2, w_6, w_1)$  は経路探索の対象となる.

以下、計算量について考える. 計算時間はレイの探索回数に依存するため、計算量はレイの探索を行う順列の数を基に考える.  $n$  回の反射を経て受信点に到達するレイの探索対象となる反射面の順列  $(w_{p_1}, w_{p_2}, \dots, w_{p_n})$  のうち、 $I(w_{p_n}) = k$  を満たす順列の数  $g(n, k)$  は、次のように漸化的に求めることができる.

$$\begin{aligned} g(n+1, 1) &= (N_1 - 1)g(n, 1) + N_1g(n, 4), \\ g(n+1, 2) &= (N_2 - 1)g(n, 2) + N_2(g(n, 1) + g(n, 4)), \\ g(n+1, 3) &= (N_3 - 1)g(n, 3) \\ &\quad + N_3(g(n, 1) + g(n, 2) + g(n, 4)), \\ g(n+1, 4) &= (N_4 - 1)g(n, 4) \\ &\quad + N_4(g(n, 1) + g(n, 2) + g(n, 3)), \end{aligned} \quad (4.2)$$

ここで、 $g(1, i) = N_i$  とし、 $i = 1, \dots, 4$  であり、 $N_i$  は集合  $i$  に属する面の数を表す.  $n$  回の反射で到達するレイの探索対象となる順列の総数  $g(n)$  は次で与えられる.

$$g(n) = \sum_{k=1}^4 g(n, k).$$

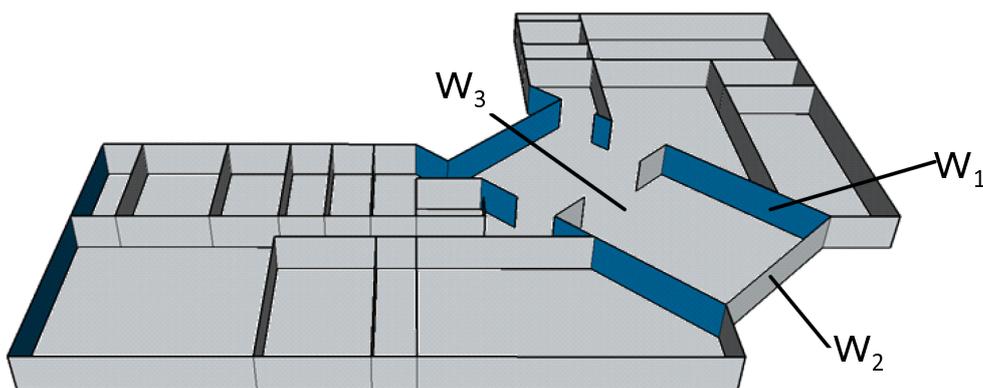


図 4.2 壁同志が垂直に位置する例

### 4.2.2 壁面の集合分類を用いない方法

4.2.1 項の手法では、集合 4 の壁は集合 1, 2, 3 のいずれの壁とも垂直に置かれていないことを仮定している。しかし例えば図 4.2 では、外壁に対し斜めに配置された  $w_1$  や  $w_2$  は、床である  $w_3$  や天井と、垂直である。このように、4.2.1 項で示した集合 4 にも、集合 1~3 の壁の一部と垂直に配置される壁が存在する場合は、その事実を用いて探索する壁の順列をさらに削減することが可能である。

このためには、壁の集合の概念を設けずに、どの壁同士が垂直に配置されているかを事前に把握し、壁の順列において隣合う壁が垂直に配置されている場合は、壁番号が昇順に並ぶ順列だけを選ぶことにすればよく、これにより、鏡像点の重複を回避することができる。つまり、外壁を  $xyz$  軸と捉え、全ての壁をあらかじめ集合に分類するという 4.2.1 項で用いた考え方は不要となる。

以下、具体的なアルゴリズムを説明する。反射面となりうる壁面の数を  $n$  とし、各壁面に番号をつけ、 $i$  番の壁面を  $w_i$  と記す。2 章の手順 1 で選択する壁面の順列に次の条件を課す。

$$p_{i+1} \notin (\mathcal{O}_{p_i}^- \cup \{p_i\}), \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1.$$

ここで、 $\mathcal{O}_i^-$  は、壁面  $w_i$  と直交する壁面のうち、壁番号が  $i$  より小さい壁の集合を表しており、次の様に表現することも出来る。

$$p_i \notin (\mathcal{O}_{p_{i+1}}^+ \cup \{p_{i+1}\}), \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1.$$

ここで、 $\mathcal{O}_i^+$  は壁面  $w_i$  と直交する壁面のうち、壁番号が  $i$  より大きい壁の番号の集合である。これを満たす  $n$  枚の壁面からなる順列のうち、最後が  $w_i$  で終わる順列の数を  $f_i(n)$  とすると、 $f_i(n)$  は次の漸化式を満たす。

$$f_i(n) = \sum_{k \notin \mathcal{O}_i^+, k \neq i} f_k(n-1). \quad (4.3)$$

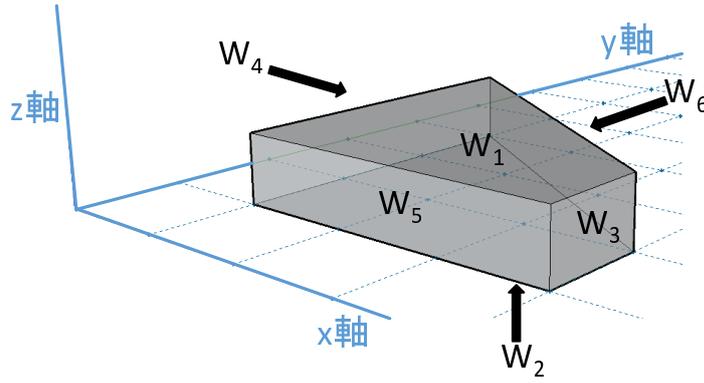


図 4.3 (4.4) 式を導出する際の壁面の番号付け

例えば，図 4.3 のように，天井と床を  $w_1$  と  $w_2$ ，X 軸に垂直な壁を  $w_3$  と  $w_4$ ，Y 軸に垂直な面を  $w_5$ ，天井と床にのみ垂直に配置された壁 ( $w_5$  の向かいの壁) を  $w_6$  と番号付けると，

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_1^+ &= \mathcal{O}_2^+ = \{3, 4, 5, 6\}, \\ \mathcal{O}_3^+ &= \mathcal{O}_4^+ = \{5\}, \\ \mathcal{O}_5^+ &= \mathcal{O}_6^+ = \phi, \end{aligned}$$

であるから，漸化式 (4.3) より

$$\begin{aligned} f_1(n) &= f_2(n-1), \\ f_2(n) &= f_1(n-1), \\ f_3(n) &= f_1(n-1) + f_2(n-1) + f_4(n-1) + f_6(n-1), \\ f_4(n) &= f_1(n-1) + f_2(n-1) + f_3(n-1) + f_6(n-1), \\ f_5(n) &= f_1(n-1) + f_2(n-1) + f_3(n-1) + f_4(n-1) + f_6(n-1), \\ f_6(n) &= f_1(n-1) + f_2(n-1) + f_3(n-1) + f_4(n-1) + f_5(n-1). \end{aligned}$$

従って， $f_1(1) = \dots = f_6(1) = 1$  であることから，

$$\begin{aligned} f_1(n) &= f_2(n) = 1, \\ f_3(n) &= f_4(n) = 2 + f_3(n-1) + f_5(n-1), \\ f_5(n) &= f_6(n) = 2 + 2f_3(n-1) + f_5(n-1), \end{aligned} \tag{4.4}$$

となることがわかる．壁の総数を  $N$  とすると， $n$  回の反射で到達するレイの探索対象となる順列の総数  $f(n)$  は次で与えられる．

$$f(n) = \sum_{i=1}^N f_i(n).$$

表 4.1 シミュレーション条件

要素	詳細
送信アンテナ高さ	2 m
受信アンテナ高さ	1.8 m
周波数	2.4GHz
アンテナ利得	1
アンテナ指向性	無指向性
偏波	垂直偏波
構造物の材質	コンクリート
構造物の厚み	10 cm

表 4.2 探索回数の比較 屋内壁面なし

反射回数上限	1	2	3	4	5	6	7	8
従来法	6	36	186	936	4686	23436	117186	585936
提案 1	6	28	102	352	1198	4060	13742	46496
提案 2	6	26	80	216	550	1362	3328	8080

## 4.3 シミュレーション評価

高速化手法Ⅱの効果について、シミュレーションにより評価する。シミュレーション条件を表 4.1 に示す。

### 4.3.1 2つのアルゴリズムの効果

はじめに、4.2.1 項で示した手法と、4.2.2 項で示した方法の探索回数削減の効果を比較した。

まず、図 4.4 のような内部に家具などの障害物がない評価対象環境における比較結果を表 4.2 に示す。表 4.2 において、提案 1 は 4.2.1 項の手法、提案 2 は 4.2.2 項の手法を表している。表 4.2 より、提案 2 (4.2.2 項の手法) の探索回数削減効果が最も大きいことがわかる。

次に、屋内に間仕切りが置かれた図 4.4 の環境で探索回数を比較した結果を表 4.3 に示す。表 4.3 より、提案 2 (4.2.2 項の手法) は提案 1 (4.2.1 項の手法) に比べ、反射回数上限 4 回の場合で、0.82 倍、6 回の場合で 0.76 倍に探索回数が削減されていることが分かる。

表 4.3 探索回数の比較

反射回数上限	1	2	3	4	5
従来法	40	1522	57838	2197846	83518150
提案 1	40	1142	31580	872699	24115600
提案 2	40	1070	27010	679395	17078296

