

3次元映像及び折りたたみ可能な立体構造 を用いた教育システムの研究

2017年1月

千葉大学大学院工学研究科

人工システム科学専攻 電気電子系コース

大島 哲平

(千葉大学学位申請論文)

3次元映像及び折りたたみ可能な立体構造 を用いた教育システムの研究

2017年1月

千葉大学大学院工学研究科

人工システム科学専攻 電気電子系コース

大島 哲平

概 要

現在の教育現場では、生徒への教示方法は、従来の黒板への板書する方法に加え、プロジェクタや電子黒板など I C T 機器を用いた方法が主流である。それらの方法では、平面図を用いた説明がされている。教育課程が進むと、生徒は平面図から、立体を想像して膨らませる必要がある。平面的に表現される立体は、影を付けたり、正面からは見えない部分を破線で表現したり、いくつかの平面を組み合わせて理解させる方法があげられるが、生徒が正確なイメージを持つことができているか確認することは難しい。そこで、本研究では、平面と立体を可逆的に変化する構造物とデジタルホログラフィを用いて 3 次元的な教示方法の開発を行った。

折りたたまれた平面から、2つの端点を引っ張るだけで強固な立体形状を形成する手法が本研究室で開発された。本手法による構造は可逆的であり、立体から平面に戻すことも可能である。また、一般に紙などのシート状のものからでは形成が困難な球体や回転楕円体などの曲面体を作ることが可能である。本手法を用いた構造物は、平面状態から立体状態の変化が見えるので平面図を立体的なイメージに展開させる点において優れている。また、模型等は保管スペースを多くとるので、生徒分の模型を用意することは難しいが、本構造物の素材は紙であり、平面になるので、保管スペースに困ることはない。そのため、導入しやすいという利点がある。本研究では、天体教育に関する教材を作製し、実際に中学生に作製・使用してもらいアンケートを得た。

デジタルホログラフィとは、物体の干渉縞を CCD などの撮像素子で記録し、計算機で再生を行う技術である。中でも、インライン型のデジタルホログラフィは物体からの光(物体光)と参照光が同一直線上にあり、簡単に撮影ができるため、広く用いられている。しかし、インライン型では再生を行うと、所望の像(物体光)と不必要な像(共役光と透過光)が重なり再生像に劣化が生じる 2 重像問題が生じる。デジタルホログラフィは、究極の 3 次元映像の表示が可能であるが、この問題を解決しなければ、教材として不向きである。この問題を解決するため、「Periphery method」と「ランダム参照光位相シフト法」が提案された。「Periphery method」は物体の周辺に入射光の位相をランダムに変化させる拡散板を置き、ホログラムを撮影した後、反復計算を行うことで 2 重像の影響を低減する手法である。「ランダム参照光位相シフト法」は、位相シフト法の参照光をランダムに変調して、物体光を取り出す手法である。これら 2 つの手法は、物体の撮影が 1 回で済むため、運動している物体の観察が可能である。さらに、同一の光学系で実行可能な点に注目し、2 つの手法を組み合わせた再生計算アルゴリズムの開発を行った。その結果、シミュレーションにおいて今回提案した初期値を用いることで、再生像の画質の改善が実現できた。

Study on educational system with three-dimensional images and structures which can change form

Oshima Teppei

Abstract: In the current field of education, Information and Communication Technology (ICT) devices such as a projector and an electronic blackboard, etc. are mainly used for teaching method to students. However, they are described by plane figures. When the curriculum progresses, students will come increasingly to imagine three-dimensional (3-D) structures from plane figures. As a method of understanding the 3-D, it is possible to put shadows or to express a part which is not visible from the front by the broken line or to combine some of figures. However, it is difficult to confirm whether students are able to have correct images. Therefore, in my study, I have developed a 3-D teaching method using the structure which can change form a two-dimensional (2-D) mode into a 3-D mode and the digital holography. A method for creating a strong structure when the two endpoints are pulled has been developed. Structure according to this method is reversible, therefore it is also possible to return a 2-D mode from a 3-D mode. It is possible to make a curved body such as a sphere or spheroid which is difficult to mold from a sheet like a paper. Since structure with our method is able to see the change from the planar state to the solid state, it is superior in terms of converting the plane view to 3-D images. In addition, it is difficult to prepare a number of students because the 3-D object takes a lot of storage space. However this structure can not be troubled in the storage space because it is made of paper and become the plane. In that point, there is the advantage of simply introduction. I have created educational materials about the astronomical education, and actually asked to create and use in junior high school students, and were conducted a questionnaire. The digital holography is a technique for recording the interference fringes of an object by the image pickup element such as a Charge-Coupled Device (CCD), and reproducing a computer. Among them, in-line digital holography, which has the light from the object (object light) and reference light on the same straight line, can take a photograph easily, so it has been widely used. However, when I play in-line type, there is a double image problem that the reproduced image is degraded by overlapping the desired image (object light) and unnecessary image (conjugate light and transmitted light). To solve this problem, “periphery method” and “random phase shift method” have been proposed. “periphery method” is a method of reducing the influence of the double image by putting a diffuser plate that can randomly change the phase of the incident light on the periphery of the object, photographing a hologram, and performing iterative calculations. “Random phase shift method” is a method of taking out an object light using by phase shift method with modulating reference light randomly. In these two approaches, because the photographing of object is only once, it is possible to observe in motion. Furthermore, focusing on points that can be executed by the same optical system, I developed a reproduction calculation algorithm that combines two methods. As a result, by using the initial values proposed here in the simulation, the improvement of quality of the reproduced image can be realized.

Key words : three-dimensional structure, paper craft, globe, educational tool, digital holography

目 次

第 1 章	はじめに	1
1 節	緒言	1
第 2 章	平面から立体へ瞬時に変化可能な構造物	7
1 節	平面から立体へ瞬時に変化する構造	7
2 節	本手法設計の条件	8
3 節	立体の特徴別, 設計注意点	9
3.1	角柱の注意点	9
3.2	錐体の注意点	9
3.3	多角形の回転体の注意点	10
3.4	曲線の回転体の注意点	10
3.5	上下対称な曲面体の注意点	12
4 節	展開図の作製	14
4.1	上下非対称の多面体の展開図	14
4.2	球の展開図と組み立て方法	19
第 3 章	月相教育への応用	21
1 節	月相教育	21
2 節	アンケート結果	24
3 節	“はね”の付け方	27
第 4 章	ホログラフィ	35
1 節	ホログラムへの記録と再生	35
1.1	インライン型ホログラム (ガボールホログラム)	37
1.2	リース・ウパトニックスホログラム	38
2 節	光波伝搬計算	40
2.1	角スペクトル法	40
2.2	フレネル回折計算	43
3 節	位相シフト法	44

3.1	位相シフトデジタルホログラフィ	44
3.2	並列位相シフトデジタルホログラフィ	45
3.3	ランダム参照光位相シフトデジタルホログラフィ	46
4 節	位相回復	48
4.1	Gecherberg-Saxton 法	49
4.2	Error-Reduction 法	49
4.3	Periphery method	50
第 5 章	提案手法	53
1 節	提案手法	53
2 節	提案手法と Periphery method の結果比較	54
3 節	提案手法と各種位相シフト法の結果比較	57
第 6 章	終論	59

目 次

1.1	板書の表示方法	1
1.2	3 次元的表記方法	2
1.3	観察・実験機器の整備充足率	2
1.4	通信制学校の増加	3
1.5	今後の目標	4
1.6	可逆的に変化できる様子	4
1.7	折りたたみ可能な立体構造物の例	5
2.1	平面と立体を可逆的に変化する構造	7
2.2	作製可能な立体図形の例	8
2.3	折りたたみ可能な立体形状の設計手法	9
2.4	錐体	9
2.5	多角形の回転体の多面体近似	10
2.6	球体の多面体近似	11
2.7	点 M が変化する場合 (卵型)	12
2.8	上下対称な曲面体の多面体近似	13
2.9	目的とする上下非対称の多面体	14
2.10	上下に分かれる線の設定	15
2.11	側面部の作図	15
2.12	はねの作図	16
2.13	上半分の展開図	16
2.14	下半分の側面部	17
2.15	下半分の完成	17
2.16	展開図の完成	18
2.17	完成した立体	18
2.18	球の展開図	19
2.19	作製した球	20
3.1	月の満ち欠けに関する問題	21

3.2	地球の満ち欠けに関する問題	22
3.3	満月か，月食か．	22
3.4	全体図	23
3.5	天球儀	23
3.6	月の満ち欠け	24
3.7	体験の様子	25
3.8	項目 A 及び B のアンケート結果	26
3.9	C のアンケート結果	26
3.10	月の傾き方	27
3.11	使用した地球儀の展開図	28
3.12	完成図を横から見たイメージ	29
3.13	上半分の“はね”の辺 AB について	29
3.14	上半分の“はね”の辺 DE について	30
3.15	下半分の“はね”の一部	30
3.16	下半分の展開図	31
3.17	球の近似	32
3.18	球の“はね”と側面部	32
3.19	簡易地球儀の展開図	33
3.20	簡易地球儀の立体モード	34
4.1	ホログラムへの記録	36
4.2	ホログラムからの再生	37
4.3	ホログラムへの記録(インライン型)	38
4.4	ホログラムからの再生(インライン型)	38
4.5	ホログラムへの記録(リース・ウパトニックス)	39
4.6	ホログラムからの再生(リース・ウパトニックス)	39
4.7	位置ベクトルと波数ベクトル	41
4.8	波数ベクトルの説明	42
4.9	角スペクトル座標	43
4.10	位相シフト法の光学系	45
4.11	並列位相シフト法の光学系	46
4.12	ランダム参照光位相シフト法の光学系	47
4.13	ホログラム，物体光，参照光の関係	48
4.14	GS 法のダイアグラム	49

4.15	ER 法のダイアグラム	50
4.16	拡散板で回折した光の複素振幅の記録	50
4.17	ホログラムの記録 (物体と拡散板)	51
4.18	Periphery method のダイアグラム	52
5.1	提案手法のダイアグラム	54
5.2	記録に用いる画像 (512×512)	55
5.3	物体と拡散板 ($1,024 \times 1,024$)	55
5.4	Periphery method	55
5.5	提案手法	56
5.6	反復回数による PSNR の変化	56
5.7	位相シフト法	57
5.8	並列位相シフト法	57
5.9	ランダム参照光位相シフト法	58

表 目 次

5.1 各手法との比較 (PSNR[dB])	58
----------------------------------	----

第1章 はじめに

1節 緒言

教育課程が進むと，1次元的理解から，2次元・3次元的理解を求められる．例えば，高校数学では直線的なベクトルが平面ベクトルになり，空間ベクトルになる．三角比や積分も教科書の終盤に近づくと，空間に応用できるかという点を問われる．高校物理では，まっすぐ落ちる1次元的な運動が，斜めに投げる2次元的な斜方投射の運動になり，螺旋運動と3次元的な運動へと推移していく．3次元的な空間の把握は，中学校でも求められる，特に天体分野では，天体の位置関係や天体の3次元的な運動を理解し，相対的に捉えることが求められる．つまり，地球を中心にして太陽を観察したり，太陽を中心に地球を観察する，というようなイメージを膨らませる能力が求められる．私は，中学・高校での理科教諭の経験を有しており，3次元的な把握が難しいと感じる生徒が多いことを感じている．特に，フレミング左手の法則の写真を見て同じ形にすることが困難な生徒が予想以上に多かった．

そのような背景がありながら，現状においては未だに，黒板に板書するという方法を100年以上続けている．1次元的，2次元の表記に関しては問題ないが，3次元的な表記はあくまでも3次元的なイメージを表現したものである．図1.1の3次元的な表記のように，

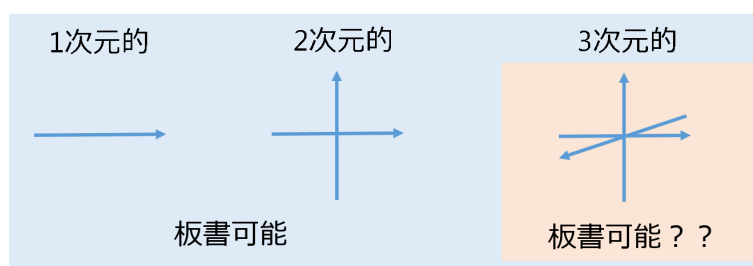


図 1.1: 板書の表示方法

x , y , z 軸を書き，口頭で3次元的なイメージを説明するが，伝わりにくい．その原因として，3次元的にイメージを膨らませることは生徒に任せなければならないことが挙げられる．そのため，生徒の個人差が強く見られ，イメージを膨らませることが得意な生徒と苦手な生徒で理解の速さが顕著になる．現在，教員が一方的に講義を行うような授業では

なく，生徒に主体的，協同的な問題発見や問題解決の場面を経験させるような授業であるアクティブ・ラーニング型の授業が求められている．そのため，このような生徒の理解度に個人差が生まれやすい場面において有効な手段であるが，3次元的な表現方法を持ち合わせていないため，生徒間での話し合いを行っても理解が進まないことがある．3次元的な表現方法がないことは，教員の教授方法のみならず，生徒が正しく理解しているか確認することが難しくなる．

よく用いられる3次元的な表現方法として，図1.2に示すような陰影を付ける方法や，複数の視点から見た平面図を組み合わせる方法がある．そのため，表現できるのは典型的

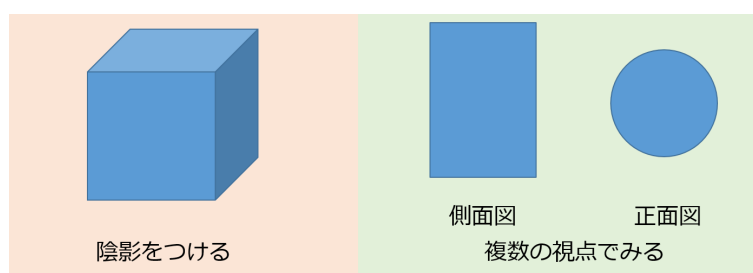


図 1.2: 3次元的な表記方法

な形にとどまっており，生徒個人の経験から予測される3次元的な形の理解に陥りがちである．複雑な形も，単純な形の組み合わせであることが多いが，それに気づける生徒と苦手とする生徒で個人の能力に頼るところが大きい．個人の能力に頼ることは，2次元的な図から3次元的なイメージへの拡張を苦手とする生徒にとって，授業がわかりにくくなり，学習意欲の低下や学業不振の原因になりかねない．

他の3次元的な表現方法として，実物である実験機器を使用する方法がある．しかし，図1.3 [1]を見ると，中学校における観察・実験機器の整備充足率は重点品目であっても36%程度である．この重点品目とは，教科書で行われているような基礎的な実験機器である．重点品目の内訳として，演示用実験器具と生徒用実験器具がある．演示用実験器

社団法人 日本理科教育振興協会
2013年

観察・実験機器の整備充足率		
品 目	小学校	中学校
重点品目	67.9%	36.0%
重点品目以外	28.2%	9.8%
設備品総額(重点品目と重点品目以外の計)	52.3%	30.4%
少額設備品	41.1%	27.1%

図 1.3: 観察・実験機器の整備充足率

具は，大型なものが多く，授業の導入時に生徒の興味・関心を引き付ける有効な手段であ

る。操作も教員か数名の代表生徒に行わせるため、1台の購入ですみ、時間も多くはかからない。生徒用実験器具は、小型なものが多く、生徒が実験を行うことによって深い学びにつながる。しかし、生徒が実験を行うため、それ相応の数量を購入しなければならない。単価としても、演示用実験器具よりも大幅に安いということはない。そして、ひとつひとつの大きさは小さいが、相当数あるので、保存箇所の確保についても考えなくてはならない。公立学校の教員は5～10年程度で転勤するので、誰が購入したのか不明の実験器具や使用者が不明の実験器具がある。そのため、捨てるに捨てられない実験器具で、保存箇所が減少している問題もある。また、生徒実験を行うと実験結果のまとめ等を含め、3～4時間程度の授業時数がかかる。脱ゆとり教育で教科書の内容は増えたが、授業時間数は減ったままなので、行いたい実験はあるが、授業時数との兼ね合いで、行う実験を教員間で相談して割愛している。よって、予算・時間・保存箇所の問題があり、実験器具の購入に踏みとどまっている傾向があると考えられる。充足率の低さは、この生徒用実験器具に原因があると考えられる。

また、生徒数が減少している中で、通信制学校が増加している（図1.4）[2]。以前、通信制学校や定時制学校は、日中働いている勤労学生や、社会人の学びなおしの特徴があったが、近年は10代の生徒が通信制学校や定時制学校を選ぶことが少なくない。これは、学び方が変容しており、自宅にしながら複雑な3次元的なイメージや動きを共有可能な表示方法が求められている。

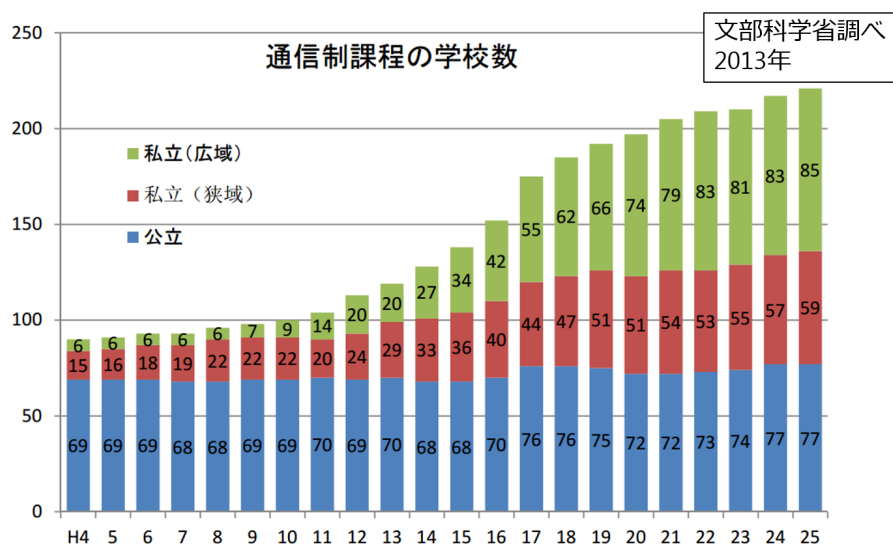


図 1.4: 通信制学校の増加

そこで、折りたたみ可能な立体構造物 [3] とデジタルホログラフィを用いた究極の3次元映像を用いることで以上の問題を解決していく。2次元表示で行われている現行の教育を3次元表示で行えるようにする今後の目標を、図1.5に示す。板書やプロジェクタを用

いた教育から、近未来の教育として、折りたたみ可能な立体構造物や3DCGを用いた教育へ移行し、未来の教育として、物体が反射した光そのものを表現可能なホログラフィを用いた教育を行うことを目指していく。

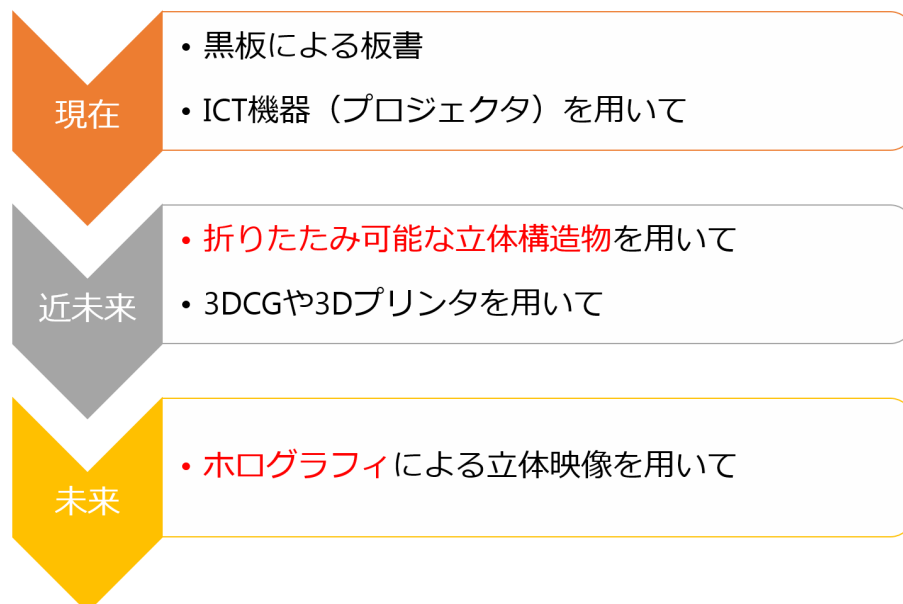


図 1.5: 今後の目標

まず、折りたたみ可能な立体構造物は、図 1.6 のように、端点を引っ張るだけで、球体を形成し、端点を離すと平面に戻る。また、図 1.7 に示すように、球体だけではなく、さまざまな立体を作製可能である。本手法は、小さく折りたたんで可搬型の大規模立体ス

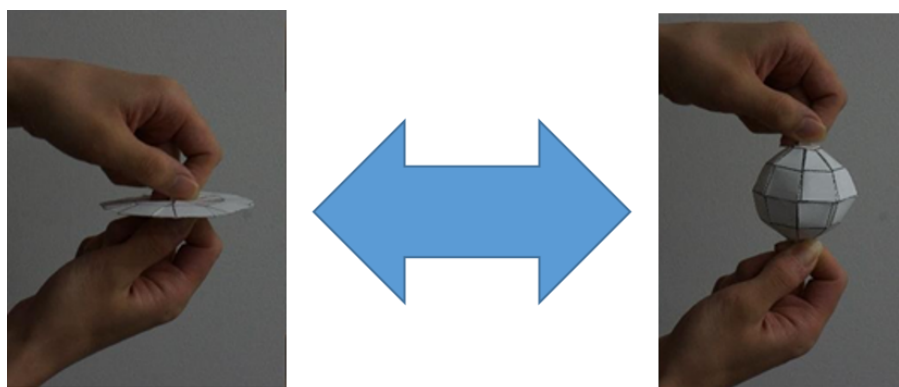


図 1.6: 可逆的に変化できる様子

クリーンや医学的な応用が進められている [4]。本論文では、この手法を教材として用いた研究を行った。本手法の利点として、平面状態から立体状態の変化が見える点が挙げられる。従来の立体模型と異なり、教科書の図を平面で再現でき、また、立体に形成でき

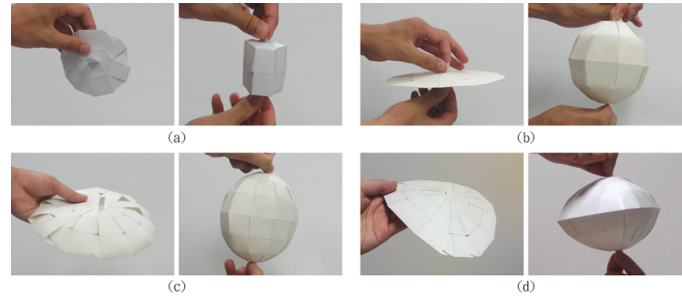


図 1.7: 折りたたみ可能な立体構造物の例

るので、平面図からイメージしてほしい立体を正確に把握させることができる [5]。また、使用しない際は平面になり、保管場所を選ばないので導入しやすい。本論文では、天体教育に関する教材を開発し、実際に中学生に作製・使用してもらいアンケートをとり、良好な結果を得た。

また、究極の3次元映像化技術としてホログラフィがある [6]。写真で記録されている情報は光の強度のみであるが、ホログラフィは実物と同じ光の強度や位相をそのまま干渉縞として記録できる。ホログラフィを用いて、アート作品や紙幣の偽造防止が行われている。これらは、暗室で撮影され、化学反応を利用しているので、書き換えたり、動画を写すことは難しい。近年の Charge-Coupled Device (CCD) などの撮像素子の技術が向上し、ホログラムの撮影が可能になり、計算機上でもホログラムの再生が可能になった。これをデジタルホログラフィという。デジタルホログラフィの技術が身近なものになれば、学校教育においても、3次元映像を簡単に見ることができ、新たな教示方法として期待できる。撮影方法のひとつとして、インライン型のデジタルホログラフィがある [7]。この手法はレーザー・観察物体・撮像素子を直線上に置き、簡単に撮影ができるため、広く用いられている。しかし、インライン型では再生を行うと、所望の像と不必要な像が重なり再生像に劣化が生じる2重像問題が生じ、この問題を解決しない限り教育現場への導入は難しい。この問題を解決するため、様々な手法が提案された。光学系を工夫した「リース・ウパトニックスホログラム」[8,9]や、 piezo素子を用いて位相の異なる複数のホログラムから計算を行う「位相シフト法」[10]があり、その応用として「並列位相シフトデジタルホログラフィ」[11–13]「ランダム参照光位相シフトデジタルホログラフィ」[14–16]がある。光伝播計算を用いて計算を行う「Gecherberg-Saxton 法」[17]があり、その応用として「Error-Reduction 法」[18]、「Periphery method」[19]がある。

私は「Periphery method」と「ランダム参照光位相シフトデジタルホログラフィ」の共通点として、同一の光学系で実行可能な点に注目し、2つの手法を組み合わせた再生計算アルゴリズムの開発を行った。さらに、本手法は1回の撮影でホログラムの作製が可能な

ため動画にも対応できている．その結果，シミュレーションにおいて今回提案した初期値を用いることで，再生像の画質の改善が実現できた．

本論文は，以下のように構成する．第1章では，研究背景と目的を述べた．第2章では，折りたたみ可能な立体構造物について述べる．第3章では，月相教育への応用について，第4章では，ホログラフィについて述べ，第5章では，提案手法について，最後に第6章でまとめる．

第2章 平面から立体へ瞬時に変化可能な構造物

1節 平面から立体へ瞬時に変化する構造

一般的な多面体の作製方法として、紙や板などの平面を組み合わせ、接着剤を用いて固定することで作製できる。そのため、一度固定すると、それを分解して再び平面に戻すというのは容易ではない。また、ほとんどは単純な直線型の形状を作製するにとどまっている。

本研究にて用いる手法は、図 2.1 に示すように、2つの端点を引っ張るだけで平面から立体へ変化し、また、力を抜けば、平面へ戻る。

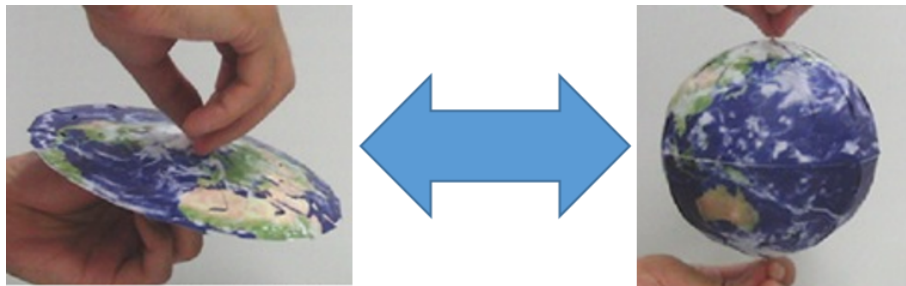


図 2.1: 平面と立体を可逆的に変化する構造

本手法を用いることで、図 2.2 に示すようなさまざまな立体を作製することができる。図 2.2 の a に示す図形は角柱であり、b は錐体である。図 2.2 の c に示す図形は、多角形を回転させた回転体である。図 2.2 の d, e に示す図形は、球体や卵型の立体で、曲線の回転体と考えることができる。シート状のものを組み合わせて作製される多面体から、一般的に紙での作製が困難とされている球体・回転楕円体・卵型のような曲面体を複数の平面近似することで形成でき、またそれを平面に瞬時に戻せることが、本研究で用いた手法の最大の特徴である。

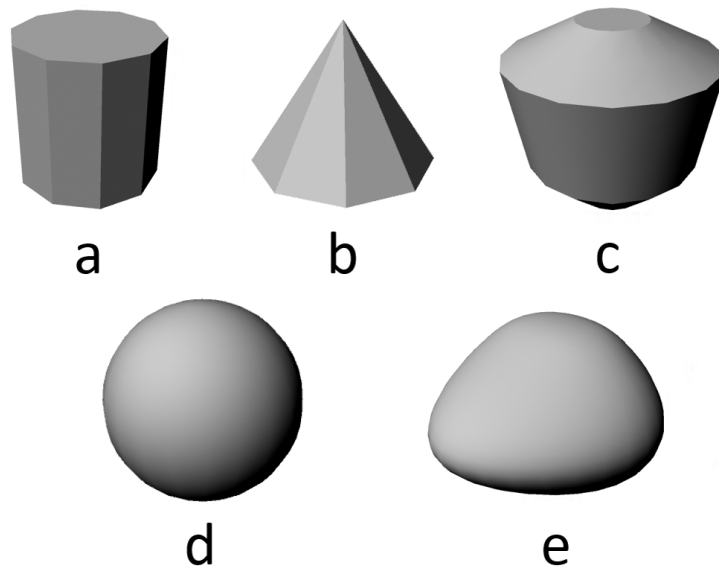


図 2.2: 作製可能な立体図形の例

2節 本手法設計の条件

折りたたむことを可能とするためにいくつかの条件がある．ここでは，図 2.3 を用いて説明する．

まず，図 2.3(a) の図形 S は，線分 AB と，点 A ， B を端とする曲線，もしくは曲線を近似的に表した線分の組み合わせからなる．この曲線（曲線を近似した線分の組み合わせ）に沿った距離が $AM=BM$ となる点を M と置く． M の z 座標を M_z とする (図 2.3(b))．この際， A 点と B 点は立体を作製したときの端点になるので，内角 A および内角 B は 90 度が望ましいが，内角 B のように 90 度にならない場合がある (図 2.3(c))．その場合の設計注意点は 3 節で述べる．そして，図形 S は凸図形という条件を設ける．図形 S を z 軸中心に回転させた立体が目的となる立体である (図 2.3(d))．

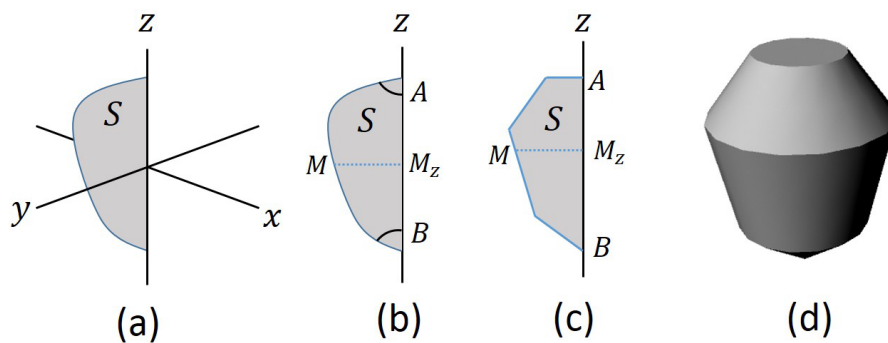


図 2.3: 折りたたみ可能な立体形状の設計手法

3節 立体の特徴別，設計注意点

3.1 角柱の注意点

図 2.2 の a のように形成したい立体が多面体である場合の注意点を考える．端点の形状も問題なく，上下左右に対称性があるので，2 節に沿って作製できる．ただし，三角柱・四角柱に関しては，“はね”がかみ合わないので形成が困難である．“はね”については，第 3 章の 3 節で述べる．

3.2 錐体の注意点

図 2.2 の b のように形成したい立体が錐体である場合の注意点を考える．錐体の場合は端点の片方が錐体の頂点となっているので，図 2.4 に示すように，頂点部を下げた平らに形状を変化させる必要がある．この際，図 2.3 における点 M の座標が変化するので，側面部の長さに変化することに注意する．

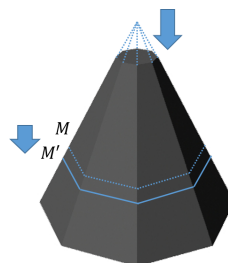


図 2.4: 錐体

3.3 多角形の回転体の注意点

図 2.2 の c のように形成したい立体が多角形の回転体である場合の注意点を考える．図 2.5 の (a) のように， z 軸を中心に回転させた平面を考える．この平面で回転体を切り取ると，切り取られた図形は (b) のように全て合同なものとなる．よって，点 M の座標は変化せず，端点も頂点になっていないので，作製上注意点は特にない．目的の立体である (c) のような多面体の回転体を得られる．

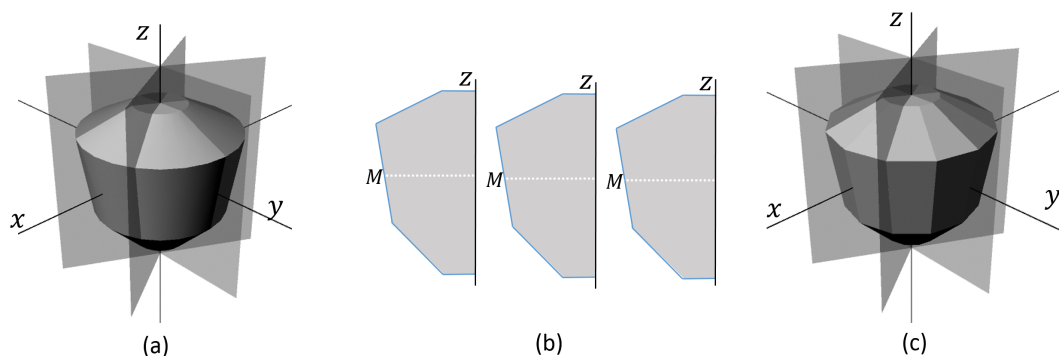


図 2.5: 多角形の回転体の多面体近似

3.4 曲線の回転体の注意点

図 2.2 の d のように，形成したい立体が球体などの曲線の回転体である場合の注意点を考える．多角形の回転体の注意点と同様に，図 2.6(a) に示すように z 軸を中心に回転させた平面で切り取ると，切り取られた図形は (b) のように全て合同なものとなる．平面で切り取った図形は曲線になるので，その曲線に近似する図形に近似しなければならない (図 2.6(c))．目的の立体である (d) のように多面体の回転体を得られる．