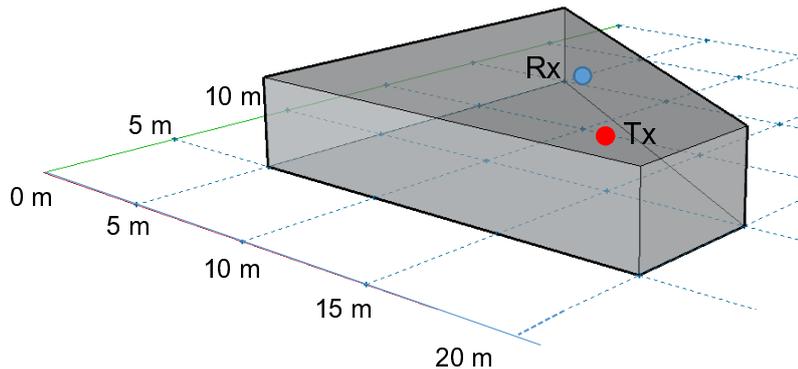


図 4.4 評価対象環境 1

### 4.3.2 高速化手法 II のシミュレーション評価

4.3.1 項の結果を踏まえ、従来手法と比較する高速化手法 II のシミュレーション評価は、4.2.2 項で示した手法を用いる。まず、屋内に障害物のないシミュレーション環境（図 4.4）を用い、反射を許す回数の上限（反射回数上限）を変えて受信電力計算にかかる時間を評価した。評価には Linux マシン (OS ubuntu10.04 LTS) を用い、評価プログラムは C 言語で作成した。

表 4.4 は、高速化手法を用いない従来法に対して計算時間の点で比較したものである。反射回数上限が増えるほど、高速化手法 II による計算時間の削減効果は顕著となることが分かる。反射回数上限が 6 を超えると、計算時間を 10 分の 1 以下にまで抑えることができる。

また、表 4.5 は、高速化手法を用いない従来法に対して探索回数の点で比較したものである。計算時間の場合と同様に、反射回数上限が増えるほど高速化手法 II による探索回数の削減効果は顕著となり、反射回数上限が 6 を超えると、計算時間を 10 分の 1 以下に抑えることができる。

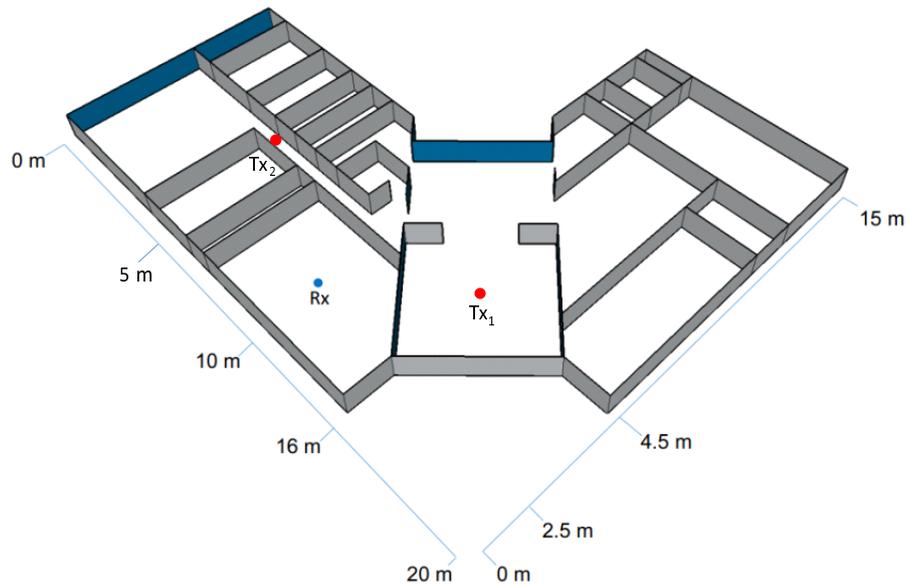


図 4.5 評価対象環境 2

表 4.4 高速化手法 II : 計算時間の比較 (評価対象環境 1)

反射回数 上限	従来の方法 [s]	高速化手法 II[s]	従来法と高速 化手法 I の比
1	0.002	0.002	1.000
2	0.002	0.002	1.000
3	0.004	0.003	0.750
4	0.008	0.006	0.750
5	0.015	0.008	0.533
6	0.050	0.013	0.260
7	0.216	0.028	0.130
8	1.072	0.051	0.048
9	5.662	0.095	0.017
10	30.571	0.201	0.007

表 4.5 高速化手法Ⅱ：レイの探索回数の比較（評価対象環境1）

反射回数 上限	従来の方法	高速化手法Ⅱ	従来法と高速 化手法Ⅱの比
1	6	6	1.000
2	36	26	0.722
3	186	80	0.430
4	936	216	0.231
5	4686	550	0.117
6	23436	1362	0.058
7	117186	3328	0.028
8	585936	8080	0.014
9	2929686	19558	0.007
10	14648436	47274	0.003

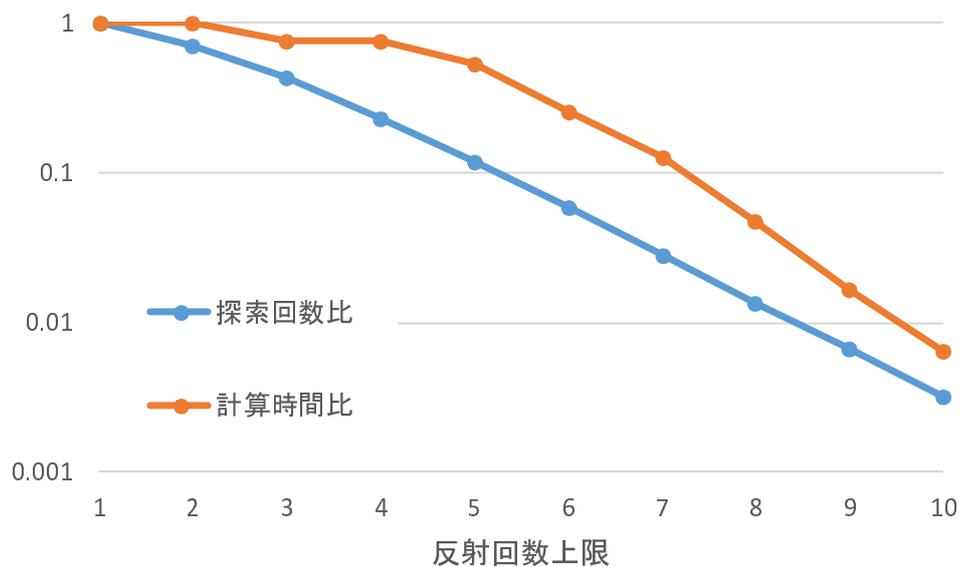


図 4.6 探索回数と計算時間の比

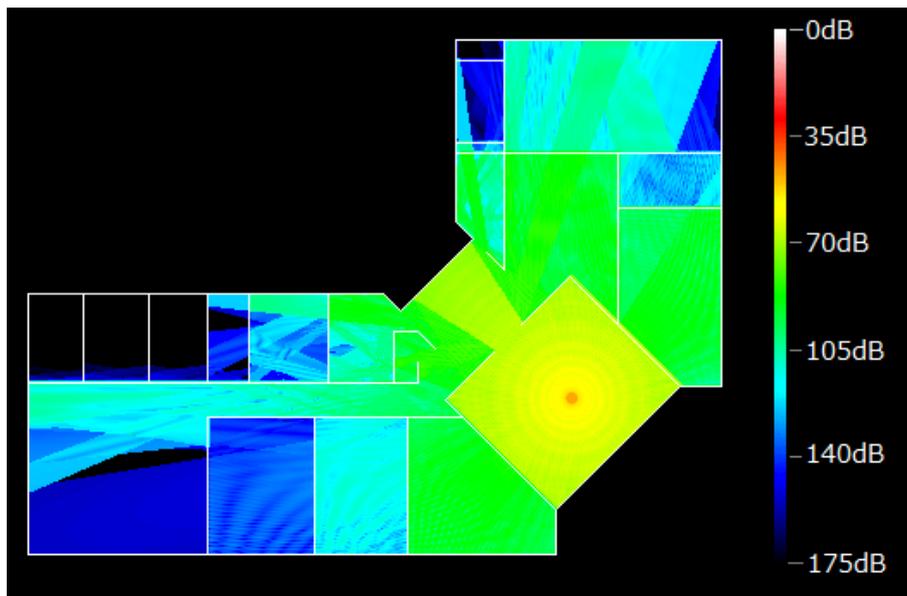


図 4.7 一面の結果

次に、屋内に多数の障害物のある評価対象環境（図 4.5）に、高速化手法 II を適用した。図 4.7 に、反射回数上限 4 回の場合の送信点  $T_{x1}$  での評価対象環境の一面の結果を示す。電波強度の計算は位相を考慮しているため、干渉縞を確認することが出来る。

図 4.5 に示した送受信点での、反射を許す回数の上限（反射回数上限）を変え、受信電力計算にかかる時間を評価した。表 4.6 は、高速化手法を用いない従来法に対して計算時間の点で比較したものである。反射回数上限が増えるほど、高速化手法 II による計算時間の削減効果は顕著となることが分かる。高速化手法 II は、高速化手法 I と同様に、レイの探索回数の削減により計算時間の抑制を狙ったものである。表 4.7 に、探索回数について従来法と比較した結果を示す。反射回数の上限が 6 を超えると、探索回数を 4 分の 1 以下にまで抑えることができる。

また、図 4.9 に従来法と高速化手法 II の計算時間比と探索回数比を示した。計算時間比は探索回数比と比較すると劣るが、探索回数が計算時間を決める主要因であることが分かる。

表 4.6 高速化手法 II : 計算時間の比較 (評価対象環境 2 送信点  $T_{x1}$ )

$n_{th}$	従来の方法 [s]	高速化手法 II [s]	従来法と高速化手法 I の比
1	0.001	0.001	1.000
2	0.002	0.002	0.950
3	0.056	0.037	0.660
4	1.988	0.887	0.446
5	88.077	25.258	0.286
6	4775	710.264	0.148

表 4.7 高速化手法 II : 探索回数の比較 (評価対象環境 2 送信点  $T_{x1}$ )

$n_{th}$	従来の方法	高速化手法 II	従来法と高速化手法 I の比
1	40	40	1.000
2	1522	1070	0.703
3	57838	27010	0.467
4	2197846	679395	0.309
5	83518150	17078296	0.204
6	3173689702	429227944	0.135