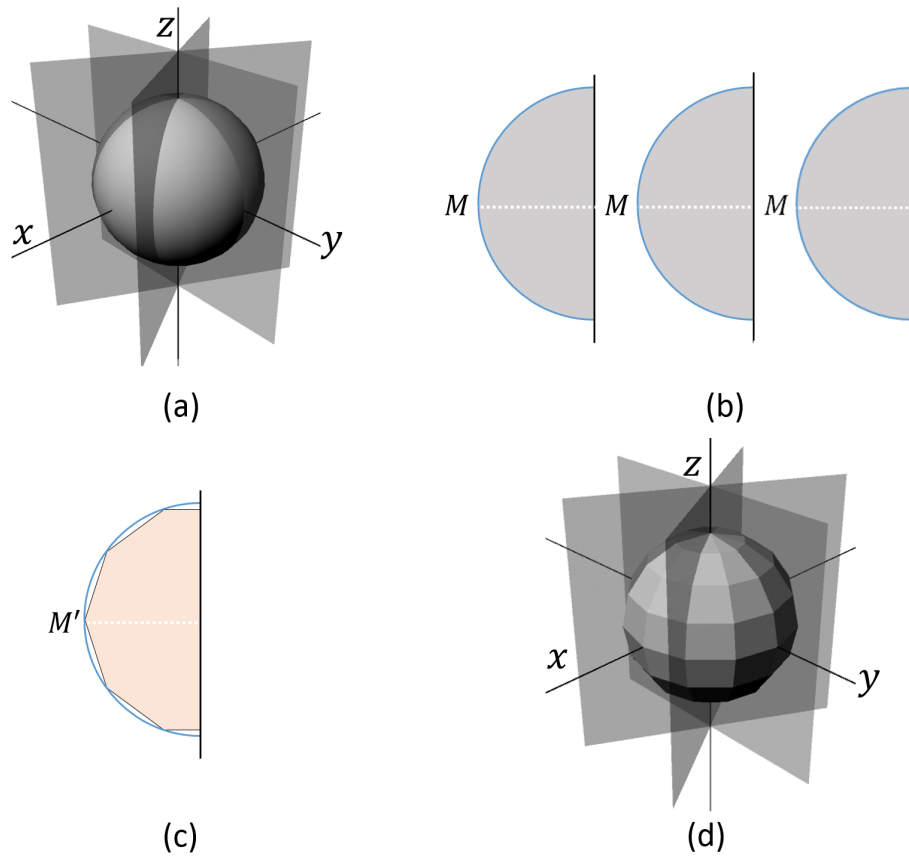


図 2.6: 球体の多面体近似

近似の際に、図形の頂点が曲線の点 M の座標が一致しない図 2.7(a) のような卵型の場合、平面で切り取った曲線である図 2.7(b) と、近似した多角形の図 2.7(c) で中点 M が変化するので注意する。目的の立体である (d) が得られる。

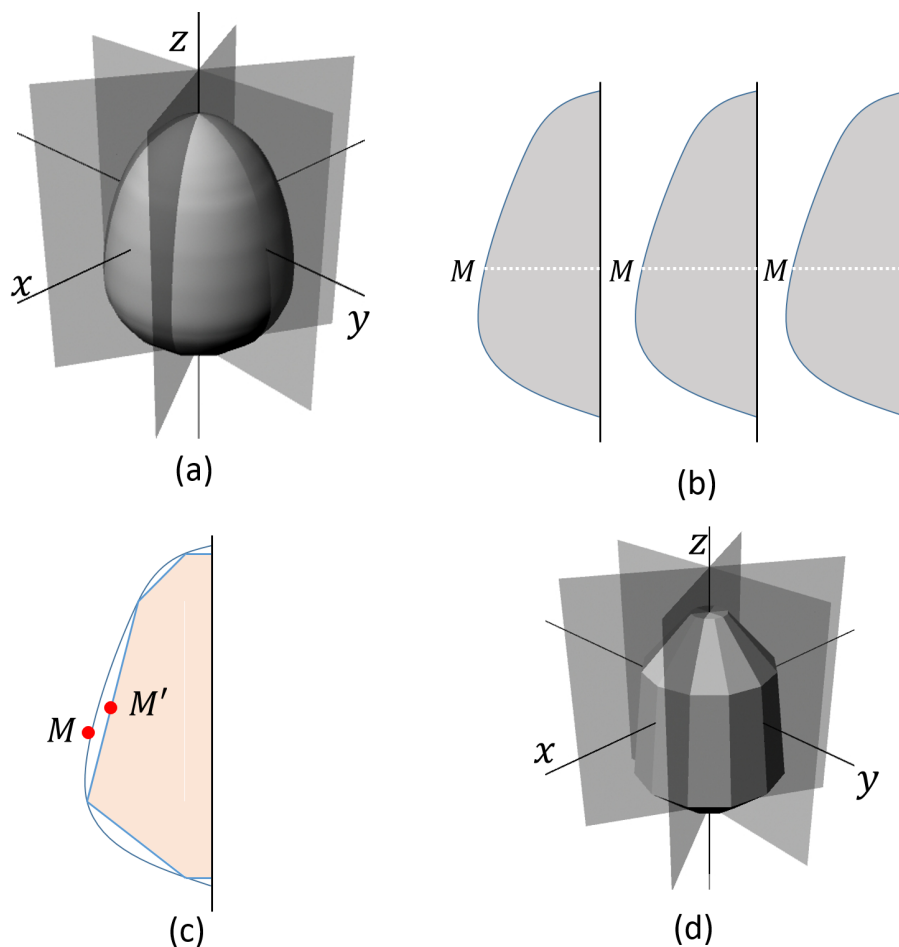


図 2.7: 点 M が変化する場合 (卵型)

3.5 上下対称な曲面体の注意点

図 2.2 の e は，形成したい立体が上下対称であり，多角形の回転体の注意点と同様に，図 2.8(a) に示すように z 軸を中心に回転させた平面で切り取ると，合同ではない図形である場合を考える．切り取られた図形は曲線を含むので多角形で近似する必要がある．簡単に近似するための注意点として，曲線の点 M と多角形の頂点を一致させ，近似した際の点 M の座標の変化をなくす．

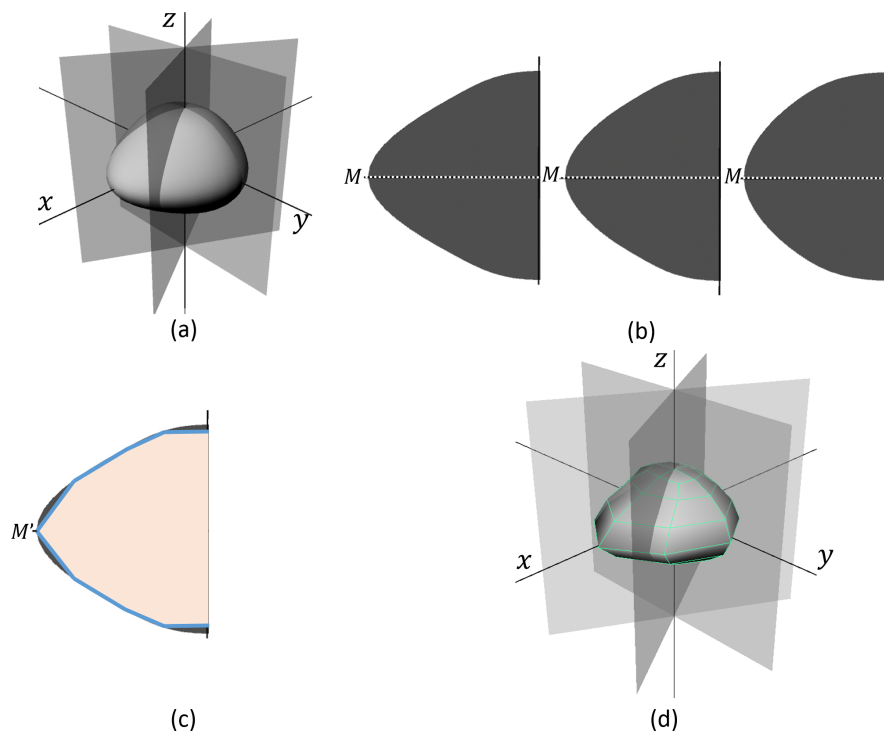


図 2.8: 上下対称な曲面体の多面体近似

以上の 3.1 項～3.5 項をまとめると，上下を端点にするために頂点をなくすことや曲面を多面体に近似する際に点 M の位置が変化する場合があることが注意点である．

4節 展開図の作製

上記の注意点を考慮して，本論文では上下非対称の多面体と球の展開図についてさらに具体的な作製手順の説明を行う．

4.1 上下非対称の多面体の展開図

目的とする立体は図 2.9 で示されるような，下に行くほど細くなる正 12 角柱のような形である．この形は，円錐形を近似し，端点が形成できるように，錐体の角を取った形とみなすこともできる．

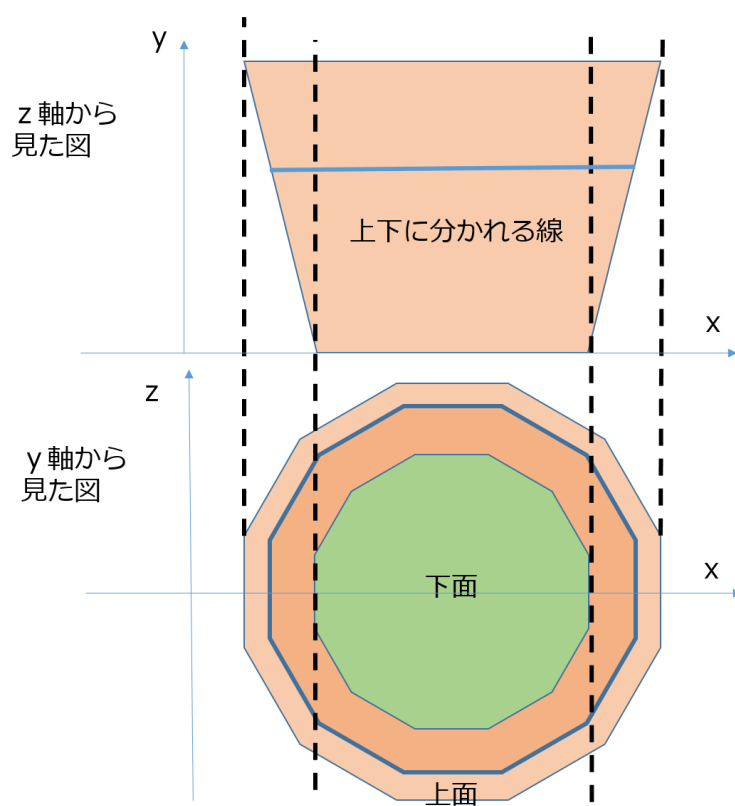


図 2.9: 目的とする上下非対称の多面体

2節の条件にある $AM=BM$ より，上下に分かれる線を設定している．今回は赤と緑の線の長さがそれぞれ 32 になるように設定した (図 2.10)．

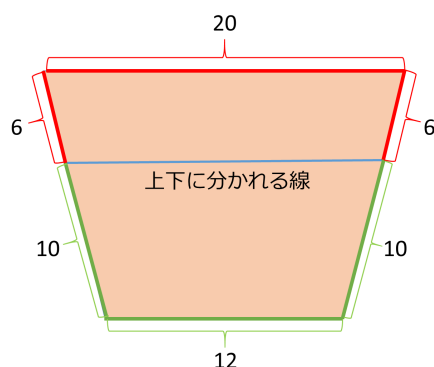


図 2.10: 上下に分かれる線の設定

y 軸方向から見た図に注目し，まず上半分の展開図を赤で示し，作製する．点 A と点 B は最上面の正 12 角形の頂点である．点 C と点 D は上下に分かれる線で描かれた正 12 角形の頂点である．点 C を通り x 軸に平行な線と点 D を通り x 軸に平行な線をそれぞれ描き， $x = -16$ の線の交点を点 C' および点 D' とした．四角形 ABD'C' が上半分の側面部になる (図 2.11)．

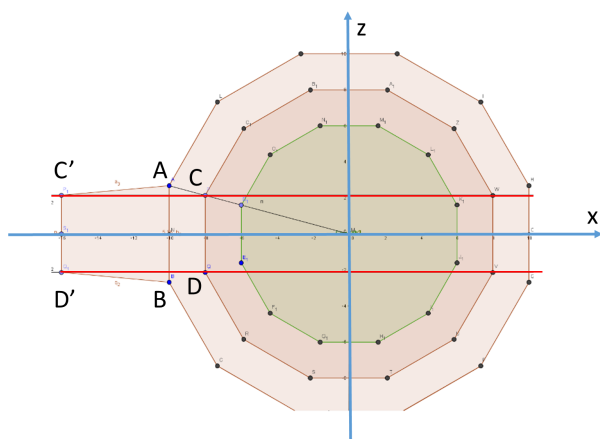


図 2.11: 側面部の作図

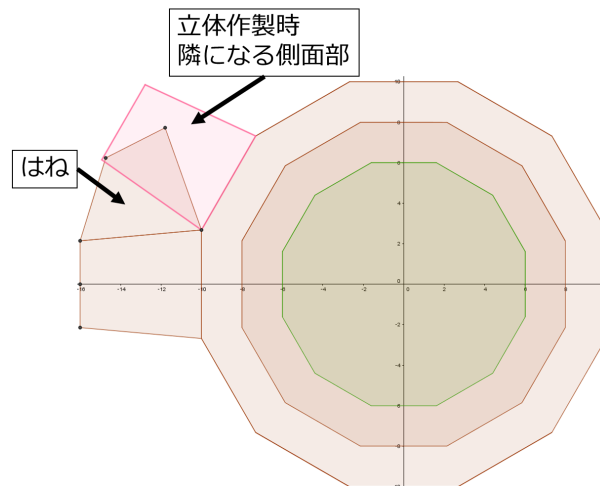


図 2.12: はねの作図

そして，側面部に“はね”をつける（図2.12）．はねの形に関する考察は後の章で行う．ここでは，立体を形成するときに隣になる側面部に重なるように“はね”を設定している．

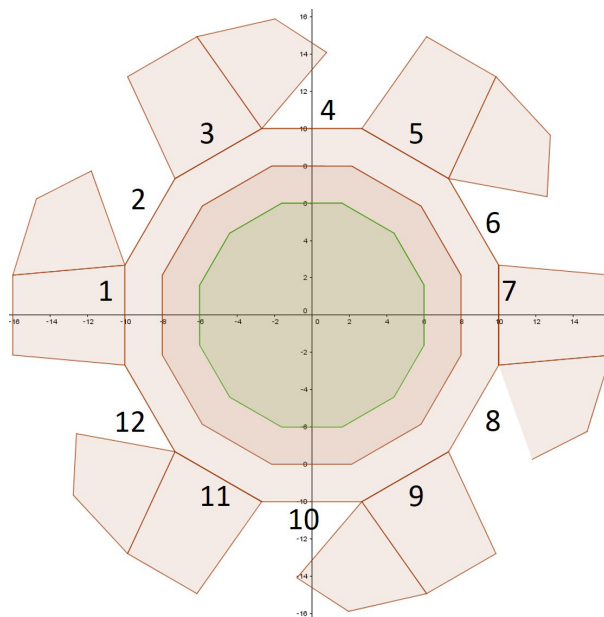


図 2.13: 上半分の展開図

この側面部と“はね”を，12角形の辺にひとつ飛ばしでつける（1, 3, 5, 7, 9, 11番につける）．以上で上半分の展開図が一枚が完成する（図2.13）．同じ展開図をもう一枚作製し，2, 4, 6, 8, 10, 12番に側面部がでるように重ねる．重ねたときに，“はね”をすべて下にしまうように入れる．

これから，下半分の展開図を緑で示し，作製する．

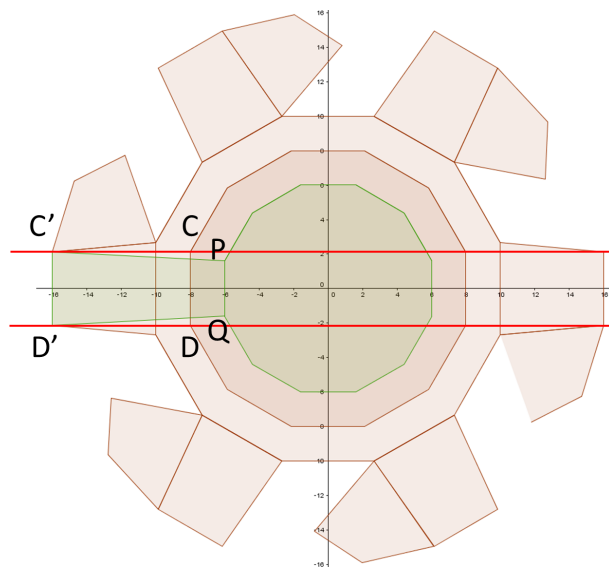


図 2.14: 下半分の側面部

下半分の側面部を図 2.14 の四角形 $C'D'QP$ に示す．点 P ， Q は最底面の正 12 角形の頂点である．点 C ， D ， C' ， D' は 2.11 と同様に，上下に分かれる線が描く正 12 角形の頂点 C ， D と $x = -16$ の線の交点 C' ， D' である．

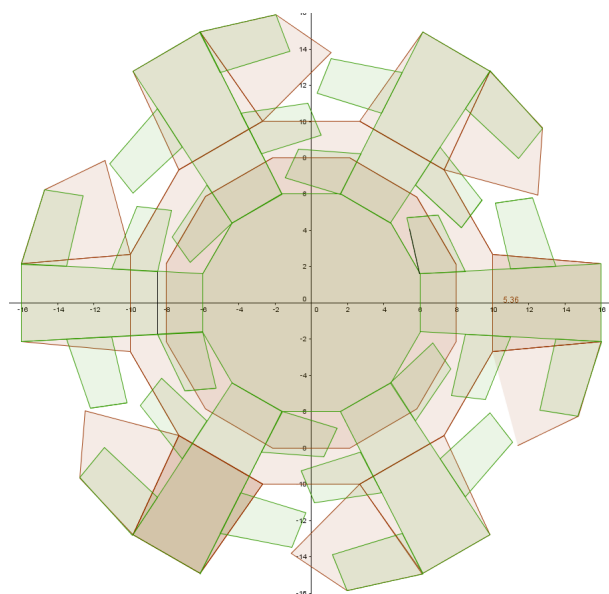


図 2.15: 下半分の完成

下半分の“はね”は側面部を 4 分割してそれぞれ互い違いに作製することにした (図 2.15)．この“はね”も，立体形成時に隣になる側面部に重なるように設定した．上半分と同様に，同じ展開図をもう一枚作製し，側面部がでるように重ね，“はね”をすべて下に入れる．

出来上がった展開図をまとめると図 2.16 のようになる．上半分の展開図である赤い展開図を 2 枚，下半分の展開図である緑の展開図を 2 枚で，目的の立体の展開図が完成する．