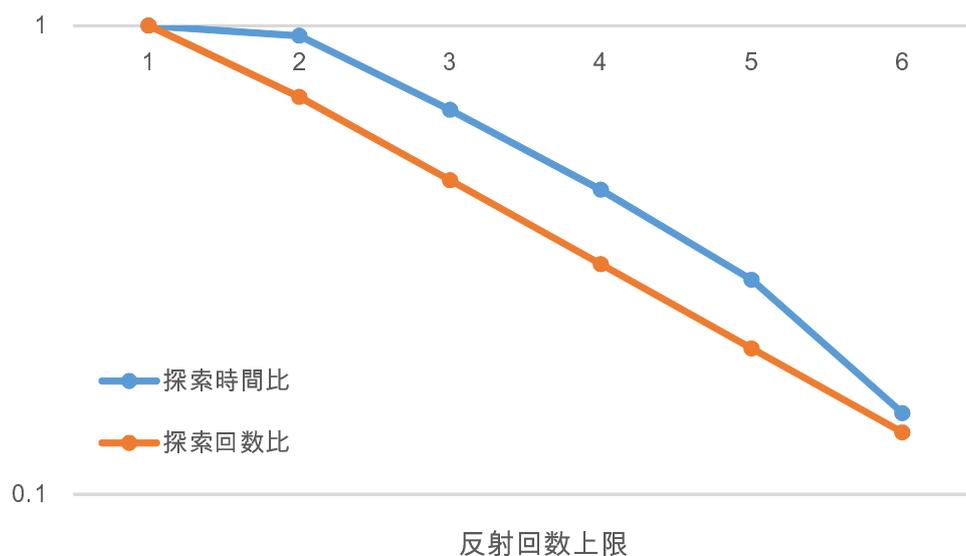
図 4.8 探索回数と計算時間の比 (評価対象環境 2 送信点  $T_{x1}$ )

表 4.8 高速化手法 II：計算時間の比較（評価対象環境 2 送信点 Tx2）

$n_{th}$	従来の方法 [s]	高速化手法 II [s]	従来法と高速化手法 I の比
1	0.001	0.001	1.000
2	0.002	0.002	1.000
3	0.056	0.036	0.643
4	1.988	0.933	0.469
5	88.077	26.791	0.304
6	4775	769.919	0.161

表 4.9 高速化手法 II：探索回数の比較（評価対象環境 2 送信点 Tx2）

$n_{th}$	従来の方法	高速化手法 II	従来法と高速化手法 I の比
1	40	40	1.000
2	1522	1097	0.721
3	57838	28081	0.486
4	2197846	715386	0.325
5	83518150	18222307	0.218
6	3173689702	464099881	0.146

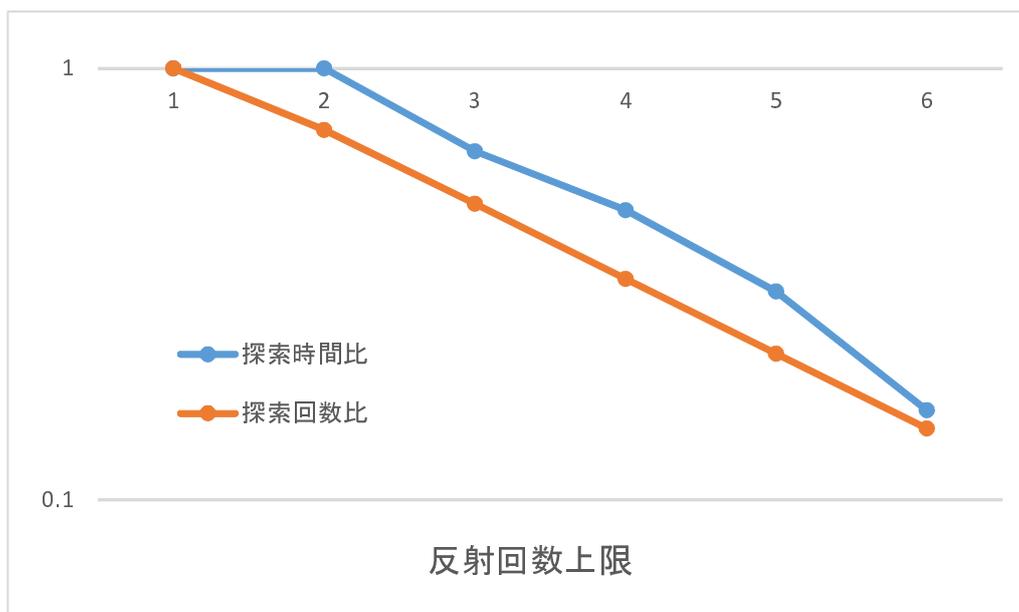


図 4.9 探索回数と計算時間の比 送信点 Tx2

## 4.4 4章のまとめ

本章では、レイトレーシングの高速化手法 II として、屋内に様々な向きの壁面が存在する、より一般的な屋内環境で用いることの可能な、高速化手法を提案した。高速化手法 II も高速化手法 I と同様に、演算精度を損なわず高速に計算が可能な手法である。この高速化手法 II を用い、提案手法の有効性について理論的かつ数値的に検証した。結果より、提案手法の効果は、高速化手法 I と同様に、反射回数上限が大きくなる程大きく現れ、計算時間は探索回数に依存し、探索回数の削減による高速化手法が有効であることを示した。

## 第 5 章

# 高速化手法 III

ここまで説明した高速化手法は、計算の精度を全く落とさずに、高速化を行う提案であった。5 章では、レイと反射した構造物の履歴をとり、反射を考慮する回数が多くなった場合に、それまでに反射した構造物のみをレイの反射・透過の対象とする方法を提案する。これにより、計算精度の劣化を極力避け、更なる高速化を実現する。

### 5.1 反射面となりにくい壁の特徴

間仕切りや什器が多数存在する環境でレイトレーシング法を実行する場合、反射面の候補を予め絞り込むことができれば、探索する反射面の順列数の増大を抑え、計算時間が削減できる。

レイトレーシング法では、一定回数（例えば  $n$  回）以内の反射で、受信点に到達するレイを伝搬評価に用いる。このとき、 $n$  が比較的小さければ、図 5.1 に示した赤い壁のように、送信点と受信点の位置から離れている壁面は反射面とならない可能性が高い。しかし、反射面となるか否かは、評価対象とする環境（例えば間取りや什器の配置）や、送信点と受信点の組み合わせに複雑に依存し、単純なルールを発見することは難しい。

### 5.2 反射面の絞り込み方法

高速化手法 III では、ある一定の反射回数（例えば  $n_{th}$  回;  $n_{th} \leq n$ ）以内で受信点に到達するレイを探索する際は、全ての面を考慮し、 $n_{th} + 1$  回以上の反射で受信点に到達するレイを探索する際には、それまで反射に利用された履歴のある面のみを反射面の候補とし、反射面を絞り込む。

例えば、図 5.2 の室内空間（面数 22）において、赤い点を送信点、青い点を受信点とし、 $n_{th} = 1$  の条件とした場合、反射回数 1 回で受信点に到達するレイの探索の際は、全ての面を対象に重複順列を構成して計算を行う。 $n = 1$  で反射に利用された壁は、赤

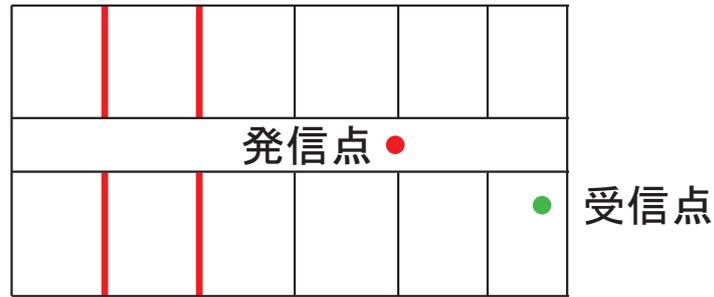


図 5.1 反射面とならない確率の高い壁

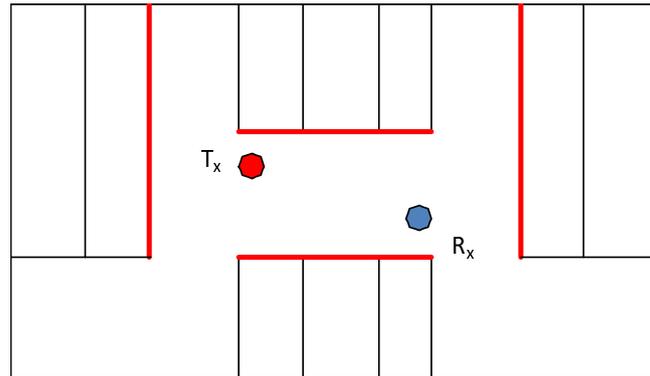


図 5.2 反射面の絞り込みの例

表 5.1 重複順列の比較

反射回数上限	高速化手法 I	高速化手法 III 併用	削減率
2	360	40	1.111.E-01
3	5022	78	1.553.E-02
4	66976	144	2.150.E-03
5	879126	246	2.798.E-04
6	11470824	392	3.417.E-05
7	149331646	590	3.951.E-06
8	1942366080	848	4.366.E-07
9	25256032470	1174	4.648.E-08
10	3.28355E+11	1576	4.800.E-09

色の面と天井と床の6枚の面である。 $2(n_{th})$  回以上の反射で受信点に到達するレイの探索の際には、6枚の面から重複順列を構成する。高速化手法 I のみを適用した際の重複順列の数と比較すると、表 5.1 となり、反射回数上限が増えるほど効果は大きくなる。

高速化手法 III は、存在するはずのレイを見落とす可能性があるため、高速化手法 I

表 5.2 シミュレーション条件

要素	詳細
送信アンテナ高さ	2 m
受信アンテナ高さ	1.8 m
周波数	2.4GHz
アンテナ利得	1
アンテナ指向性	無指向性
偏波	垂直偏波
構造物の材質	コンクリート
構造物の厚み	10 cm

や II と異なり精度が若干落ちる可能性があるが、精度への影響を考え適切な反射回数閾値  $n_{th}$  で実行することにより、計算の精度劣化を極力避けながら高速化を図ることが可能である。次節のシミュレーション評価においては、精度の確保についても検証する。