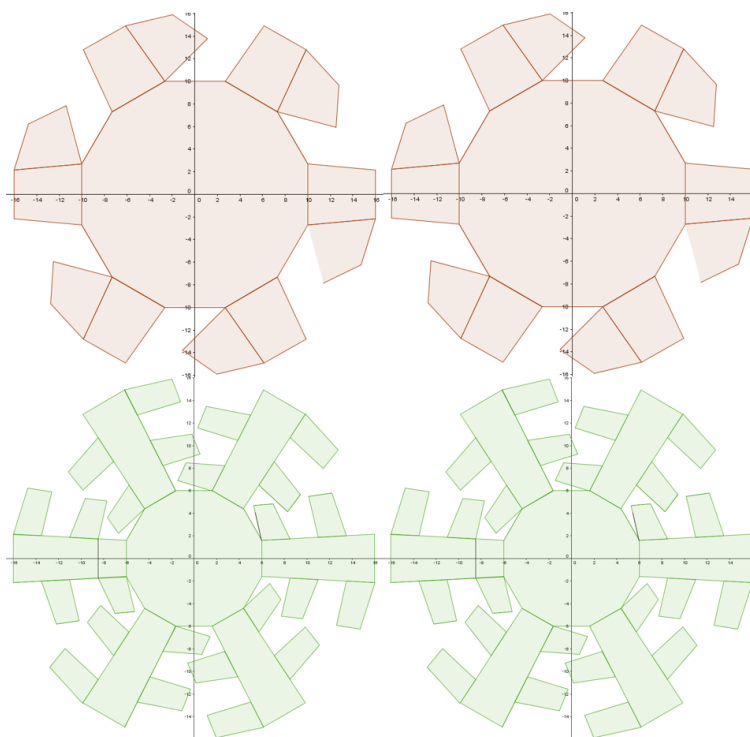


図 2.16: 展開図の完成

すべての展開図を切り抜き，2 枚の上半分の展開図を重ね合わせたものと，2 枚の下半分の展開図を重ね合わせたものを用意し，上下に分かれる線で，切り離されたそれぞれの辺を接着したのが，図 2.17 の平面モードである．最上面と最下面に釣り糸がついており，それを引くと，図 2.17 のように立体を形成し，離すと平面になる．

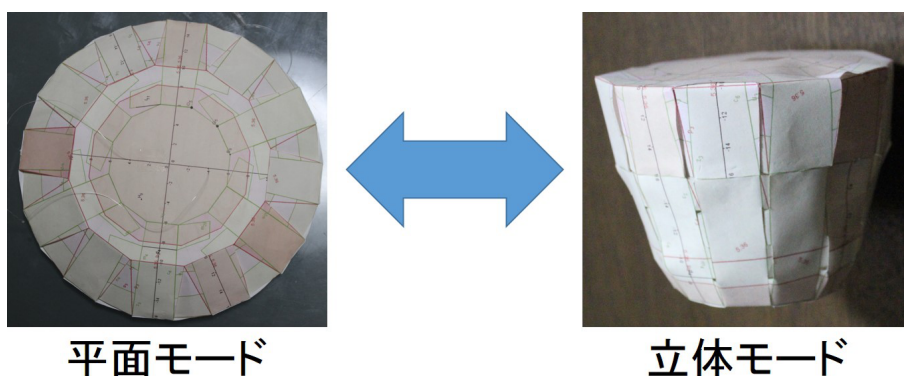


図 2.17: 完成した立体

4.2 球の展開図と組み立て方法

さらに、天体教育で用いた球の作製方法を図 2.18 に示す。4.1 と異なり目的となる立体が対称性のあるものであったり、明確な立体のイメージがしやすいものであれば、以下のような方法で作製したほうが簡単である。まず、目的の立体を上下に分割し、それぞれの展開図を考える (a)。隣り合う側面が分裂するようにさらに分割する (b)。つまり、半球が二つできることになる。さらに、隣り合う側面が分散するように分割し (c)、各側面部に左右交互になるように“はね”を取り付ける (d)。最後に、底面部を重ね合わせて半球を再合成し、半球同士を接合して球を構成する。この際、“はね”は立体の内側に入るようにかみ合わせる (e)。

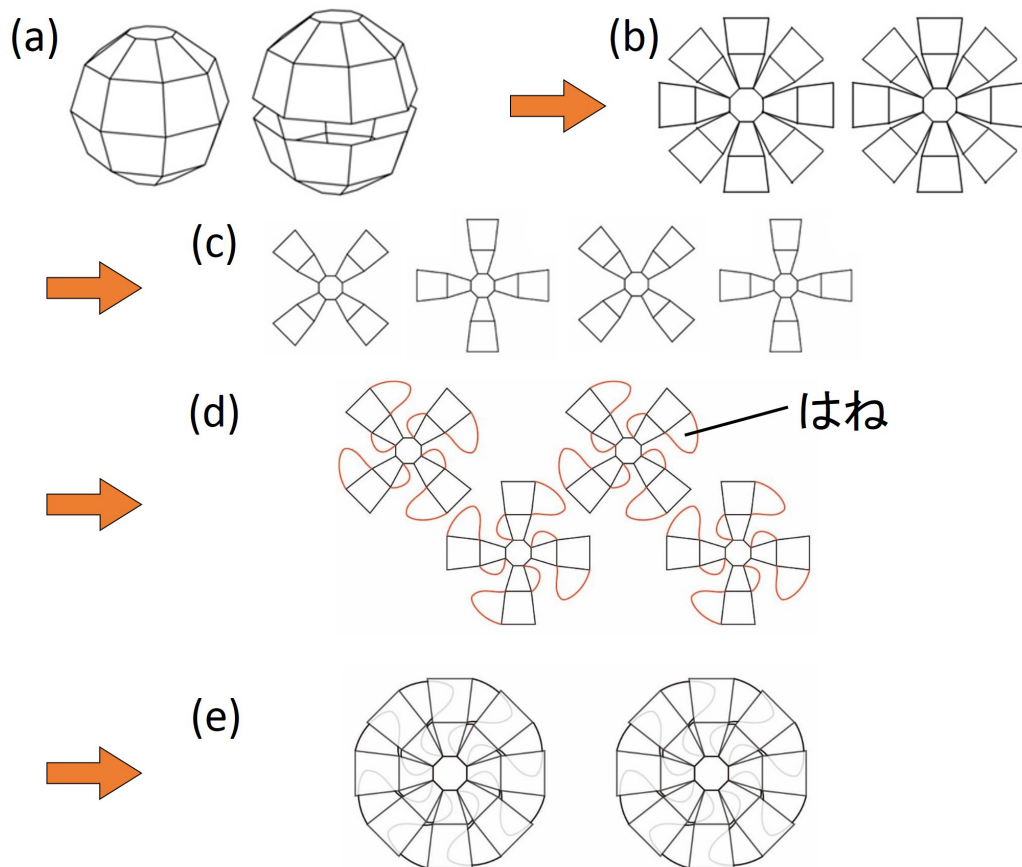


図 2.18: 球の展開図

図 2.19 に作製した球を示す．上下に付けた持ち手を引くことによって，目的としていた立体を再構築することができ，押せばシート状になる．

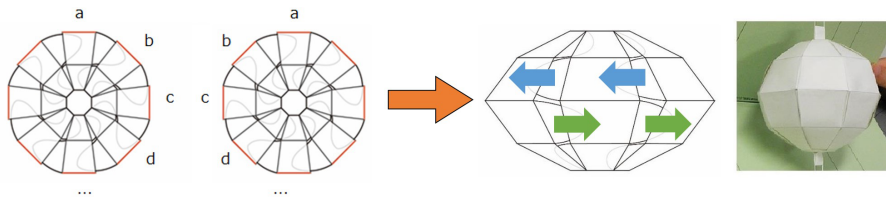


図 2.19: 作製した球

第3章 月相教育への応用

1 節 月相教育

月の満ち欠けに関する基本的な問題として、図 3.1 を用いて、「図の A の位置にある月は地球からどのように見えるか. ア～エから選びなさい.」という問題がある. この問題は、初見ではつまづくことが多いが、定期試験時には多数の生徒が正解できる.

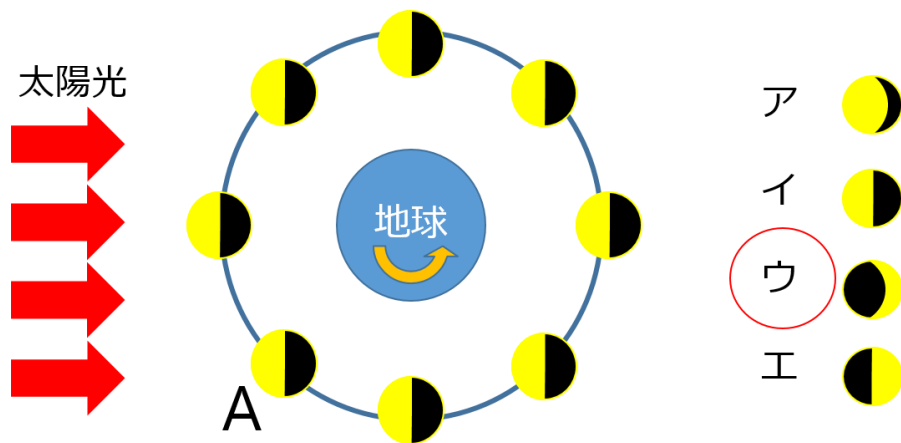


図 3.1: 月の満ち欠けに関する問題

上記を応用した問題として、図 3.2 「図の A の月の位置からみた地球はどのようにみえるか. ア～エから選びなさい.」という問題がある. この問題は、月の満ち欠けの考え方をういれば解けるが、多くの生徒が間違える.

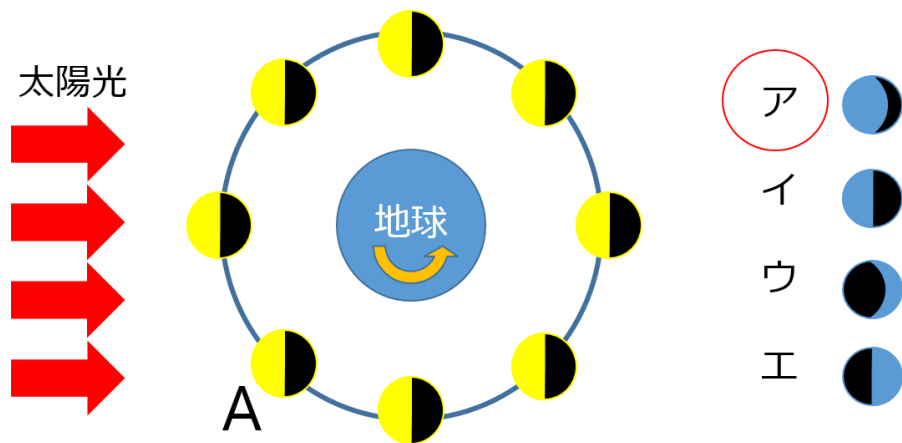


図 3.2: 地球の満ち欠けに関する問題

また，図 3.3 の B の位置にある月は，満月なのか，月食なのか，という疑問がよく聞かれる．図を 2 次元的に考えると，常に地球が太陽の光を遮っていて，毎回，月食が起こるような図に見える．

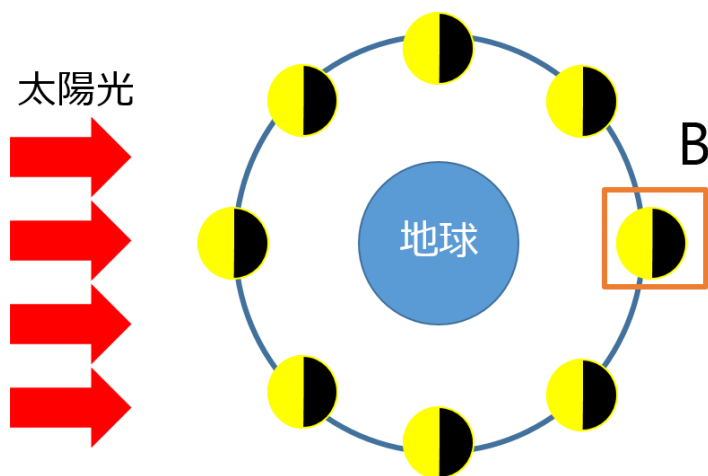


図 3.3: 満月か，月食か．

これを解決する手段として，現状では，2通りの提示方法で教示を行っている．それを，図 3.4，図 3.5 に示す．

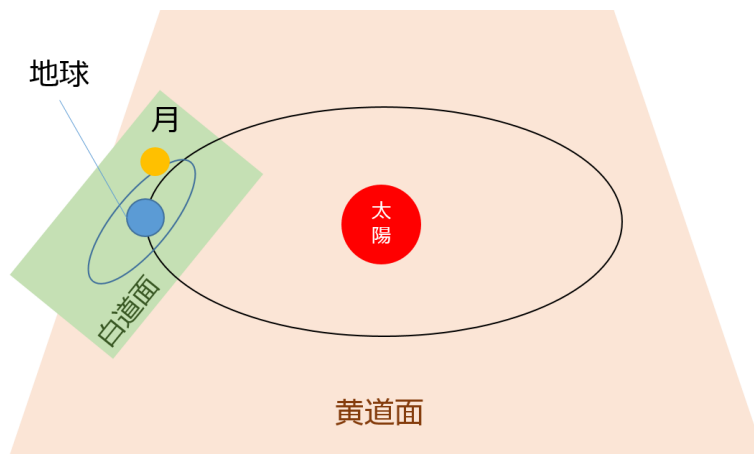


図 3.4: 全体図

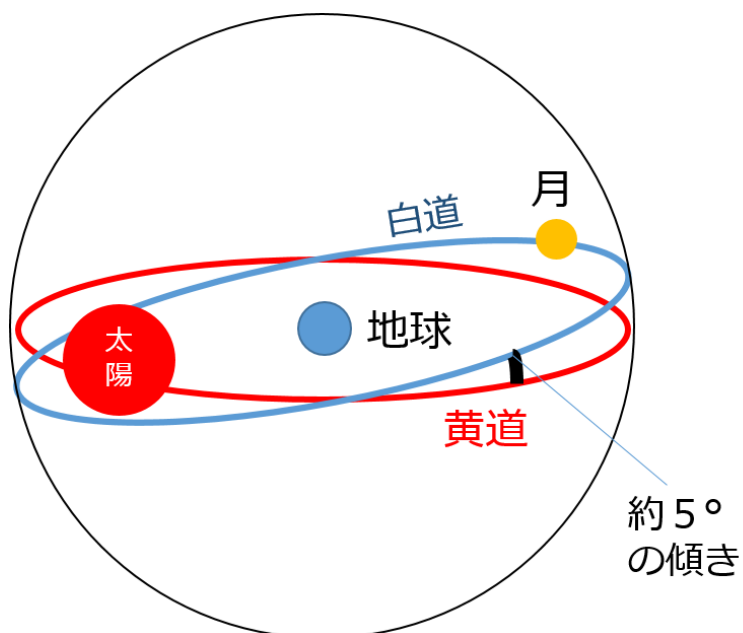


図 3.5: 天球儀

図 3.4 で全体像を把握させ、地球の公転軌道面である黄道面と、月の公転軌道面である白道面との角度が約5度傾いていることと、図 3.5 で、天球儀の図を用いて、黄道と白道が約5度傾いていることを示す。それにより、全体的に天体の位置関係を把握する視点と、地球を中心とした天体の位置関係を把握する視点を持ち、両方の視点から相対的に天体の位置関係の理解を進めている。天球儀の立体模型を用いて、説明を進めても、平面図との関係を理解し、3次元的な位置関係を平面に落とし込むことを求められるので、生徒個人の能力に頼らざるを得ないところがある。

そこで、地球と月を作製し、正確な理解が難しい月の動きと見え方についての学習を補助する教材の開発を行った。図 3.6 の (a) は、教科書等で見られる解説図である。開発した教材を平面モードで図 3.6 の (b) のように置き、光の当たらない部分には黒の半円紙を置いたり、影になる部分は黒く塗ることで、教科書の解説図を再現することができる。開発した教材では、図 3.6 の (c) のように、3 次元空間における位置関係を示すことができる。図では実際に太陽光を当てたときの様子を示している。満ち欠けをしている月の様子や、公転軸の傾きを調節することで月食や日食も確認できる。また、ボール等と異なり、月の模様が印刷されているため、月はいつも同じ面を地球に見せていることなどを合わせて教えることも可能である。

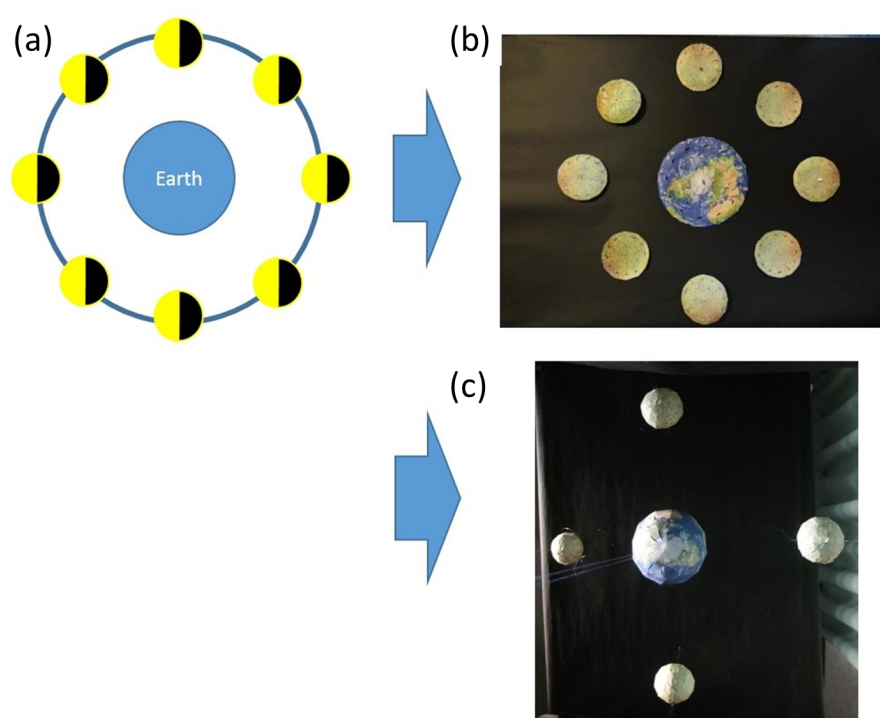


図 3.6: 月の満ち欠け

また、本教材は平面になるので、月を平面モードに戻すことで、月の視点での観察や、地球を平面モードに戻すことで、地球の視点での観察ができるなど、相対的な把握を行いやすい。

2 節 アンケート結果

まず、教材を開発する前段階として、高校 1 年生を対象に、中学校理科の天文分野に関するアンケートを行った。天文分野に関して、得意とする生徒と、苦手とする生徒は同程

度の割合であった。得意とする生徒のコメントとしては、「星がきれいで教科書を良く見
ていた」や「宇宙について興味があったから」など、生徒の高い興味・関心があることが
伺えた。苦手とする生徒のコメントとして、「方角がわからなくなる」や、「大きすぎてイ
メージがわかなくなる」などがあった。中学校理科で生徒が面白いと感じている分野は、
人体や動物など身近な題材がテーマであることや点数が取れる分野であった。難しいと感
じる分野は、化学記号など覚える量が多い分野、計算を行わなければならない分野、力や
エネルギーなど概念的な理解が求められる分野であった。よって、教材として、適切であ
るものは、教材を通して、身近に感じることができ、イメージが把握しやすくなるような
体験的な学習ができる教材であると考えた。

中学校の協力を得て、本教材を作製する体験型学習の授業を行った。対象は中学3年生
で、42名が参加した(図3.7)。



図 3.7: 体験の様子

4人1組で、展開図から地球を作製するという課題に取り組んでもらい、アンケート調
査を実施した。評価項目は以下の3点(A, B, C)と自由記載である。

- A. 本教材を通して天体を楽しめた、親しみを感じることができた。
- B. 月の満ち欠けについて理解が深まった。
- C. ペーパークラフトを作製するのは難しかった。

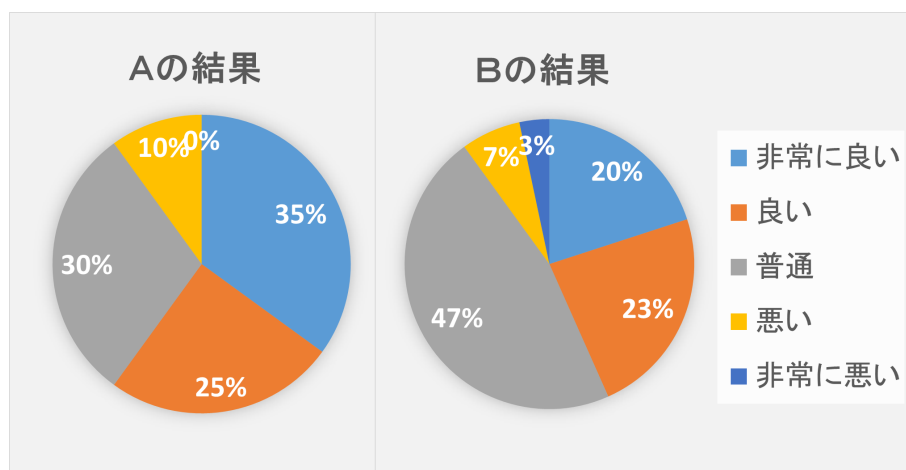


図 3.8: 項目 A 及び B のアンケート結果

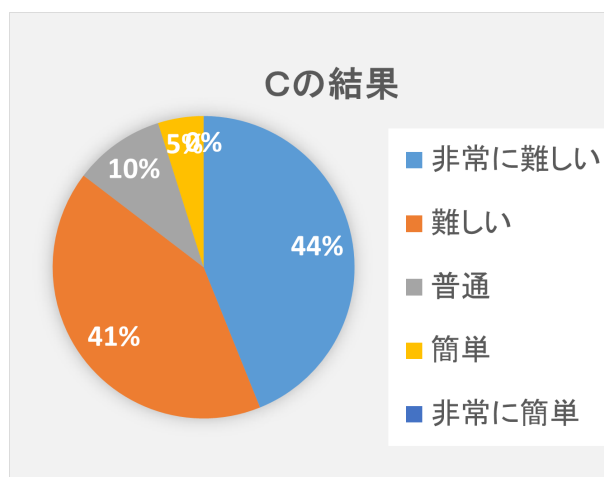


図 3.9: C のアンケート結果

項目 A の結果から、半数以上が本教材を楽しみ、天体に関して親しみを感じていることが読み取れる。自由記載からも、完成したときの達成感や満足感が読み取れ、天体に苦手意識を持つ生徒にも十分な教育効果があったと考えられる。項目 B に関しては、「普通」が 47 % で半分程度を占めたが、「非常に良い」「良い」が 43 % で、「悪い」「非常に悪い」は 10 % であり、ネガティブな印象を与えることはなかったものと推測される。項目 C の結果から 85 % が「難しい」「非常に難しかった」と答えている。難しかった点は、デザイン通りに切ること、北半球と南半球を正しく接着するなどの作製上の点である。最近では、教材を手作りして実験を行う機会が減っており、そういう状況の中では、ある程度予想されていた結果である。教材を作りながら学習する機会を増やし、課題の発見を促進させるようなアクティブ・ラーニング型授業の教材としても注目できるものと期待される。ただ

し，地球の模型を作るのに要した時間は 50 分程度であり，作製手法の容易さは，今後の課題の一つと考えられる．

自由記載では，平面で見えていたものと異なり，月の仰角について考えられたという意見があった．緯度によっては三日月が縦に沈むものと横に沈むものがあるなどのきっかけになったという考察が得られた (図 3.10)．

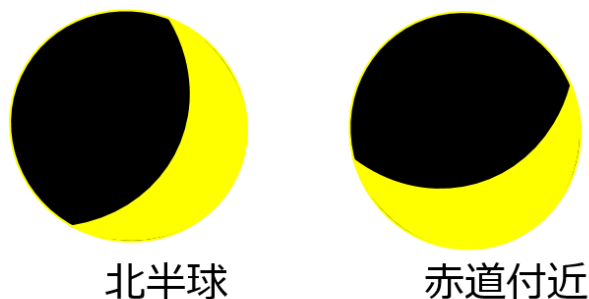


図 3.10: 月の傾き方

アンケート項目全般で，否定的な回答は 10～15 % と少なく，教材として有望であることが示唆された．

3 節 “はね” の付け方

多くの中学生がペーパークラフトを作製することを難しいと感じていた．特に，“はね”の形状は，曲率が大きく手首を回しながら切らなければならない (図 3.11)．よって，“はね”の形状を直線的な形にし，簡易に作製できる“はね”の最適解を探る．

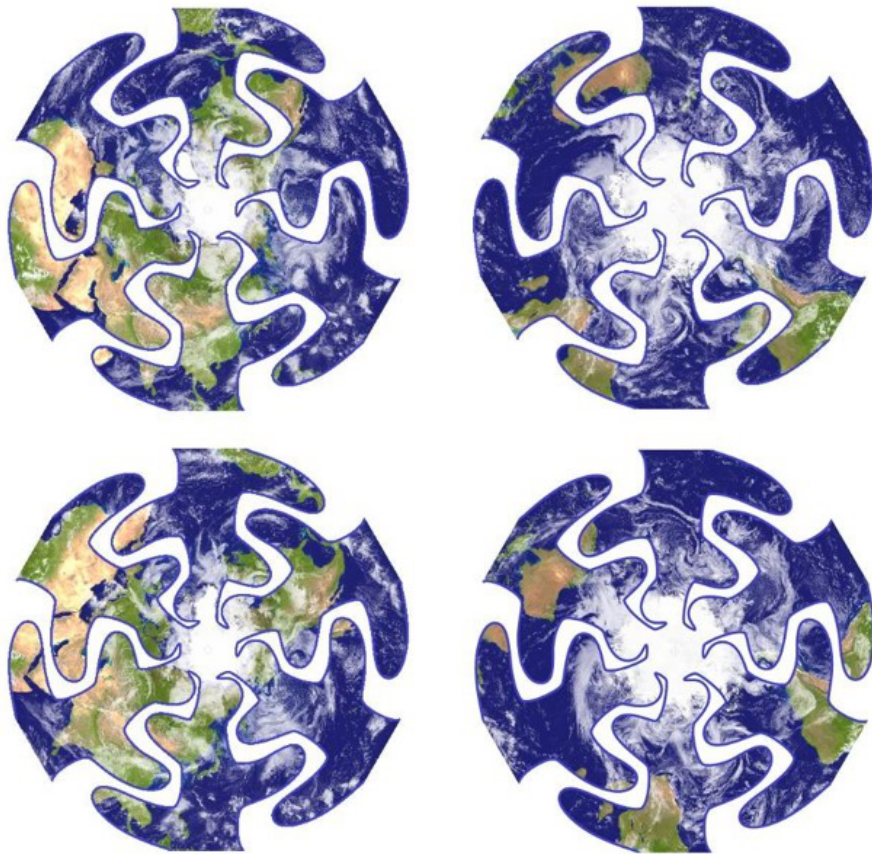


図 3.11: 使用した地球儀の展開図

簡易展開図:上下非対称の多面体

4.1 節で触れた“はね”の形状について説明する．図 3.12 より，立体を形成する際に上面と側面部の角度が約 75.5 度とわかる．よって，図 3.13 の“はね”を作る辺 AB と側面部の角度は， 75.5 度以下でなければ，上面に“はね”が折れ曲がる形で触れてしまう．辺 AB の長さは，線分 AA' の長さより長いと，“はね”が隣の側面部に収まらないので，点 A を中心とした，線分 AA' の長さの円を描き，側面部から 75.5 度の線とぶつかった点を B としている．

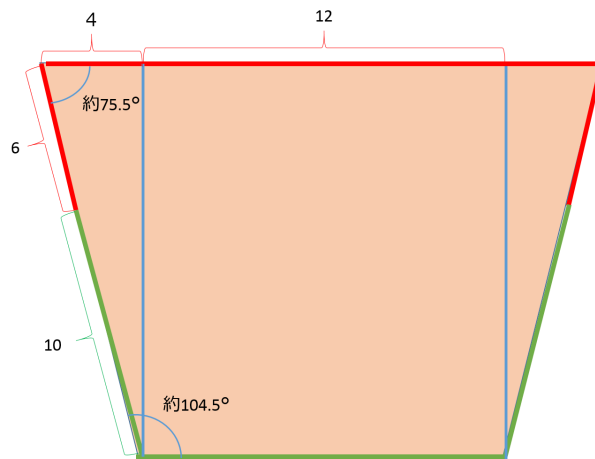


図 3.12: 完成図を横から見たイメージ

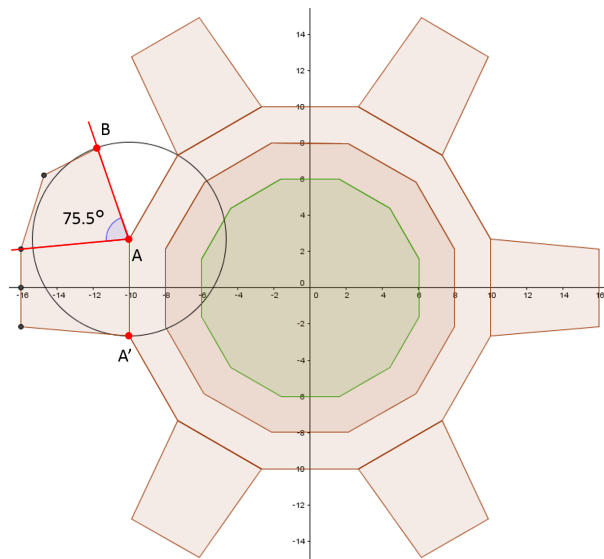


図 3.13: 上半分の“はね”の辺 AB について

“はね”と側面部の角度や辺 AB を小さくすると，組み立て時に“はね”が側面部にあたる面積が減るので，立体を形成する際に端点を引っ張る力に耐えることができなくなり，内部にしまってある“はね”が外に出て，立体の形成ができない．

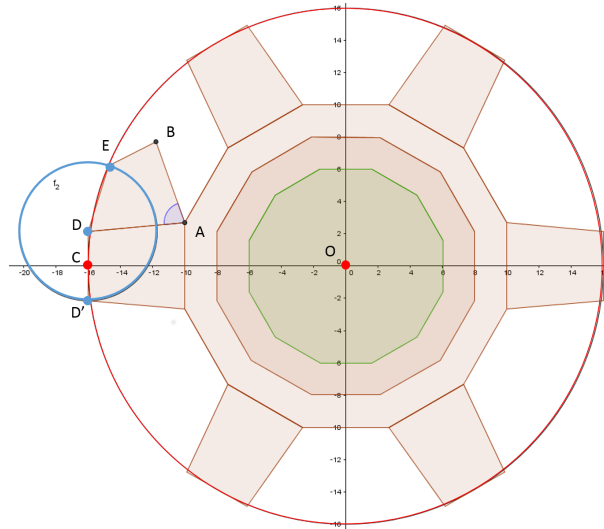


図 3.14: 上半分の“はね”の辺 DE について

次に，上半分の“はね”の辺 DE について，図 3.13 の 75.5° の線と平行で，図 3.14 の線分 DD' と同じ長さであれば，隣の側面部と同じ形になり，強度が上がるが，上半分と下半分の展開図を接着する際に，“はね”を内側にしまうことができなくなる．よって，点 O を中心とした，線分 OC の長さの内接円をとることにした．さらに， D 点を中心とした，線分 DD' の長さの円との交点を E とした．この四角形 $ABED$ を上半分の“はね”とする．

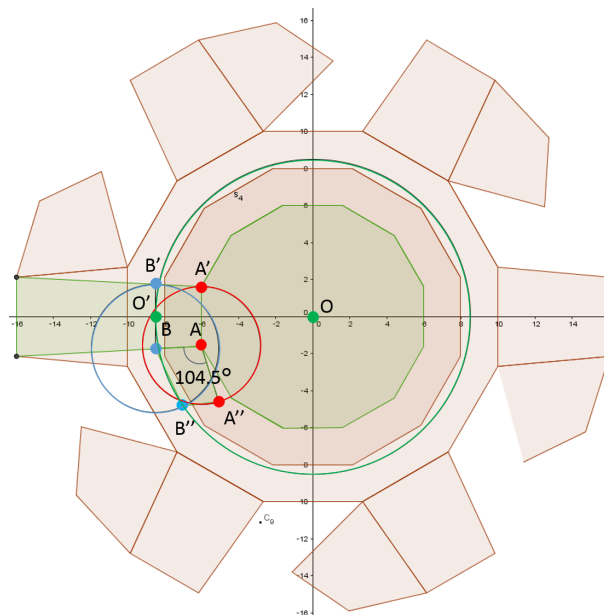


図 3.15: 下半分の“はね”の一部

下半分の“はね”も同様に考えて，図 3.15 のように，今度は，辺 AA'' が側面部から 104.5°

度の線と、Aを中心とした長さAA'の円との交点をA''とする。下面の中心Oから、側面部の4分の1の長さO'までの長さOO'の円と、Bを中心とした長さBB'の円との交点をB''とする。この四角形ABB''A''が下半分の“はね”の一部になる。同様にして、他の4分の1に分割した部分に“はね”をつけ、下面の12角形にひとつ飛ばしで側面部をつければ完成である(図3.16)。

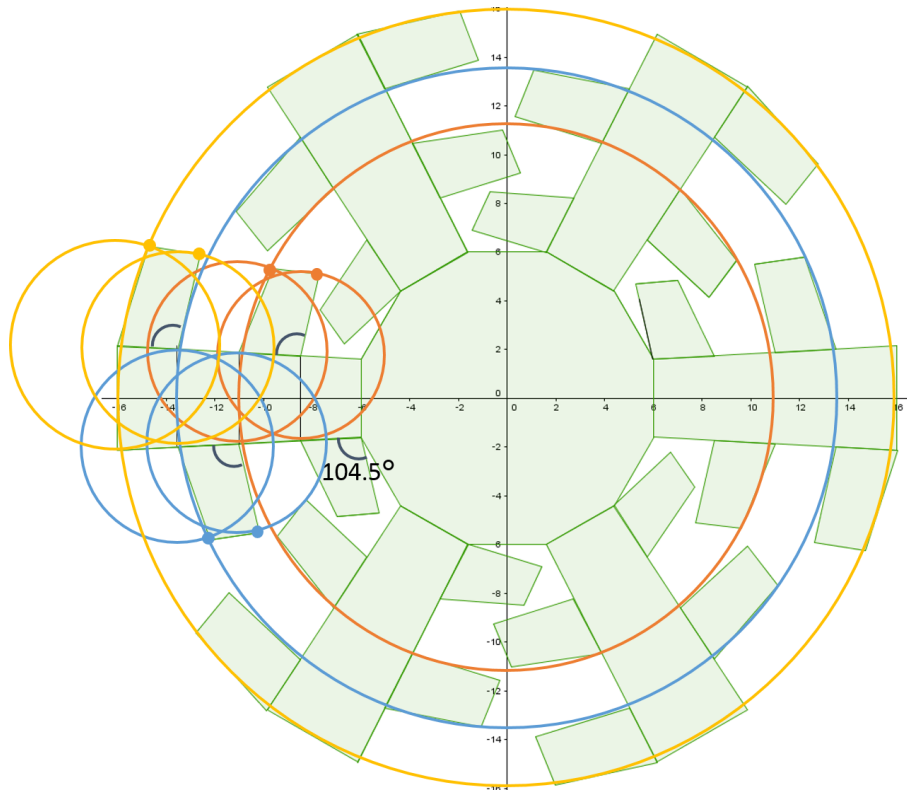


図 3.16: 下半分の展開図

簡易展開図:球

上節と同様に，球の“はね”の形状を考える．

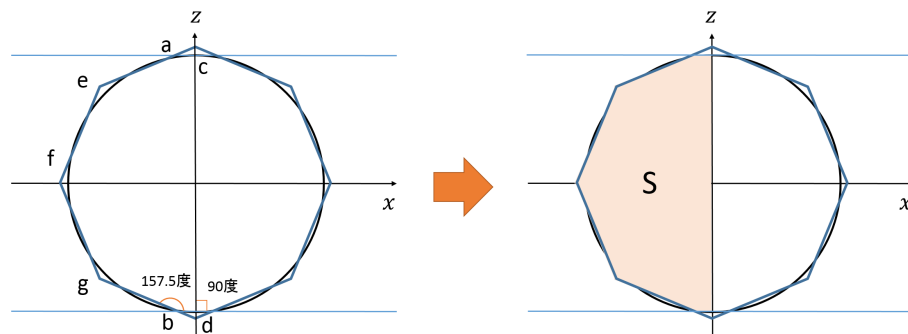


図 3.17: 球の近似

球の断面を正 8 角形で近似した状態が，図 3.17 の左である．端点にあたる最上部と最下部は z 軸に対して 90 度にしたいので， x 軸に平行な線を上下に引き，端点を作製する．正 8 角形と平行な線の交点をそれぞれ a ， b として，平行な線と z 軸との交点を c ， d とする．正 8 角形の頂点を e ， f ， g とする．7 角形 $aefgbdc$ （平面 S ）の回転体を目的の立体とする（図 3.17 の右）．