### 5.3 シミュレーション評価

高速化手法 III について、シミュレーション評価によりその効果を示す。シミュレーション条件を表 5.2 に示す。また、本節では伝搬損失  $L$  を受信電力  $P_r$  と送信電力  $P_t$  の比の常用対数に 10 をかけた以下の式

$$L = -10\log_{10}(P_r/P_t),$$

で定義し、単位には dB を用いる。

#### 5.3.1 全ての壁が並行・垂直に配置されている場合 (高速化手法 I + 高速化手法 III の効果)

高速化手法 III の計算時間の効果について、まず、図 5.3 の評価対象環境を用い、屋内の構造物が並行・垂直の環境での、計算時間の削減効果の評価した。高速化手法 III を用いる際は、全ての面を考慮する反射回数  $n_{th}$  回 ( $n_{th} \leq n$ ) までは、高速化手法 I と同じ計算手法を用い、それ以降の反射回数上限  $n$  回までは高速化手法 III を併用し、評価を行った。高速化手法 III の効果は送信点と受信点の組み合わせによって異なるため、受信点の位置を図 5.3 の Rx1 と Rx2 の 2ヶ所にとり、反射回数上限が 6 回の場合について、反射壁を絞りこむための反射回数上限  $n_{th}$  を変え測定を行った。

はじめに、受信点 Rx1 の計算時間と探索回数の結果を表 5.3、表 5.4 に示す。計算時間は、高速化手法 I を単独で適用する場合に比べ、 $n_{th} = 3$  のときは 0.14 倍に、 $n_{th} = 4$

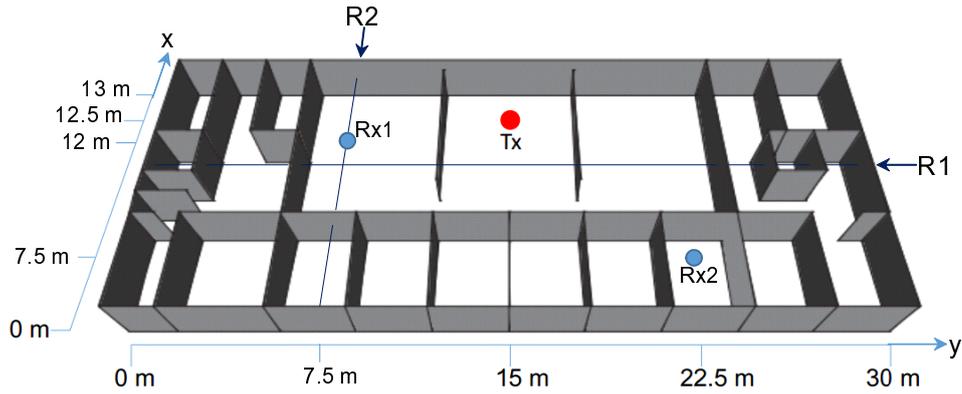


図 5.3 評価対象環境 1 (屋内:構造物 並行・垂直に配置)

表 5.3 計算時間 (受信点 Rx1)

反射回数閾値	高速化手法 I	高速化手法 III 併用	計算時間比
1	26.8298	0.1651	0.0062
2	26.8298	0.7640	0.0285
3	26.8298	3.7637	0.1403
4	26.8298	7.4599	0.2780
5	26.8298	8.7974	0.3279
6	26.8298	26.8298	1.0000

表 5.4 探索回数 (受信点 Rx1)

反射回数閾値	高速化手法 II	高速化手法 III 併用	探索回数比
1	147334766	2251	0.0001
2	147334766	302943	0.0021
3	147334766	1973059	0.0134
4	147334766	4057288	0.0275
5	147334766	5224483	0.0355
6	147334766	147334766	1.0000

のときでも 0.28 倍に抑えることが可能である。また、計算時間、探索回数の高速化手法 I に対する比 (図 5.4) を比較すると、計算時間の比は探索回数の比とほぼ一致し、探索回数から計算時間の削減効果が測れることも確認できる。

また伝搬損失の差は表 5.5 となり、反射回数閾値 1 回の場合約 0.5 dB, 2 回の時 -0.9 dB, 3 回で -0.3 dB, 4 回と 5 回の結果では、差は 0 dB であった。レイトレーシングの高速化を提案する既存研究 [33] や [17] では、提案モデルのシミュレーションと実機実験の結果を比較したパフォーマンス評価の誤差の閾値を 1 dB としている。結果では、

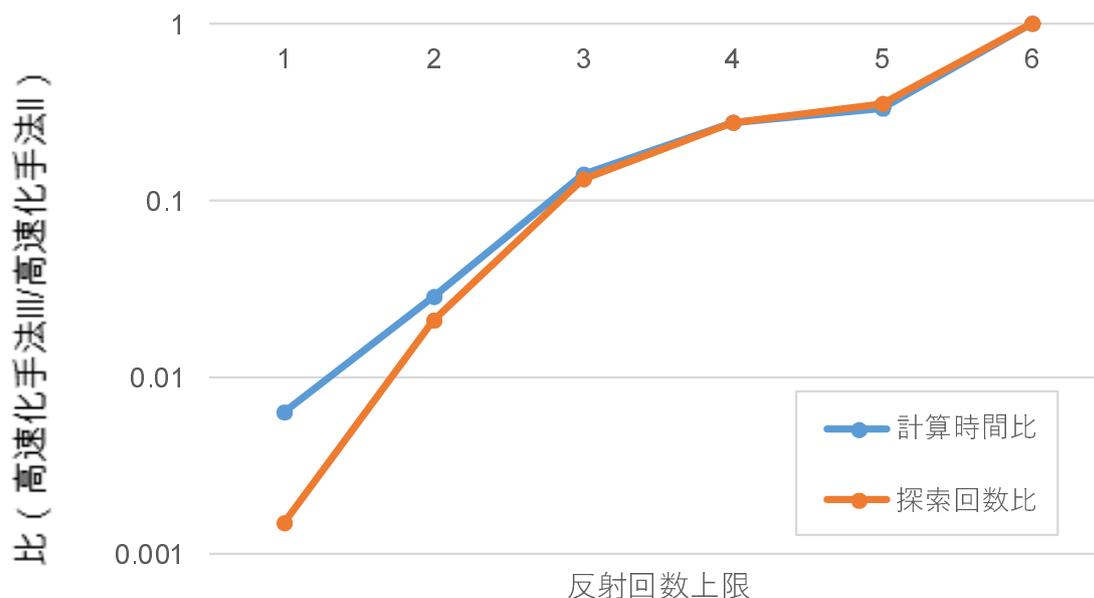


図 5.4 計算時間比と探索回数比 (受信点 Rx1)

表 5.5 伝搬損失 [dB] (受信点 Rx1)

反射回数閾値	高速化手法 I	高速化手法 III 併用	差
1	98.5011	97.9848	0.5164
2	98.5011	99.3935	-0.8924
3	98.5011	98.8231	-0.3220
4	98.5011	98.5011	0.0000
5	98.5011	98.5011	0.0000
6	98.5011	98.5011	0.0000

反射回数閾値を 4 回とすることで精度を損なわず、0.28 倍の計算時間で計算可能であることが分かる。また、図 5.7 より反射回数閾値が 4 より小さい場合でも、この評価対象環境と対象の受信点の場合は、有効な精度にてより高速に結果が得られることが分かる。

次に、受信点 Rx2 の計算時間と探索回数の結果を表 5.6, 表 5.7, 図 5.4 に示す。結果より、高速化手法 I を単独で適用する場合に比べ、 $n_{th} = 3$  のときは計算時間を 0.033 倍に、 $n_{th} = 4$  のときでも計算時間を 0.039 倍抑えることが可能である。また、計算時間、探索回数の高速化手法 I に対する比を比較すると、Rx1 と同様に計算時間の比は探索回数の比とほぼ一致し、探索回数から計算時間の削減効果が測れることも確認できる。

また、伝搬損失の差の結果を表 5.8, 図 5.7 に示す。結果より、反射回数閾値 1 回の

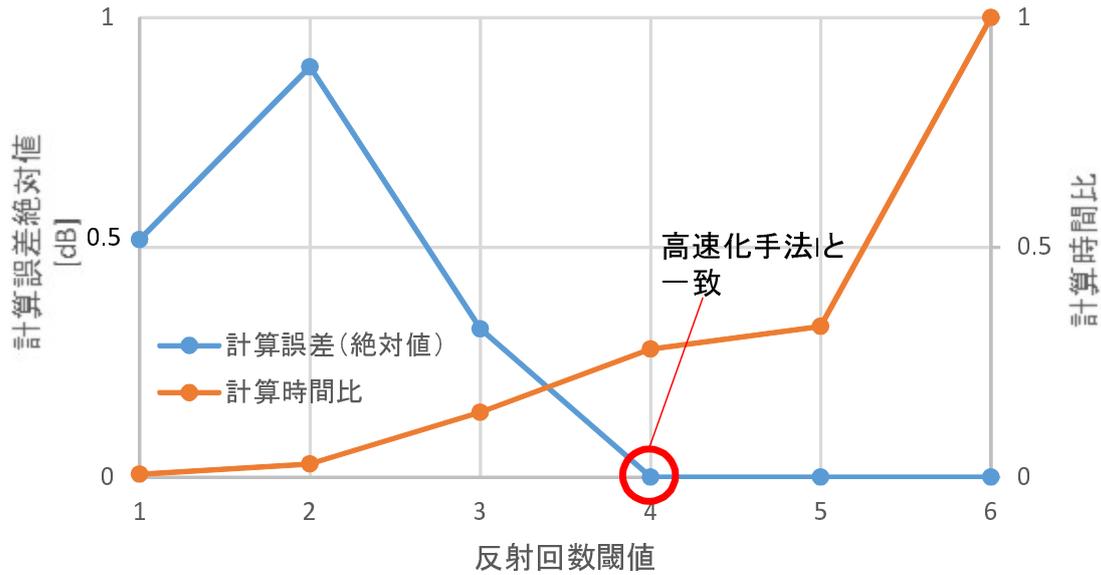


図 5.5 精度と計算時間比 (受信点 Rx1)

表 5.6 計算時間 (受信点 Rx2)

反射回数閾値	高速化手法 I	高速化手法 III 併用	計算時間比
1	27.5953	0.0238	0.0009
2	27.5953	0.2322	0.0084
3	27.5953	0.9236	0.0335
4	27.5953	1.0737	0.0389
5	27.5953	3.0268	0.1097
6	27.5953	27.5953	1.0000

場合約 0.1 dB, 2 回の時 0.006 dB, 3 回 0.0016 dB, 4 回と 5 回の結果では, 差は 0 dB であった. 反射回数閾値を 4 回とすることで精度を損なわず, 約 0.12 倍の計算時間で計算可能であることが分かる. また前述のとおり, 既存のレイトレーシングの高速化を提案する研究では, パフォーマンス評価での実機実験との誤差の閾値の目安を 1 dB としている. 反射回数閾値が 4 より小さい場合でも, この評価対象環境と対象の受信点の場合は, 有効な精度にてより高速に結果が得られることが分かる.