また，辺 bd が作る面（底面）と辺 bg が作る面（側面部）の角度 157.5 度であるとわかる．

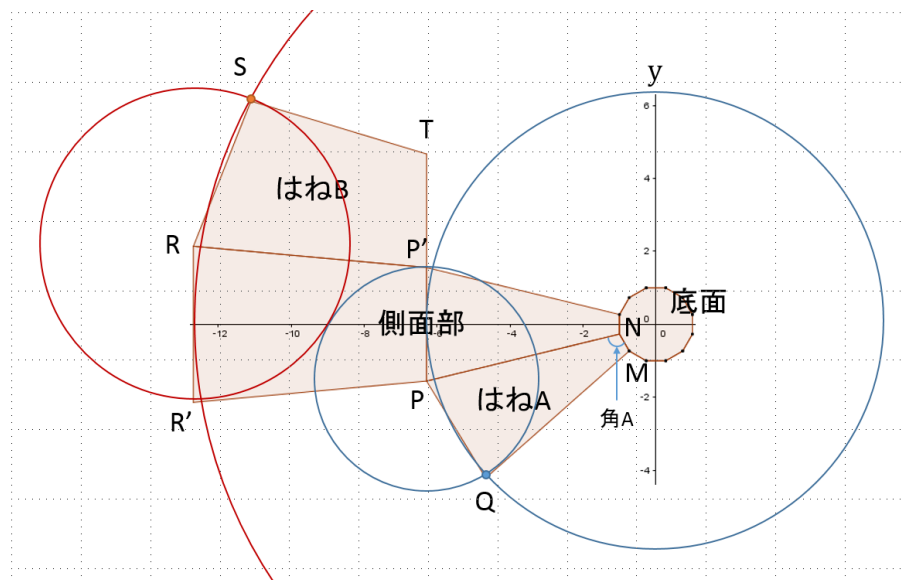


図 3.18: 球の“はね”と側面部

側面部から底面に“はね A”を作製するときに、角 A が最大の 157.5 度を取ることが望ましいが、“はね A”と底面が重なるため取ることができない。“はね A”の辺 NM に関しては、角度を最大に取るために、作製する際に切り込みを入れて、底面の一辺と同じ長さにした。“はね A”の辺 PQ は、図 3.14 と同様に、内接円と点 P を中心とした線分 PP' の長さの円の交点 Q と点 P を結んだ線分である。“はね B”の辺 P'T は y 軸と平行であれば、隣り合う“はね”とぶつかることがない。“はね B”の辺 RS は内接円と点 R を中心とした線分 RR' の長さの円の交点 S と点 R を結んだ線分である。以上の側面部を用いて作製した地球儀の展開図が図 3.19 である。実際に作製を行い立体モードにしたものが図 3.20 である。

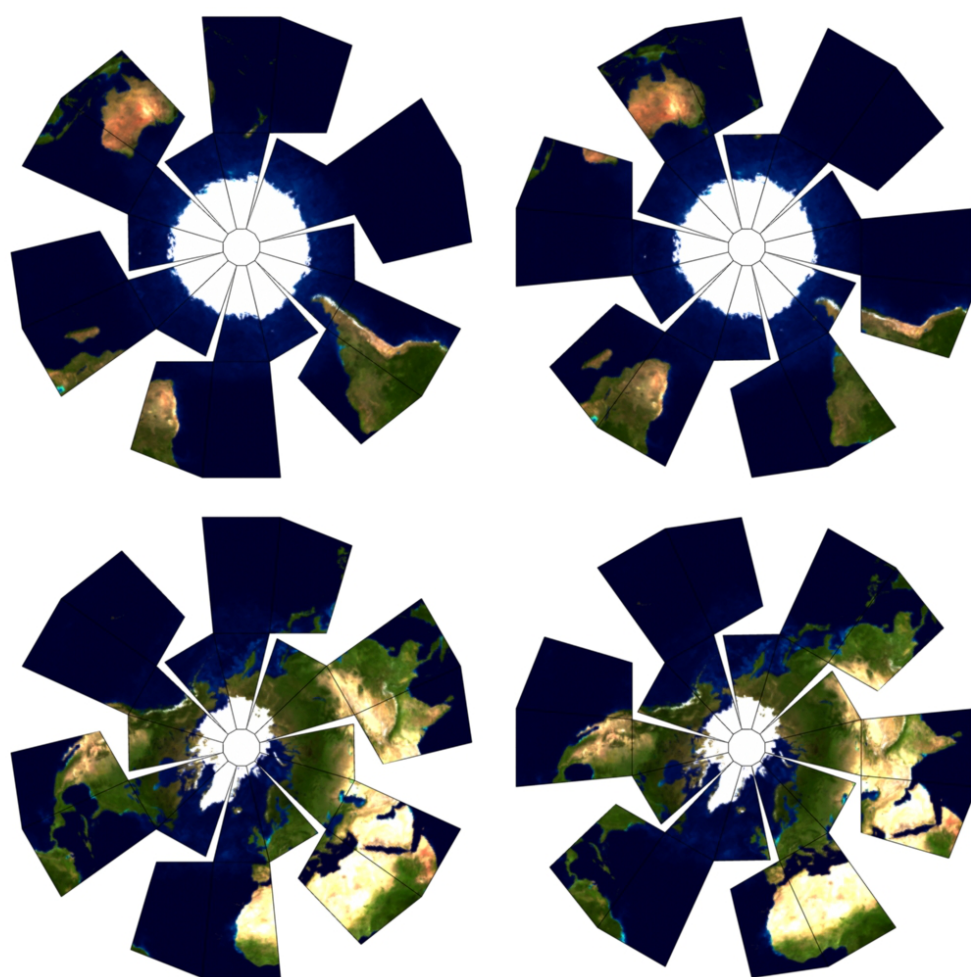


図 3.19: 簡易地球儀の展開図



図 3.20: 簡易地球儀の立体モード

簡易地球儀では、正8角形で近似しているため側面部を2段に分ける．よって、これまで1枚の側面部に対して、4枚の“はね”だったものが、2枚の“はね”ですみ、直線的な形状なので、より短時間で簡単に作製できると期待できる．また、展開図を切り抜く際に、切り方がぎざぎざしていると、平面モードから立体モードに変化する際に、その箇所では“はね”がひっかかり、必要以上に端点を引っ張る力が必要になる．そのため、“はね”が折れ曲がってしまったり、立体の形成がうまくいかない．曲線を滑らかに切ることが難しい生徒が多いことが明らかになったので、直線的な形状の方が切りやすく、多くの生徒にとって扱いやすくなる．今回、中学生4人1班で50分程度かかって作製した地球儀は、私が一人で行った場合、90分程度で完成できる．簡易地球儀では、私一人で60分程度で完成させることができるので、中学生4人1班で、30分程度で完成できると予想できる．簡易的な分、立体を形成した時に球体には遠ざかるが、側面部の段数を増やし、同様の手順で、直線的な形状の“はね”を作製すればより近似的な球体を形成することができる．教育効果を期待できる平面から立体に変化させる性質を活かすために、学習状況や進度を考慮に入れて、作製難易度を変化させることも可能である．

第4章 ホログラフィ

ホログラフィとは、1948年にデニス・ガボールによって発明された光の干渉と回折を応用し、光を干渉縞として記録し、再生する技術である [7]。この記録した干渉縞をホログラムと呼ぶ。ホログラムには光の振幅と位相の両方が記録されているので、ホログラフィを用いて再生された光は3次元的な像を映し出すことが可能である。

当初のホログラフィは写真乾板を用いてホログラムを記録していたが、電子デバイスの発達により CCD や CMOS センサなどの撮像素子を利用してホログラムを記録するようになった。これによって、計算機を用いて光の伝搬をシミュレートし、3次元情報を再生することが可能になった。これは、デジタルホログラフィと呼ばれている [20–22]。しかし、CCD の空間帯域幅は広くない。そのため、デジタルホログラフィでは、空間帯域幅を抑制できるインライン型デジタルホログラフィが広く用いられている。

1 節 ホログラムへの記録と再生

図 4.1 はホログラム記録時の概略図である。ホログラフィでは、物体からの反射光（物体光）と光源からの光（参照光）との干渉縞を記録媒体に記録する必要がある。物体光とは、ビームスプリッタを透過した光を物体に照射し、物体から反射した光である。参照光とは、ビームスプリッタを反射した光をホログラム面に照射させた光である。物体光を U_O 、参照光を U_R として、以下の式で記述する。

$$U_O(x, y) = |U_O(x, y)| \exp[j\phi(x, y)] \quad (4.1)$$

$$U_R(x, y) = |U_R(x, y)| \exp[j\psi(x, y)] \quad (4.2)$$

これらを用いて、ホログラム面での強度 I は以下の式である。

$$\begin{aligned} I &= |U_O(x, y) + U_R(x, y)|^2 \\ &= |U_O(x, y)|^2 + |U_R(x, y)|^2 + U_R^* U_O + U_R U_O^* \end{aligned} \quad (4.3)$$

記録される強度は、感光材料の種類や記録方法によって変化するので、ホログラムの振幅透過率 t_A は

$$t_A(x, y) = t_b + \beta' (|U_O|^2 + |U_R(x, y)|^2 + U_R^* U_O + U_R U_O^*) \quad (4.4)$$

となる．ここで t_b や、 β' は感光材料の種類や記録方法で決定される定数である．

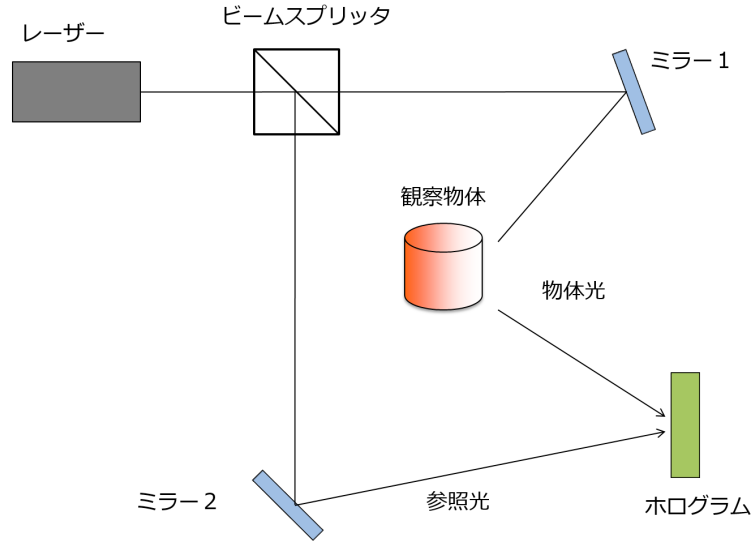


図 4.1: ホログラムへの記録

次に，図 4.2 はホログラム再生時の概略図である．ホログラムから物体光を取り出し，3次元的な像を映し出すためには，記録に用いた参照光 $U_R(x, y)$ をホログラムに照射すればよい．再生される光は以下の式で記述できる．

$$\begin{aligned}
 U_R(x, y)t_A(x, y) &= t_b U_R + \beta' U_R |U_O|^2 + \beta' |U_R(x, y)|^2 U_R + \beta' U_R U_R^* U_O + \beta' U_R U_R U_O^* \\
 &= U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

式 (4.5) の U_4 は，物体光 U_O に参照光が比例しているので，この光によって虚像として所望の像が映し出される．また， U_1, U_2, U_3 は U_O に比例してしないので，ホログラムを直進して透過した光である． U_5 は，物体光の共役光 U_O^* に比例しているので，虚像 (所望の像) からホログラムをはさんで，対称の位置に実像 (共役像) を結ぶ (図 4.2) ．

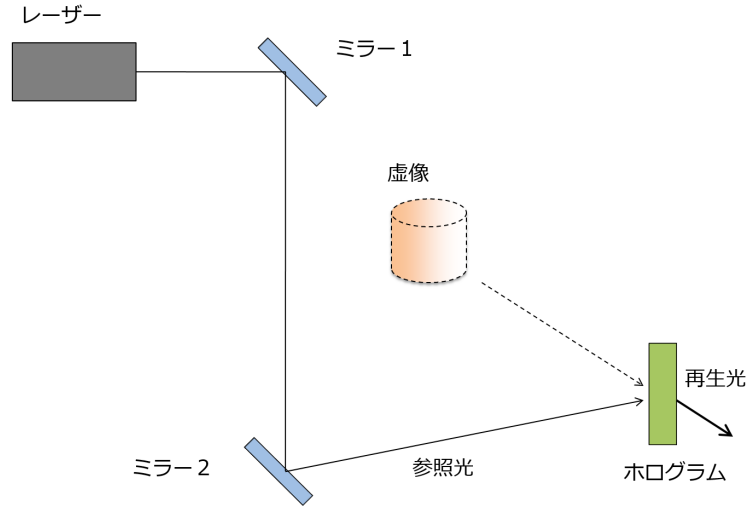


図 4.2: ホログラムからの再生

1.1 インライン型ホログラム（ガボールホログラム）

図 4.3 のインライン型ホログラムでは，レーザ，物体，ホログラムが直線上になる．そのため，物体光は物体がレーザ光線にあたったときに生じる散乱した光（散乱光）を用い，参照光は，観察する物体の透過率が極めて高いと仮定する．

観察する物体の振幅透過率 t を以下のように記述する．

$$t = t_0 + \Delta t \quad (4.6)$$

ここで， t_0 は透過率の平均値で大きな値である． Δt は平均値まわりでの変動値で小さな値である．

ホログラムの記録は，1 節と同じようにホログラム面での強度，振幅透過率は式 (4.4) で記述し，ホログラムの再生は，ホログラムに一様振幅 B の平面波を垂直に入射すると，再生光は，

$$\begin{aligned} B(x, y)t_A(x, y) &= t_b B + \beta' B |U_O|^2 + \beta' B |U_R|^2 + \beta' B U_R^* U_O + \beta' B U_R U_O^* \\ &= B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5 \end{aligned} \quad (4.7)$$

となる．

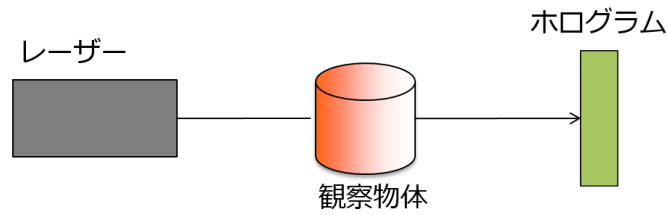


図 4.3: ホログラムへの記録 (インライン型)

B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 はそれぞれ, U_1, U_2, U_3, U_4, U_5 と同じ意味であるので, 同様に, 物体の像が2つ再生される. 図 4.4 のように虚像と実像が再生されるので, 観察する際に像が2重にかぶってしまう. これを2重像問題と呼ぶ. かつ, 再生光, ホログラム, 観察位置が直線上に並ぶため, 透過光が再生像を阻害する.

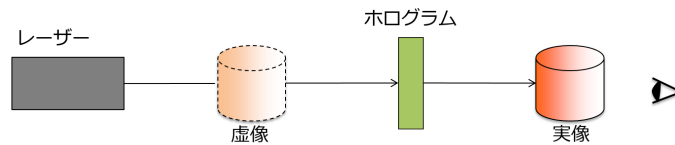


図 4.4: ホログラムからの再生 (インライン型)

この2重像問題を解決するため, リース・ウパトニックスホログラムがある [8,9].

1.2 リース・ウパトニックスホログラム

リース・ウパトニックスホログラムの参照光は, 物体, ホログラムに平行でなく, 斜めの角度 θ を持つことによって2重像問題を解決している (図 4.5). そして, 記録した時に用いた参照光と別の参照光を用いることによって, 虚像と実像が重ならず再生できる (図 4.6).