次に, 図 5.3 の矢印で示した R1 と R2 の線上に, 5cm 毎に受信点を置いて, 高速化手法 I と高速化手法 I+III の受信電力を評価した.

反射回数上限を 6 とした R1 の結果を図 5.8 に示す. 結果より, 反射壁を絞りこむための反射回数上限  $n_{th}$  が小さい場合には, 送信点から遠い位置において誤差の大きくなるエリアがあるが,  $n_{th}=4$  とすれば, 誤差は十分小さく抑えられることが分かる.

表 5.7 探索回数 (受信点 Rx2)

反射回数閾値	高速化手法 I	高速化手法 III 併用	探索回数比
1	14734766	1011	0.0001
2	14734766	78092	0.0053
3	14734766	423042	0.0287
4	14734766	521595	0.0354
5	14734766	1688790	0.1146
6	14734766	14734766	1.0000

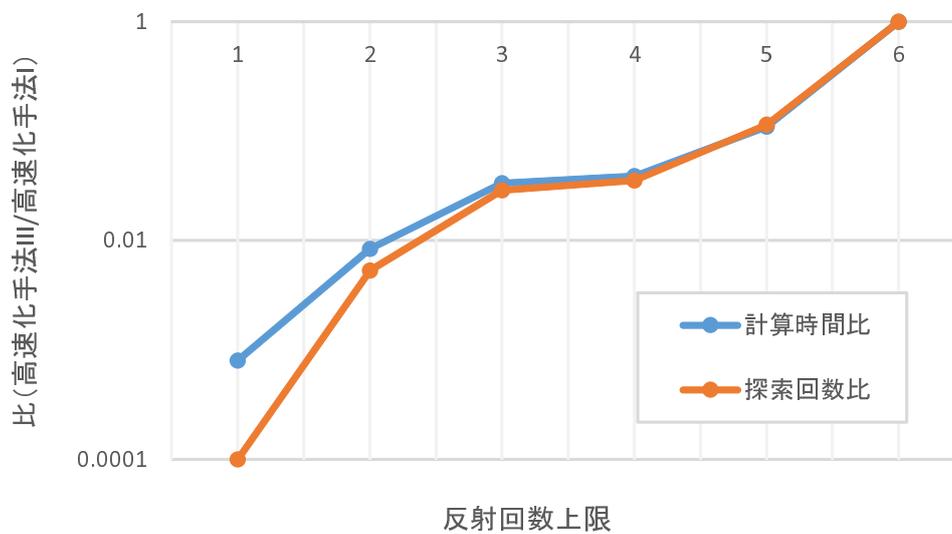


図 5.6 計算時間比と探索回数比 (受信点 Rx2)

また R2 の結果では、送信点に近いエリアでは、いずれの  $n_{th}$  の場合でも比較的值が一致しているが、R1 と同様に送信点から離れたエリアでは誤差が大きくなった。R2 においても  $n_{th} = 4$  とすることで、おおよその範囲での推定は可能ということが分かる。

表 5.8 伝搬損失 [dB] (受信点 Rx2)

反射回数閾値	高速化手法 I	高速化手法 I II	差
1	51.1309	51.0219	0.1091
2	51.1309	51.1243	0.0066
3	51.1309	51.1294	0.0015
4	51.1309	51.1309	0.0000
5	51.1309	51.1309	0.0000
6	51.1309	51.1309	0.0000

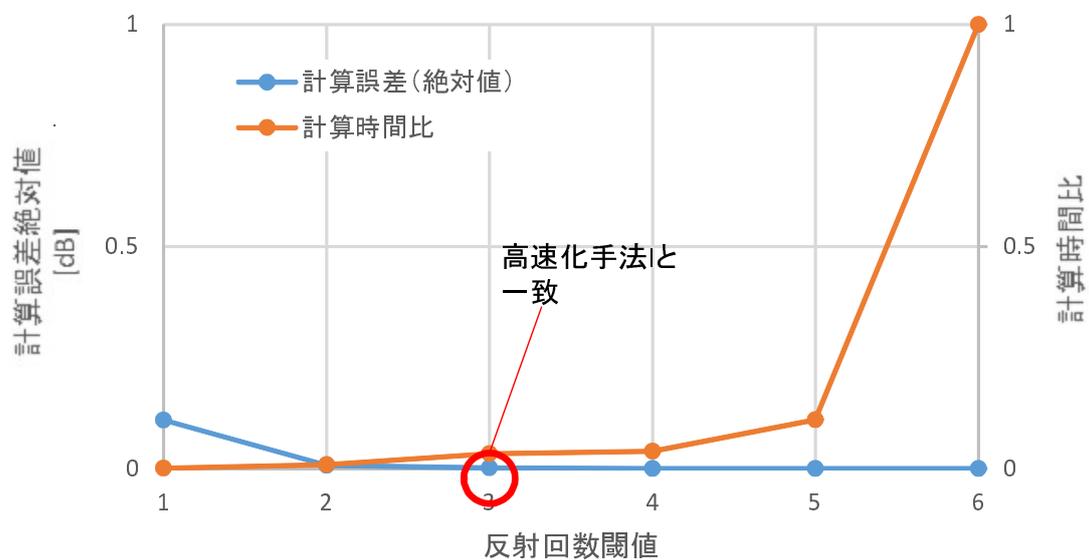


図 5.7 精度と計算時間比 (受信点 Rx2)

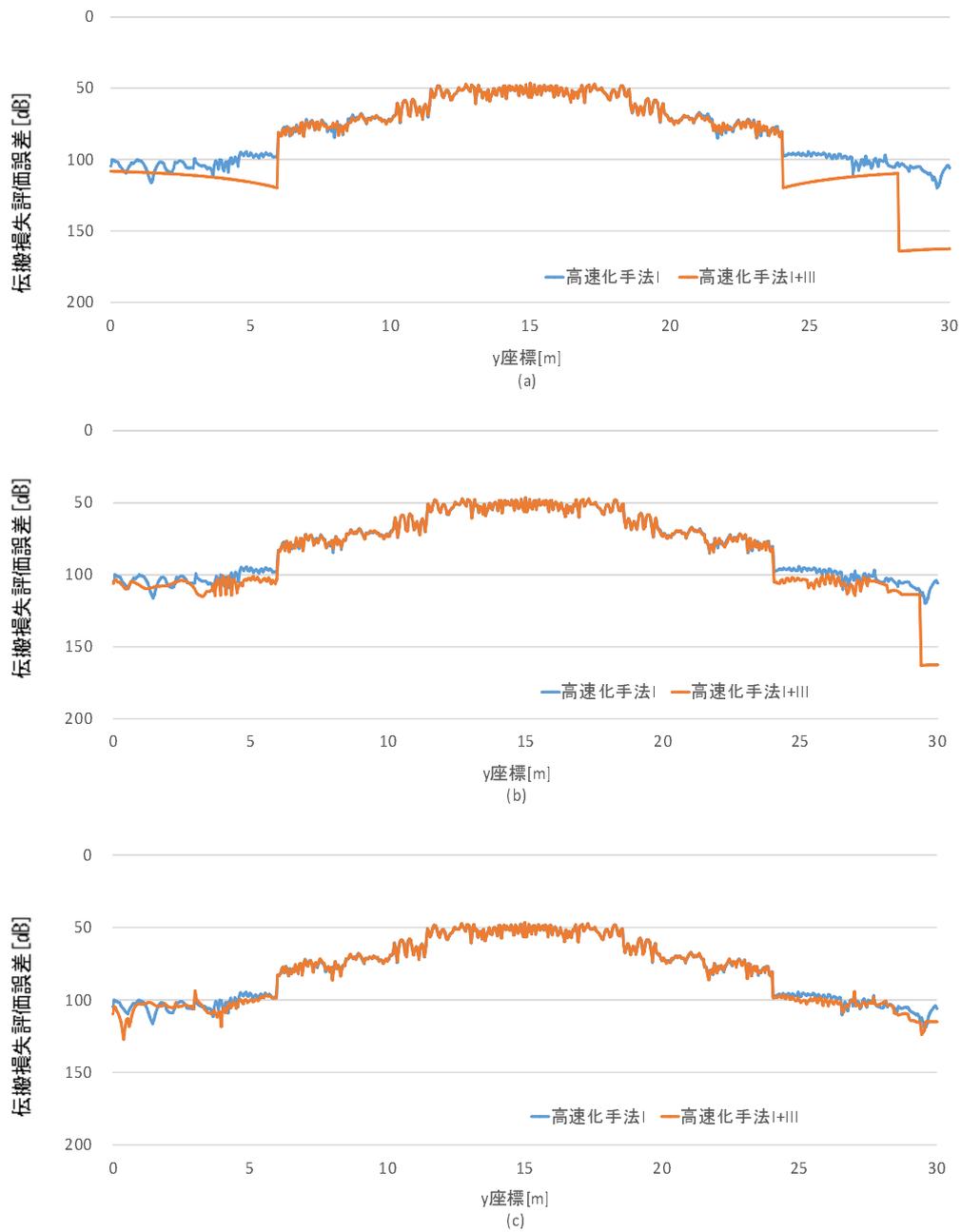


図 5.8 高速化手法 III 適用時の受信電力評価誤差 受信点 R1 反射回数上限 6  
(a) $n_{th}=2$ , (b) $n_{th}=3$ , (c) $n_{th}=4$