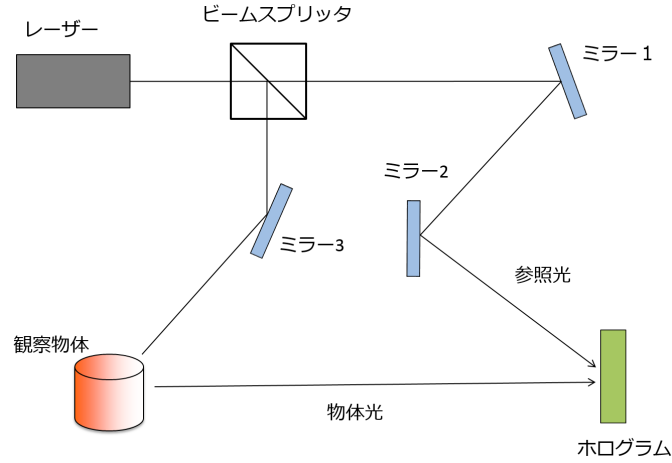


図 4.5: ホログラムへの記録 (リース・ウパトニックス)

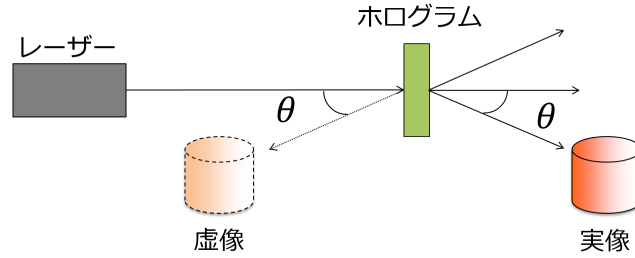


図 4.6: ホログラムからの再生 (リース・ウパトニックス)

図 4.3 のように参照光を，ホログラムの垂線に対して θ の角度を持たせて入射させると，ホログラム面での複素振幅 U は，

$$U(x, y) = U_R \exp(-j2\pi\alpha y) + U_O, \quad (4.8)$$

となる．ここで U_R は参照光の振幅， $\alpha = \sin 2\theta / \lambda$ である． α は空間周波数と呼ばれる．ホログラム面での強度は，

$$I(x, y) = |U_R(x, y)|^2 + |U_O(x, y)|^2 + U_R^* U_O \exp(j2\pi\alpha y) + U_R U_O^* \exp(-j2\pi\alpha y) \quad (4.9)$$

となる．

ホログラムの振幅透過率は，

$$\begin{aligned} t_A(x, y) &= t_b + \beta' (|U_O(x, y)|^2 + U_R^* U_O \exp(j2\pi\alpha y) + U_R U_O^* \exp(-j2\pi\alpha y)) \\ &= t_b + \beta' |U_O(x, y)|^2 + \beta' U_R^* U_O \exp(j2\pi\alpha y) + \beta' U_R U_O^* \exp(-j2\pi\alpha y) \\ &= t_1 + t_2 + t_3 + t_4 \end{aligned} \quad (4.10)$$

となる．

ホログラムに一樣振幅 B の平面波を垂直に入射すると再生光は,

$$B(x, y)t_A(x, y) = t_b B + \beta' B |U_O(x, y)|^2 + \beta' B U_R^* U_O \exp(j2\pi\alpha y) + \beta' B U_R U_O^* \exp(-j2\pi\alpha y) \quad (4.11)$$

となる. 式 (4.5) と似た式ができ, 異なる点として, 第3項, 第4項がある. 第3項は物体光 U_O に比例する光 (虚像) で, 第4項は物体光の共役光 U_O^* に比例する光 (実像) を発生させる部分である. $\exp(j2\pi\alpha y)$ は虚像を光軸に対して角度 θ 傾けており, $\exp(-j2\pi\alpha y)$ は実像を光軸に対し角度 $-\theta$ 傾けている. そのため, 虚像と実像が空間的に分離されていることがわかる. これらの光を空間的に分離するために必要な空間周波数 α は, 物体が持つ最大の周波数成分を B とすると,

$$\alpha = 3B \quad (4.12)$$

となる. つまり, リース・ウパトニックスホログラムの記録材料は物体の持つ最大周波数の3倍以上の周波数成分を記録する性能が必要であり, デジタルホログラフィで用いられる CCD の帯域幅を超えてしまう.

2節 光波伝搬計算

デジタルホログラフィは, ホログラムから回折した光の伝搬をシミュレートすることで再生可能である. 光波伝搬の代表的なものとして, 角スペクトル法とフレネル回折計算の説明を行う [21].

2.1 角スペクトル法

角スペクトルとは, 波動の平面成分である空間周波数 (f_X, f_Y) の複素振幅をフーリエ変換したものである. $z = 0$ の複素光波場を $U(x, y, 0)$ で表すと, 角スペクトルの関数は以下のように表される.

$$A(f_X, f_Y, 0) = \iint U(x, y, 0) \exp\{-j2\pi(f_X x + f_Y y)\} dx dy \quad (4.13)$$

波数ベクトル $\vec{k}$ で伝播する平面波を考えると,

$$p(x, y, z) = \exp[j\vec{k} \cdot \vec{r}] \quad (4.14)$$

と表される. $\vec{r}$ は波の位置を示すベクトルで,

$$\vec{r} = x \frac{\vec{x}}{|x|} + y \frac{\vec{y}}{|y|} + z \frac{\vec{z}}{|z|} \quad (4.15)$$

で表される．3次元空間の $r = (x, y, z)$ という位置にある平面波について示したいときに用いる (図 4.7 左)．

$\vec{k}$ は波の方向を示す波数ベクトルで，

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha \frac{\vec{x}}{|x|} + \beta \frac{\vec{y}}{|y|} + \gamma \frac{\vec{z}}{|z|}) \quad (4.16)$$

で表される．大きさ $\frac{2\pi}{\lambda}$ で (α, β, γ) のという方向を目指して進む平面波について示したいときに用いる (図 4.7 右)．

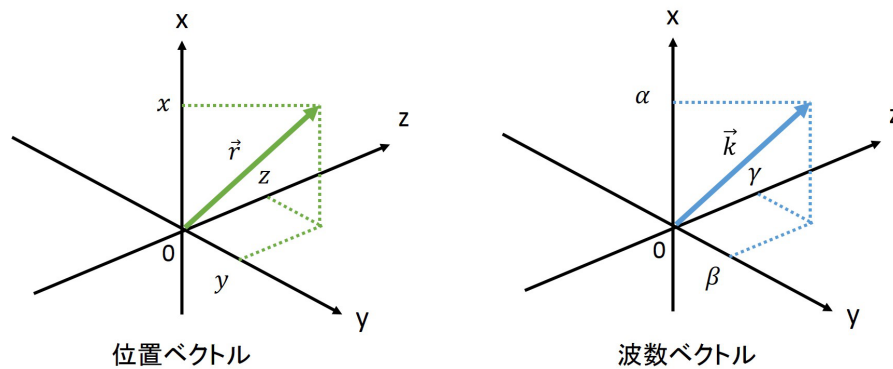


図 4.7: 位置ベクトルと波数ベクトル

波数ベクトルについて，さらに説明するため，図 4.8 に位置ベクトルと波数ベクトルの関係を 2 次元的に図示した．式 (4.14) に含まれる $\vec{k} \cdot \vec{r}$ は，波数ベクトルと位置ベクトルの内積で，平面波の位相である．図 4.8 左の状態から，図 4.8 右の状態のように位置ベクトルを波数ベクトルに直交するベクトル $\vec{a}$ で移動しても平面波であるため，位相が変化しない．よって， $\vec{k} \cdot \vec{r}$ と $\vec{k} \cdot \vec{r}'$ は同じ値になる． $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{a}$ と表せるので，波数ベクトルとの内積は，

$$\vec{k} \cdot (\vec{r} + \vec{a}) = \vec{k} \cdot \vec{r} + \vec{k} \cdot \vec{a} \quad (4.17)$$

で表せる．式 (4.17) が $\vec{k} \cdot \vec{r}$ と同じ値になるため， $\vec{k} \cdot \vec{a} = 0$ を満たす．この条件を満たす $\vec{k}$ が波の方向を示す波数ベクトルである．

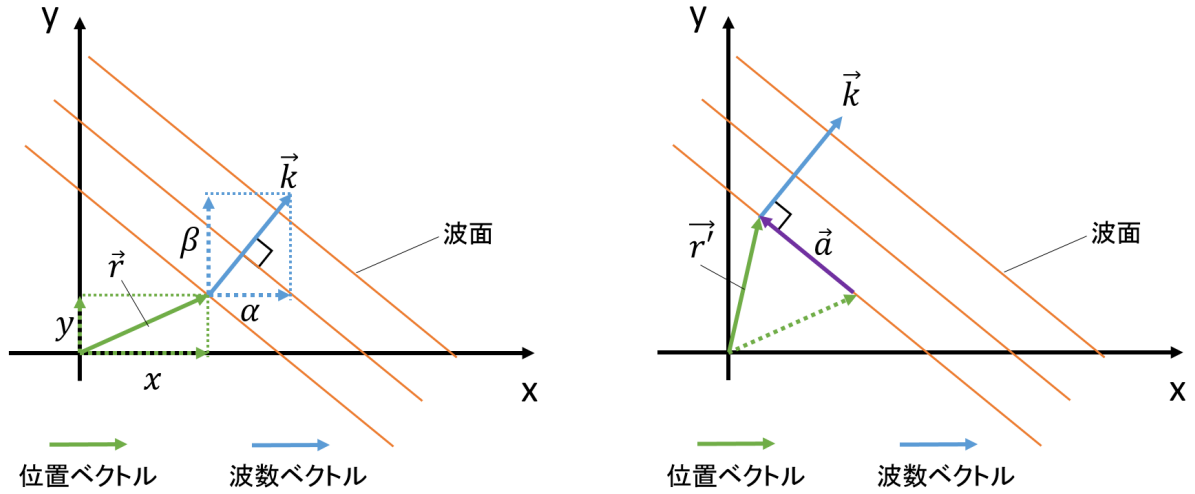


図 4.8: 波数ベクトルの説明

これらを式 (4.14) 代入して計算すると,

$$p(x, y, z) = \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha x + \beta y + \gamma z) \right\} \quad (4.18)$$

と表され, 今, $z = 0$ の時を考えているので,

$$p(x, y, 0) = \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha x + \beta y) \right\} \quad (4.19)$$

になる. これを, 式 (4.13) の x と y の係数と比較して, $f_x = \alpha/\lambda$, $f_y = \beta/\lambda$ で求められるので,

$$A \left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, 0 \right) = \iint U(x, y, 0) \exp \left\{ -j 2\pi \left(\frac{\alpha}{\lambda} x + \frac{\beta}{\lambda} y \right) \right\} dx dy \quad (4.20)$$

と表せる.

続けて, 角スペクトルの伝播を説明する. 図 4.9 のように, x - y 面が平行で, z 軸方向に z 離れた x - y 面での波動 $U(x, y, z)$ の角スペクトルは,

$$A \left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, z \right) = \iint U(x, y, z) \exp \left\{ -j 2\pi \left(\frac{\alpha}{\lambda} x + \frac{\beta}{\lambda} y \right) \right\} dx dy \quad (4.21)$$

で表される. この逆フーリエ変換は

$$U(x, y, z) = \iint A \left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, z \right) \exp \left\{ j 2\pi \left(\frac{\alpha}{\lambda} x + \frac{\beta}{\lambda} y \right) \right\} d\frac{\alpha}{\lambda} d\frac{\beta}{\lambda} \quad (4.22)$$

となる. これは, ヘルムホルツ方程式 $\nabla^2 U + k^2 U = 0$ を満たすので, 代入すれば, A の微分方程式

$$\frac{d^2}{dz^2} A \left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, z \right) + \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 (1 - \alpha^2 - \beta^2) A \left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, z \right) = 0 \quad (4.23)$$

が、得られ、この微分方程式の一般解は、

$$A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, z\right) = A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, 0\right) \exp\left(jz \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}\right) \quad (4.24)$$

と書ける． $\sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2} = \gamma$ であるので、 $\exp\left(jz \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}\right) = \exp(j\gamma k_z)$ と、 z 軸への平面波とわかる．よって、 $z = 0$ の角スペクトル $A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, 0\right)$ が、 z 軸方向を伝播している式であることを示している．

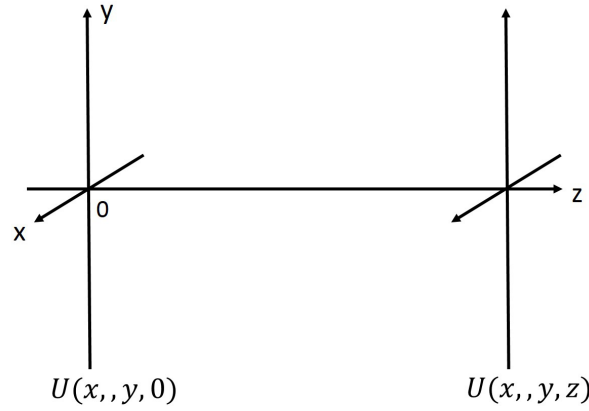


図 4.9: 角スペクトル座標

2.2 フレネル回折計算

角スペクトル法は、伝播距離が大きくなると誤差が大きいため近接する場合において用いられる．伝播距離が長い場合、フレネル回折計算が用いられる．フレネル回折計算は以下の式で記述することができる．

$$U(x, y, d) = \frac{\exp(jkd)}{j\lambda d} \iint U(\xi, \eta, 0) \exp\left\{j \frac{k}{2d} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\right\} d\xi d\eta \quad (4.25)$$

ここで、距離 d 伝播した先の座標が、 x, y である． ξ, η は伝搬元の座標を表している． j は虚数単位、 λ は波長、 $k(= 2\pi/\lambda)$ は波数である．式 (4.25) は畳み込みの形なのでフーリエ変換・逆変換の形で記述できる．

$$U(x, y, d) = \exp(jkd) IFT\{FT\{U(\xi, \eta, 0)\} FT\{\frac{1}{j\lambda d} \exp(j \frac{k}{2d} [\xi^2 + \eta^2])\}\} \quad (4.26)$$

ここで、 $FT\{*\}$ 、 $IFT\{*\}$ はそれぞれフーリエ変換、逆フーリエ変換を表している．式 (4.25)、(4.26) は連続の表現のため、計算機で計算を行うには不向きである．そのため、 ξ 方向、 η 方向のサンプリング間隔をそれぞれ $\Delta\xi$ 、 $\Delta\eta$ をとることで、離散の表現に書き換

えた．それぞれの離散した座標をサンプリングとし，その数を N とするとフレネル回折積分は，

$$U(m_1, n_1, d) = \exp(jkd) IFT\{FT\{U(m_2, n_2)\} FT\{\frac{1}{j\lambda d} \exp(j\frac{k}{2d}[(\Delta\xi m)^2 + (\Delta\eta n)^2])\}\} \quad (4.27)$$

と表せる．ここで， m_1, n_1, m_2, n_2 は $(-N/2, -N/2 + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N/2 - 1)$ である．

3節 位相シフト法

1.1 節で述べた通り，インライン型のデジタルホログラフィは，透過光や共役像が所望の像に重なってしまう 2 重像問題を引き起こす．この問題を解決するため，「位相シフトデジタルホログラフィ(位相シフト法)」[10] が提案された．位相シフト法は，ピエゾ素子を用いて参照光の位相をシフトさせ，それぞれのシフトでホログラムを逐次記録する．それゆえ，運動体の記録には向かない．位相シフト法の応用で，「並列位相シフトデジタルホログラフィ(並列位相シフト法)」[11–13] と「ランダム参照光位相シフトデジタルホログラフィ(ランダム参照光位相シフト法)」[14–16] がある．これらは，物体の撮影が 1 回ですむ．

3.1 位相シフトデジタルホログラフィ

位相シフト法は，図 4.10 に示すように，ピエゾ素子を用いて参照光の位相をシフトさせ，それぞれのシフト量で生じるホログラムを記録する手法である [10]．記録した複数のホログラムを用いることによって，物体光のみを取り出すことができる．

本論文では， $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ でシフトさせた場合で説明する．参照光 R は平行光を用いているので，4 段階シフトさせてもホログラム面では全て同じである．よって，定数として考えることができる．参照光を 4 段階シフトさせて記録したホログラムをそれぞれ， $I(0), I(\pi/2), I(\pi), I(3\pi/2)$ とすると，ホログラム面での物体光を U_0 は以下の式で求められる．

$$U_0 = \frac{\{I(0) - I(\pi)\} + j\{I(\pi/2) - I(3\pi/2)\}}{4|R|} \quad (4.28)$$

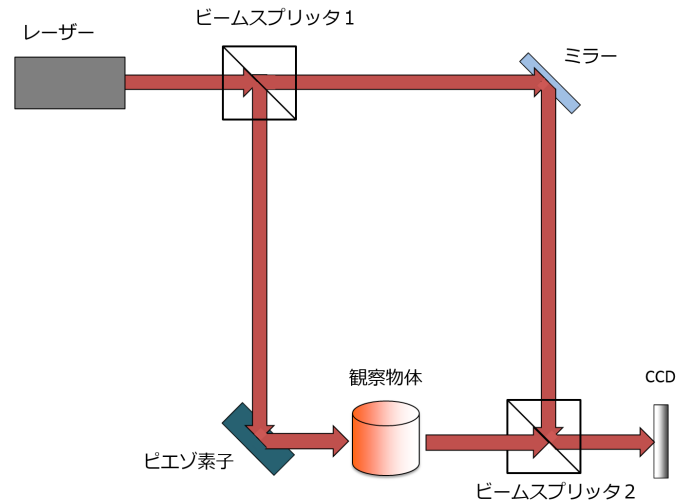


図 4.10: 位相シフト法の光学系

3.2 並列位相シフトデジタルホログラフィ

並列位相シフト法の概略図を図 4.11 に示す．位相シフト法では，複数のホログラムを撮影し，位相シフト干渉法を用いて物体光を取り出すが，並列位相シフト法では，1 枚の画像に異なる位相のホログラムを記録して物体光を取り出す手法である．本論文では，シフトしていないホログラム（シフト 0）と， $-\pi/2$ シフトしたホログラム（シフト $-\pi/2$ ）を 1 枚に記録した例で説明する．計算を行う際には，シフト 0 とシフト $-\pi/2$ の画像を取り出し 2 枚の画像を作製する．図 4.11 を見てわかるとおり，シフト 0 とシフト $-\pi/2$ が交互に記録されているため，取り出したときに画素値が設定されていない画素が生じる．その際は，周囲の画素の情報をもとに補間を行っている．このようにして得られた 2 枚の画像に，2 段階シフトの位相シフト干渉法を用いて物体光を取り出す．