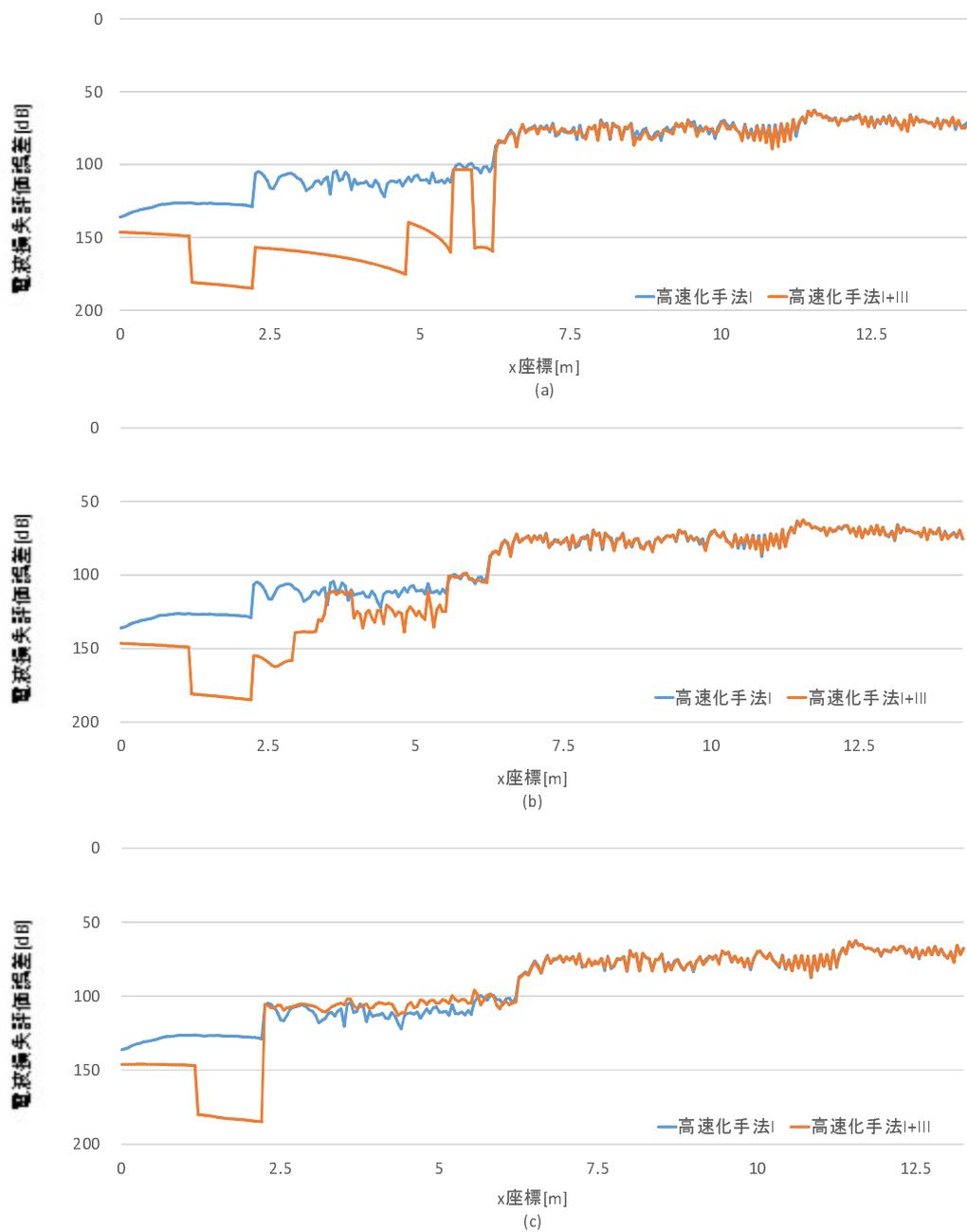


図 5.9 高速化手法 III 適用時の受信電力評価誤差 受信点 R2 反射回数上限 6  
 (a)  $n_{th}=2$ , (b)  $n_{th}=3$ , (c)  $n_{th}=4$

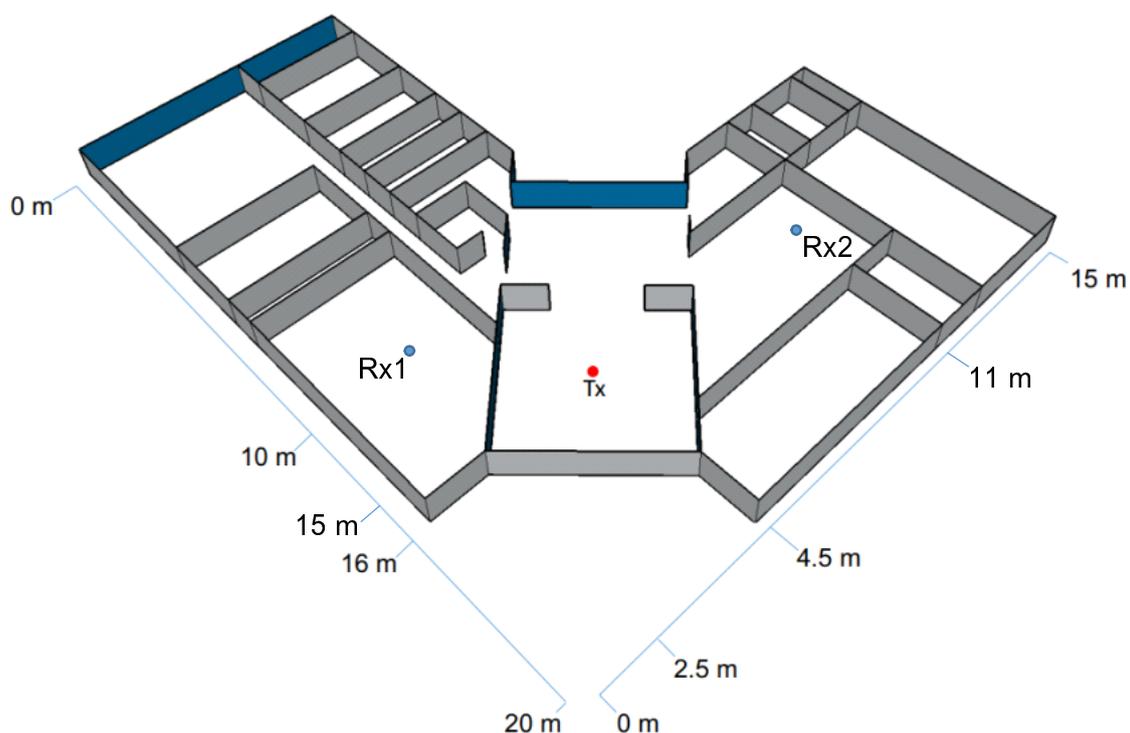


図 5.10 評価対象環境 2 (屋内:構造物・様々な配置)

### 5.3.2 様々な角度に面が配置されている場合 (高速化手法 II + 高速化手法 III の効果)

次に、高速化手法 III の計算時間の効果について、図 5.10 の評価対象環境を用い、屋内の壁面が様々な角度に配置されている場合でのシミュレーション評価を行った。高速化手法 III を用いる際は、全ての面を考慮する反射回数  $n_{th}$  回 ( $n_{th} \leq n$ ) までは、高速化手法 II の計算手法を用い、それ以降の反射回数上限  $n$  回までは高速化手法 III を用いて評価を行った。

高速化手法 III の効果は送信点と受信点の組み合わせによって異なるため、受信点の位置を図 5.10 の Rx1 と Rx2 の 2 ヶ所にとり、反射回数上限が 6 回の場合について、反射壁を絞りこむための反射回数上限  $n_{th}$  を変え評価を行った。

まず、受信点 Rx1 の計算時間と散策回数の結果を表 5.9, 表 5.10, 図 5.11 に示す。

高速化手法 II を単独で適用する場合に比べ、 $n_{th} = 4$  のときは計算時間を 0.0013 倍に、 $n_{th} = 5$  のときでも計算時間を 0.0353 倍抑えることが可能である。また、計算時間、探索回数の高速化手法 I I に対する比を比較すると (図 5.11)、計算時間の比は探索回数の比とほぼ一致し、探索回数から計算時間の削減効果が測れることも確認できる。

また伝搬損失を表 5.11, 図 5.12 に示す。結果より、差は反射回数閾値 1 回の場合

表 5.9 計算時間 (受信点 Rx1)

反射回数閾値	高速化手法 II	高速化手法 III 併用	計算時間比
1	693.205	0.003	4.3277.E-06
2	693.205	0.003	4.3277.E-06
3	693.205	0.036	5.1933.E-05
4	693.205	0.874	1.2608.E-03
5	693.205	24.462	3.5288.E-02
6	693.205	693.692	1.0007.E+00

表 5.10 探索回数 (受信点 Rx1)

反射回数閾値	高速化手法 II	高速化手法 III 併用	探索回数比
1	429227944	212	4.9391E-07
2	429227944	1169	2.7235E-06
3	429227944	28613	6.6662E-05
4	429227944	681230	1.5871E-03
5	429227944	18233441	4.2480E-02
6	429227944	429227944	1.0000E+00

表 5.11 伝搬損失 [dB] (受信点 Rx1)

反射回数閾値	高速化手法 II	高速化手法 III 併用	差
1	121.0279	121.0326	-0.0047
2	121.0279	121.3405	-0.3126
3	121.0279	122.0454	-1.0175
4	121.0279	121.0279	0.0000
5	121.0279	121.0279	0.0000
6	121.0279	121.0279	0.0000

約-0.005 dB, 2回の時約-0.313 dB, 3回約-1.0175 dB, 4回, 5回の結果では0 dBであった。既存のレイトレーシングの高速化を提案する研究では, パフォーマンス評価の誤差の閾値を1 dBとしていることから, この評価対象環境と受信位置では, 反射回数閾値4回で有効な精度にて計算時間を大幅に削減できることが分かる。

また, 受信点 Rx2 での計算時間と探索回数の結果を, 表 5.14, 表 5.12 に示す。高速化手法 II を単独で適用する場合に比べ,  $n_{th} = 4$  のとき計算時間を 0.0067 倍に,  $n_{th} = 5$  のとき計算時間を 0.04024 倍抑えることが可能である。また, 計算時間, 探索回数の

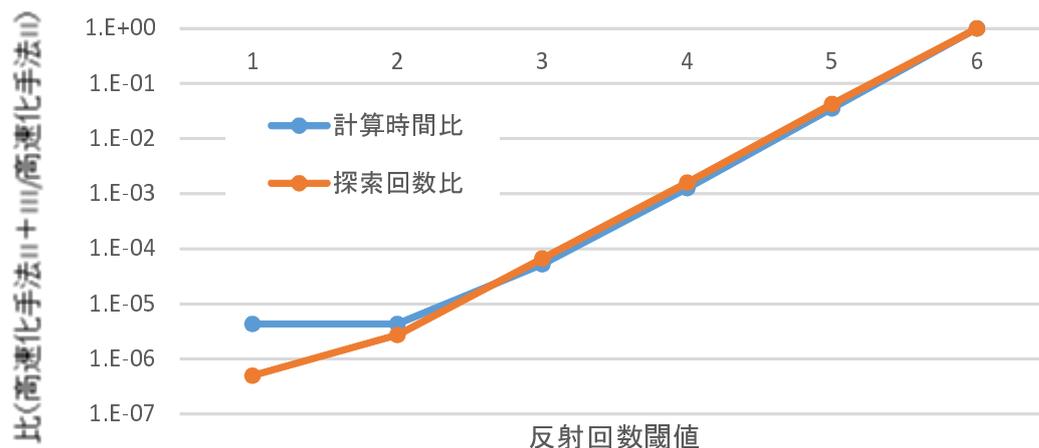


図 5.11 計算時間比と探索回数比（受信点 Rx1）

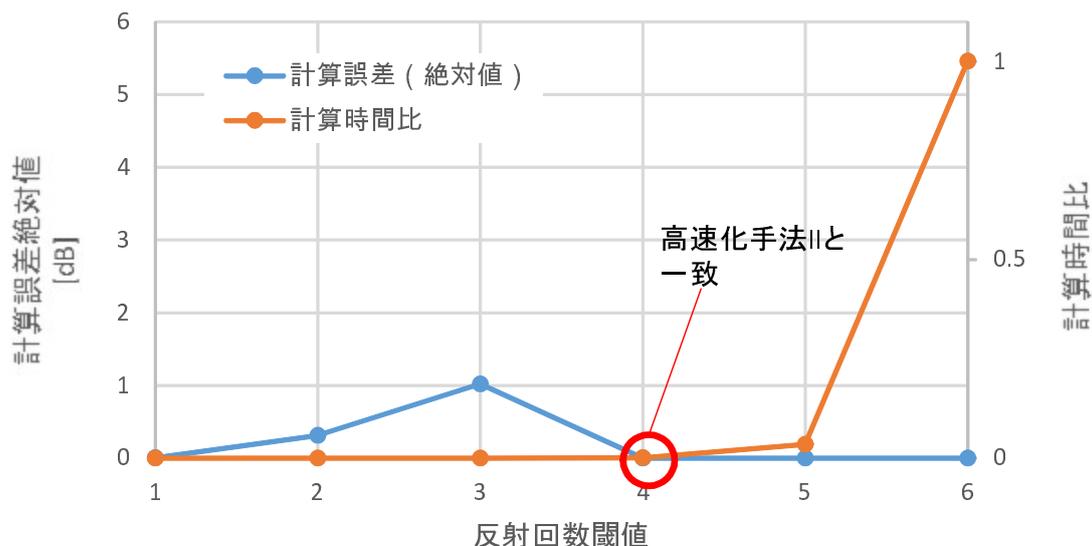


図 5.12 精度と計算時間比（受信点 Rx1）

高速化手法 II に対する比を比較すると（図 5.13），Rx1 と同様に計算時間の比は探索回数の比とほぼ一致し，探索回数の削減率から計算時間の削減率がおおよそ見積れることが確認できる。

また伝搬損失の結果を表 5.13，図 5.14 に示す．結果より，差は，反射回数閾値 1 回の場合約 0.36 dB，2 回の時約 -0.26 dB，3 回約 -0.09 dB，4 回で約 -0.05 dB となり，5 回の差は 0 dB であった．反射回数閾値 5 回の場合，精度を損なわずに計算時間を大幅に削減できることが分かる．この受信位置においては，反射回数閾値が小さい場合で

表 5.12 計算時間 (受信点 Rx2)

反射回数閾値	高速化手法 II	高速化手法 III 併用	計算時間比
1	700.296	0.004	5.7119E-06
2	700.296	0.055	7.8538E-05
3	700.296	0.620	8.8534E-04
4	700.296	4.695	6.7043E-03
5	700.296	28.179	4.0239E-02
6	700.296	701.395	1.0016E+00

表 5.13 探索回数 (受信点 Rx2)

反射回数閾値	高速化手法 II	高速化手法 III 併用	探索回数比
1	429227944	253	5.8943E-07
2	429227944	24400	5.6846E-05
3	429227944	350297	8.1611E-04
4	429227944	2899172	6.7544E-03
5	429227944	18913313	4.4064E-02
6	429227944	429227944	1.0000E+00

表 5.14 伝搬損失 [dB] (受信点 Rx2)

反射回数閾値	高速化手法 II	高速化手法 III 併用	差
1	78.33793	77.97954	0.3584
2	78.33793	78.59432	-0.2564
3	78.33793	78.43231	-0.0944
4	78.33793	78.38705	-0.0491
5	78.33793	78.33793	0.0000
6	78.33793	78.33793	0.0000

も精度がよく、計算時間も大幅に削減出来ることが分かる。

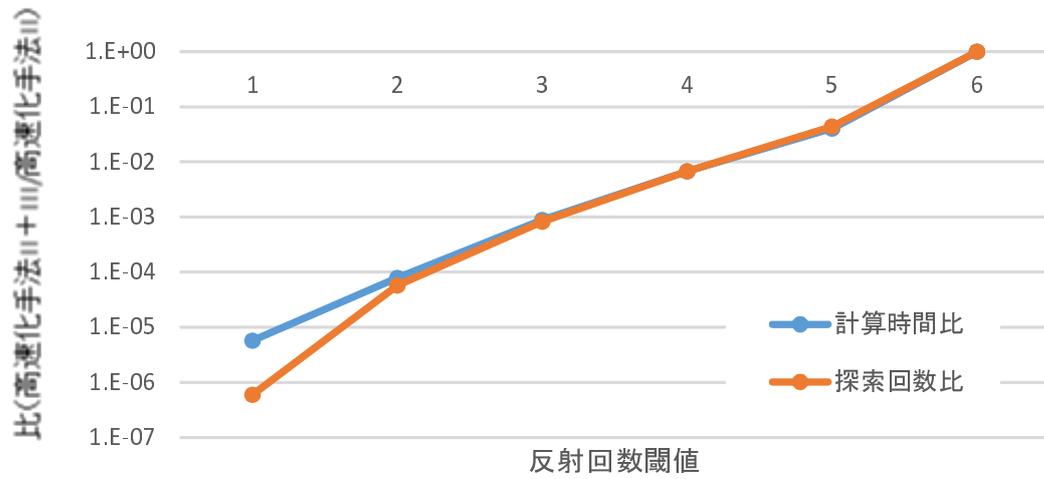


図 5.13 計算時間比と探索回数比 (受信点 Rx2)

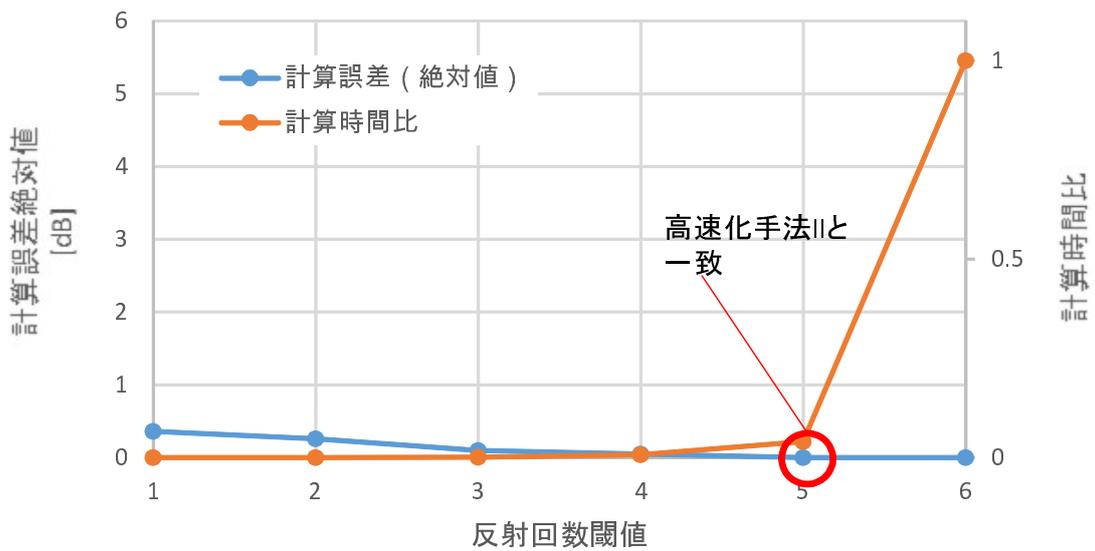


図 5.14 精度と計算時間比 (受信点 Rx2)

## 5.4 5章のまとめ

5章では、レイと反射した構造物の履歴をとり、反射を考慮する回数が多くなった場合に、それまでの履歴にある構造物のみをレイの反射・透過の対象とすることで、計算の精度劣化を極力抑え、更なる高速化を図る手法について説明し、この提案手法の有効性を、屋内の壁が並行・垂直に配置されている環境と、壁が様々な向きで配置されている環境にて、シミュレーション評価により検証した。

結果より、いずれの評価対象環境においても、適切な反射回数閾値を用いることで、計算精度を保ちつつ計算時間を大きく削減出来ることが分かった。反射回数閾値は、評価対象環境や受信点の位置に依存するが、おおよそ4回であれば計算時間を大幅に削減し、かつ実用的な精度となることが分かった。

## 第 6 章

### 結論

本研究では、屋内の電波伝搬解析手法のレイトラッキング法の問題点である、シミュレーション時間の増大について、高速処理を可能とする 3 つの手法を提案した。主な方法は、屋内の構造物が並行・垂直に配置された環境において、従来の手法では、レイを探索する際に鏡像点が重複計算されていた点に着目し、鏡像点の重複計算を回避することにより高速化を試みた手法である。これにより、計算の精度を保ちながら高速化を実現した。

3 章では、評価対象となる屋内の壁や床・天井が、全て並行・垂直に配置されている場合に適応可能な、演算精度を損なわず計算の高速化が可能な高速化手法 I を提案した。また、この手法の有効性を、理論的かつ数値的に検証した。結果より、高速化手法 I の効果は、反射回数上限が大きくなる程大きく、計算時間は探索回数に依存しており、探索回数を削減することによる高速化手法が有効であることを示した。

4 章では、屋内に様々な向きの壁面が存在するような、より一般的な屋内環境で用いることの可能な高速化手法 II を提案した。高速化手法 II も高速化手法 I と同様に、演算精度を損なわず高速に計算が可能な手法である。この高速化手法 II を用い、提案手法の有効性について理論的かつ数値的に検証した。結果より、提案手法の効果は、高速化手法 I と同様に、反射回数上限が大きくなる程顕著であり、計算時間は探索回数に依存し、探索回数の削減による高速化手法が有効であることを示した。

5 章では、レイと反射した構造物の履歴をとり、反射を考慮する回数が多くなった場合に、それまでの履歴にある構造物のみをレイの反射・透過の対象とすることで、計算精度の劣化を極力避けながらさらに高速な計算を行う高速化手法 III を提案した。この手法の有効性を、屋内の壁が並行・垂直に配置されている環境と壁が様々な向きで配置されている環境にてシミュレーション評価により検証した。結果より、評価対象環境や受信点の位置により、計算時間や精度は異なるが、いずれの条件の場合でも、高速化手法 I や高速化手法 II と比較し、計算速度は大幅に削減され、受信点から大きく離れた場所でなければ十分な評価精度が得られることが分かった。

## 謝辞

本論文をまとめるにあたり，恩師 塩田 茂雄 先生には，研究テーマの構想から本論文の展開やプログラム作成に至るまで多くの御助言，御指導をいただきました．いつも鋭い視点で丁寧にご指導頂けた事は，一生の財産とっております．塩田先生の多大なる御力添えに心から感謝いたします．

また，千葉大学の多くの先生に様々な場面で，お世話になりました．須貝 康雄 教授には学部時代より多くのアドバイスを頂き，大変感謝しております．

そして，塩田研究室の諸先輩後輩，同級の方々の御助力，御協力に深く感謝いたします．

今後は，塩田研究室で学んだこの貴重な経験を生かし，人生がよりおもしろくなるのはきっとここからと信じ，思考する心を忘れず，鋭意努力します．

## 参考文献

- [1] 総務省 ICT 産業の動向, “<http://www.soumu.go.jp/johotsusintokei/whitepaper/>”.
- [2] K.Sato, H.Kozima, H.Masuzawa, T.Manabe, T.Ihara, Y.Kasashima, and K.Yamaki, “Measurements of reflection characteristics and refractive indices of interior construction materials in millimeter-wave bands,” in Proc. IEEE Vehicular Technology Conference, pp.449–453, 1995.
- [3] D.M.J.Devasirvathan, R.R.Murray, and D.R.Woiter, “Time delay spread measurements in a wireless local loop test bed,” in Proc. IEEE Vehicular Technology Conference, pp.241–245, 1995.
- [4] S.Y. Seidel and T.S. Rappaport, “A ray-tracing technique to predict path loss and delay spread inside buildings,” in Proc. IEEE Global Telecommunications Conference, pp.649–653, 1992.
- [5] T.S. Rappaport, S.Y. Seidel, and K.R. Schaubach, Site-specific propagation for PCS system design, Eds. Boston, MA: Kluwer Academic, 1993.
- [6] M.C.Lawton and J.P. McGeehan, “The application of a deterministic ray launching algorithm for the prediction of radio channel characteristics in small-cell environments,” IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol.43, no.4, pp.955–969, 1994.
- [7] S.Y. Seidel and T.S. Rappaport, “Site-specific propagation prediction for wireless in building personal communication system design,” IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol.43, pp.879–891, 1994.
- [8] S.Fortune, D.Gay, B.Kernighan, O.Landron, R.Valenzuela, and M.Wright, “Wise design of indoor wireless system: Practical computation and optimization,” IEEE Computat. Sci. Eng., pp.58–68, 1995.
- [9] G.E. Athanasiadou, A.R. Nix, and J.P. McGeehan, “A ray tracing algorithm for microcellular and indoor propagation modeling,” in Proc. Inst. Elect. Eng. Antennas and Propagation, pp.231–235, IEEE, 1995.
- [10] M.F. Catedra, J.Perez-Arriaga, F.Saez deAdana, and O.Gutierrez, “Fast computer tool for the analysis of propagation in urban cells,” in Proc. Wireless Communications Conf., pp.240–245, 1997.

- [11] M.F. Catedra, J.Perez-Arriaga, F.Saez deAdana, and O.Gutierrez, "Efficient ray-tracing techniques for 3d analysis of propagation in mobile communications. application to picocell and microcell scenarios," *IEEE Antennas Propagat. Mag.*, vol.40, pp.15–28, 1998.
- [12] M.F. Catedra and J. Perez-Arriaga, *Cell Planning for Wireless Communications*, London, U.K. Artech House, 1999.
- [13] D.J. Cichon and W.Wiesbeck, "Indoor and outdoor propagation modeling in pico cells," in *Proc. IEEE Personal Indoor and Mobile Radio Communications*, pp.491–495, 1994.
- [14] D.J. Cichon and W.Wiesbeck, "Comprehensive ray optical propagation models for indoor and outdoor environments: Theory and applications," in *Proc. COMMSPHERE'95*, Israel, Jan., pp.201–208, 1995.
- [15] D.J. Cichon, T.C. Becker, and M.Dotting, "Ray optical prediction of outdoor and indoor coverage in macro and micro cells," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference*, pp.201–208, 1996.
- [16] F.A.Agelet, A.Formella, J.M.Hernando Rabanos, F.I.de Vicente, and F.P.Fontan, "Efficient ray-tracing acceleration techniques for radio propagation modeling," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol.49, no.6, pp.2089–2104, 2000.
- [17] 今井哲朗, "レイトレーシング法による移動伝搬シミュレーション," *電子情報通信学会論文誌*, vol.J92-B, no.9, pp.1333–1347, 2009.
- [18] 今井哲郎, 藤井輝也, "レイトレースを用いた屋内エリア推定システムの高速度アルゴリズム," *電子情報通信学会論文誌*, vol.J83-B, no.8, pp.1167–1177, 2000.
- [19] Z. Yun, M.F. Iskander, and Z. Zhang, "A fast ray tracing procedure using space division with uniform rectangular grid," in *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol.1, pp.430–433, 2000.
- [20] Z. Zhang, Z. Yun, and M.F. Iskander, "Ray tracing method for propagation models in wireless communication systems," *Electronics Letters*, vol.36, no.5, pp.464–465, 2000.
- [21] Z. Yun, Z. Zhang, and M.F. Iskander, "A ray-tracing method based on the triangular grid approach and application to propagation prediction in urban environments," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol.50, no.5, pp.750–758, 2002.
- [22] 河井伸一, 佐納由起子, 川村雅彦, 唐沢好男, "レイトレーシング法における計算対象建物の効果的な判定方法に関する研究," *電子情報通信学会技術研究報告*, vol.106, no.302, pp.11–16, 2006.
- [23] G. Liang and H.L. Bertoni, "A new approach to 3-d ray tracing for propagation prediction in cities," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol.46, no.6, pp.853–863, 1998.

- 
- [24] T. Imai, “Novel ray-tracing acceleration technique employing genetic algorithm for radio propagation prediction,” in Proc. First European Conference on Antennas and Propagation, pp.1–6, 2006.
- [25] L.Azpilicueta, M.Rawat, K.Rawat, and F.M.Ghannouchi, “A ray launching-neural network approach for radio wave propagation analysis in complex indoor environments,” IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol.62, no.5, pp.2777–2786, 2014.
- [26] 高橋 賢, 石田和人, 吉浦 裕, “イメージ法を用いた電波伝搬シミュレーションの高速化,” 電子情報通信学会技術研究報告, vol.94, no.363, pp.49–54, 1994.
- [27] 水野淳平, 今井哲朗, “World wide web による電波伝搬推定用レイトレーシングシステム,” 電子情報通信学会技術研究報告, vol.107, no.431, pp.81–86, 2008.
- [28] J.Mizuno, T.Imai, and K. Kitao, “Ray-tracing system for predicting propagation characteristics on world wide web,” in Proc. European Conference on Antennas and Propagation, pp.2872–2876, March 2009.
- [29] 今井哲朗, “レイトレース法を用いたトンネル内伝搬特性の推定,” 電子情報通信学会論文誌, vol.J85-B, no.2, pp.216–226, 2002.
- [30] 岸本英生, “屋内伝搬特性の幾何光学的解析,” 電子情報通信学会技術研究報告, pp.62–76, 1976.
- [31] 上原一浩, 関智弘, 鹿子嶋憲一, “幾何光学手法による任意指向性アンテナに対する屋内伝搬特性解析,” 電子情報通信学会論文誌, vol.J78-B, no.2, pp.593–601, 1995.
- [32] L. Corbusier, *Vers Une Architecture*, Editions Flammarion, 2008.
- [33] 今井哲朗, “電波伝搬推定のための遺伝的アルゴリズムを用いたレイトレーシング処理の高速化法,” 電子情報通信学会論文誌, vol.J89-B, no.4, pp.560–575, 2006.