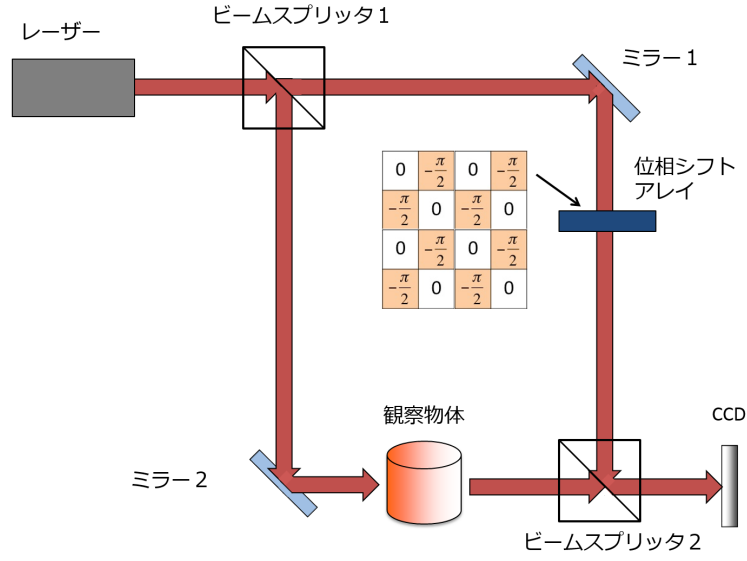


図 4.11: 並列位相シフト法の光学系

$$U_0 = \frac{1}{2|R|} [\{I(0) - a\} - j\{I(-\pi/2) - a\}] \quad (4.29)$$

$$a = \frac{v - \sqrt{v^2 - 2w}}{2} \quad (4.30)$$

$$v = I(0) + I(-\pi/2) + 2|R|^2 \quad (4.31)$$

$$w = I(0)^2 + I(-\pi/2)^2 + 4|R|^4 \quad (4.32)$$

ここで、 R は参照光を表している。

並列位相シフト法の問題点として、補間による精度の低下や、高価格かつ高性能な位相シフトアレイが必要であることがあげられる。補間の誤差を最小限にするため、2段階のシフトがもっとも適している。

3.3 ランダム参照光位相シフトデジタルホログラフィ

ランダム参照光位相シフト法 (RP 法) の概略図を図 4.12 に示す。図 4.11 の位相シフトアレイがある場所に、拡散板を置くことで参照光をランダムに変調している。計算を行う際には、位相シフトアレイほどはっきりと位相が変化しないので記録したホログラムの隣

接する画素の物体光が等しいという仮定できる．この仮定を用いることで物体光は，以下の式で求められる．

$$U_{RP} = \frac{H_u R_l - H_l R_u}{R_u^* R_l - R_u R_l^*} \quad (4.33)$$

$$H_u = I_1 - I_2 - (|R_1|^2 - |R_2|^2) \quad (4.34)$$

$$H_l = I_3 - I_4 - (|R_3|^2 - |R_4|^2) \quad (4.35)$$

$$R_u = R_1 - R_2 \quad (4.36)$$

$$R_l = R_3 - R_4 \quad (4.37)$$

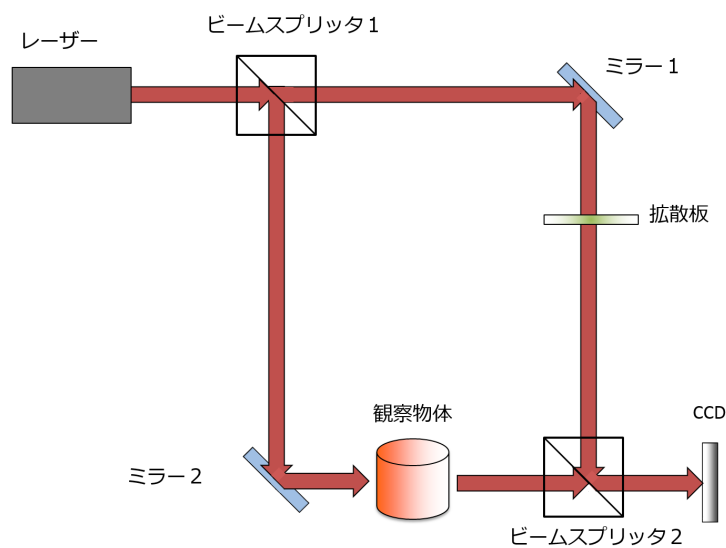


図 4.12: ランダム参照光位相シフト法の光学系

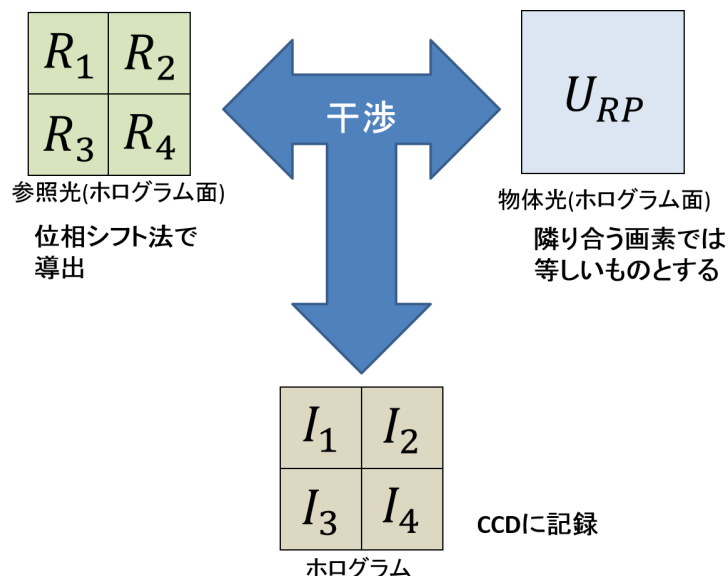


図 4.13: ホログラム，物体光，参照光の関係

ホログラム，物体光，参照光の関係を図 4.13 に示す．ここで， R_1 ， R_2 ， R_3 ， R_4 は参照光を表している．RP 法の計算には参照光の複素振幅が必要である．位相シフトアレイは位相の変化が 0 と $-\pi/2$ なので，振幅に影響がないが，拡散板の場合，位相をランダムに変化させるので，参照光の複素振幅を調べなければならない．そのため，観察物体を取り除き，ミラー 2 がある場所にピエゾ素子を代わりに置き，拡散板で回折した参照光の複素振幅情報を位相シフト法を用いて記録する．

しかし，参照光とホログラムの組み合わせによっては，式 (4.33) の分母が 0 となる場合がある．そのような画素が 1 つでもあると，再生を行っても像を得ることができない．そのため，計算で求めた振幅値が極端に高い値を持った場合，メディアンフィルタを適用することによって問題を解決しているが，精度は落ちる．

4 節 位相回復

CCD や CMOS センサなどの検出器で記録できるのは，光の強度のみである，つまり，光の位相情報は失われる．検出器の光の強度情報から光の位相情報を求める手法を位相回復と呼ぶ．

Gecherberg-Saxton 法 (GS 法) [17] をはじめとする位相回復の手法では，初期値の設定が収束結果や収束回数に影響を与える．Error-Reduction 法 (ER 法) は GS 法とは異なる拘束条件を与え，物体が存在する領域とそれ以外の領域の情報を用いて位相回復を行う [23]．

Periphery method は、近年提案された手法であり、GS 法と同様に初期値が結果に強い影響を与える [18, 19].

4.1 Gecherberg-Saxton 法

前述の通り CCD などでは、光強度しか記録されていないが、物体面と伝搬面で記録した強度をもとに反復計算を繰り返すことで物体面での位相 ϕ を求める手法を Gecherberg-Saxton 法 (GS 法) という [17]. 図 4.14 に GS 法のアルゴリズムの概略図を用いて GS 法の流れを説明する. 左上の $(|f|, \phi)$ の $|f|$ は実験で得られた物体面での振幅で、 ϕ は失われた位相である. 現段階では、任意の数値を初期値とする. $(|f|, \phi)$ をフーリエ変換して求めた振幅と位相が $(|F|, \Phi)$ である. このとき $|F|$ は任意の初期値から求められた振幅である. 振幅は CCD など記録可能なので、実験で正確な値を求めておく. このときの実験で求められた伝播面での振幅が $|F'|$ である. これにより、 $(|F|, \Phi)$ を $(|F'|, \Phi)$ に書き換えを行う (拘束条件 A). $(|F'|, \Phi)$ を逆フーリエ変換することで求められた値が $(|f'|, \phi')$ である. $|f'|$ は実験で求められた $|f|$ との差がある場合は、 $|f'|$ を $|f|$ に置き換えて (拘束条件 B), 再度、 $(|f|, \phi)$ で計算を繰り返すことで、位相を回復する.

また、拘束条件を物体がある領域にしぼり、領域外の振幅を 0 とみなす、Error-Reduction 法 (ER 法) が GS 法の応用として提案されている [23].

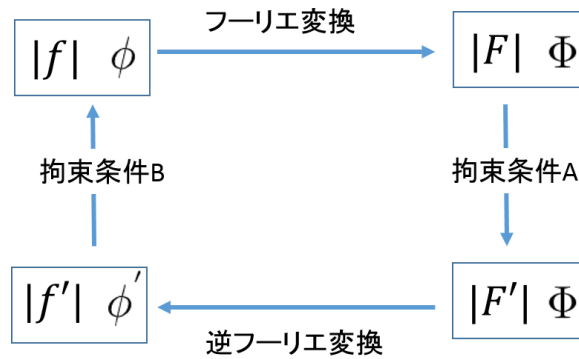


図 4.14: GS 法のダイアグラム

4.2 Error-Reduction 法

ER 法では、GS 法の拘束条件 B を、式 (4.38) のように物体以外の領域の値を 0 に変更し、取得する強度情報を伝搬面の回折情報のみとしている (拘束条件 C). そのため、観察物体が存在する領域をあらかじめ記録しておく必要がある. 図 4.15 に ER 法のアルゴリズムの概略図を示す.

$$f = \begin{cases} f' & (\text{物体の領域内}) \\ 0 & (\text{物体の領域外}) \end{cases} \quad (4.38)$$

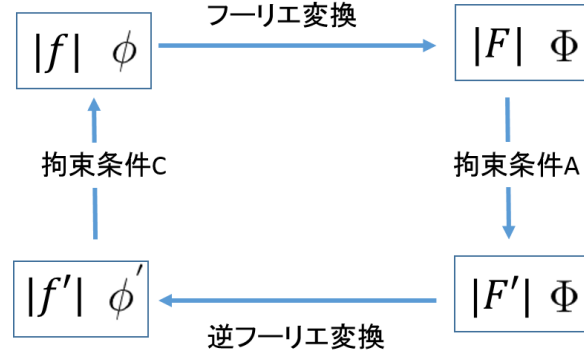


図 4.15: ER 法のダイアグラム

しかし，局所的な解に陥ってしまう場合が多くあり，大域的な最適解が求められない．

4.3 Periphery method

Periphery method は，観察したい物体程度の大きさの穴の開いた拡散板を用いる．その拡散板で回折した光の複素振幅を用いて位相を回復する手法である．

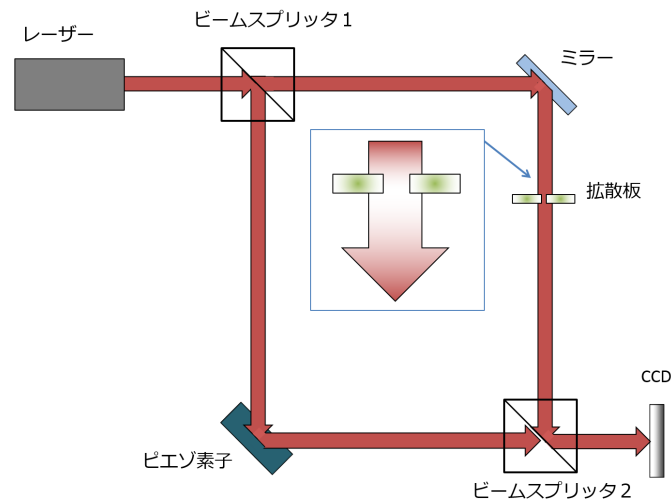


図 4.16: 拡散板で回折した光の複素振幅の記録

そのため，まず拡散板で回折した光の複素振幅を位相シフト法を用いて記録する (図 4.16)．このとき記録された拡散板の伝播面での複素振幅を R_h ，物体面での複素振幅を

R_{obj} とする.

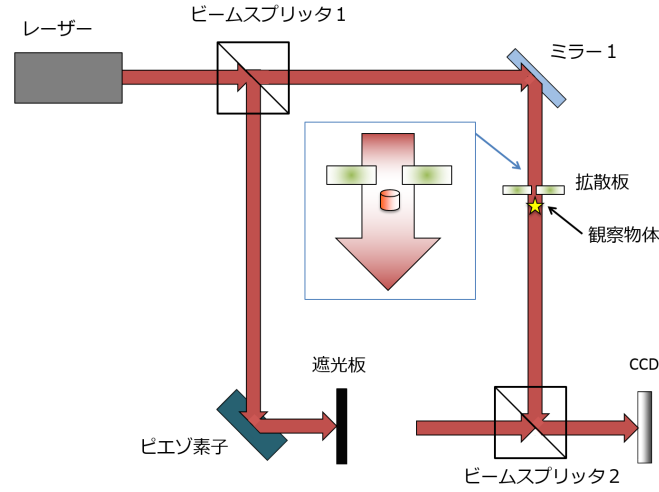


図 4.17: ホログラムの記録 (物体と拡散板)

次に，拡散板の穴のところに観察物体を配置しインライン型でホログラムを記録する (図 4.17)．このとき記録したホログラムを I とする．

以上のように記録されたホログラムから，位相回復するためには，初期値として，伝搬面での複素振幅 U_h を以下の式で設定する．

$$U_h = \sqrt{I} \frac{R_h}{|R_h|} \quad (4.39)$$

この複素振幅に対してフーリエ変換ではなく，伝搬計算を行い物体面での複素振幅 U_{obj} を求める．

$$U_{obj} = F_{ho}\{U_h\} \quad (4.40)$$

ここで， $F_{ho}\{*\}$ は伝搬面から物体面への伝搬計算を表している．次に， U_{obj} に対して，拡散板の穴の内部とその他でホログラムを以下のように分ける (拘束条件 D)．

$$U'_{obj} = \begin{cases} U_{obj} & (\text{拡散板の穴の内部}) \\ R_{obj} & (\text{その他}) \end{cases} \quad (4.41)$$

これを複素振幅 U'_{obj} とする．次に， U'_{obj} を伝搬面まで伝搬させる．

$$U'_h = F_{oh}\{U'_{obj}\} \quad (4.42)$$

ここで， $F_{oh}\{*\}$ は物体面から伝搬面への伝搬計算を表してゐる．最後に， U'_h に対して初期値を設定した時と同様の式 (4.39) に入れる (拘束条件 E)．よって，伝搬面での新しい複

素振幅 U_h を求める.

$$U_h = \sqrt{I} \frac{U'_h(k)}{|U'_h(k)|} \quad (4.43)$$

これらの計算を既定の回数繰り返し物体光を取り出す (図 4.18).

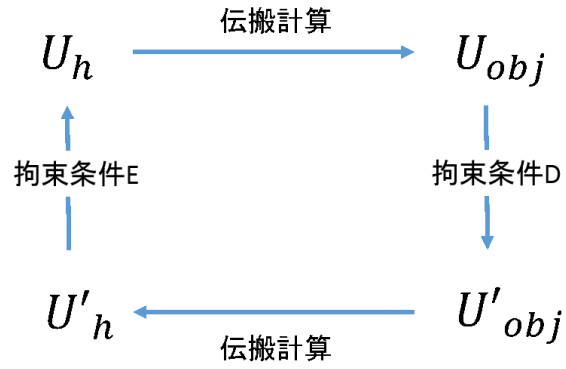


図 4.18: Periphery method のダイアグラム

第5章 提案手法

4節で示したとおり位相回復では，初期値の設定が収束結果や収束回数に影響を与える事がわかる．従来は，初期値の位相にはランダム位相や，参照光の情報が用いられていた．この章では Periphery method において，物体光に近い複素振幅を持つランダム参照光位相シフト法で求めた初期値推定方法を提案する．

1節 提案手法

以下に，提案手法のアルゴリズムを示す（図 5.1）．Periphery method では，物体光とは関係のない拡散板の位相を初期値の位相として用いている．よって，初期値に物体光の情報を含んだ値を用いることで結果が改善できると予想した．本研究では，初期値を求める手法として「ランダム参照光位相シフト法」を採用した（図 5.1 の B）．

Periphery method と RP 法を採用した理由は，図 4.12 と図 4.16 に示すとおり，光学系に変化を加える必要がない．拡散板の複素振幅（図 4.16）・RP 法用ホログラム（図 4.12）・Periphery method 用ホログラム（図 4.17）は，観察物体の位置を変えるだけで計算・記録することができる（図 5.1 の A）

RP 法で求めた初期値を用いた提案手法は，従来の Periphery method と比べて大域的な解に近いところから反復計算が行うことができると考えられる（図 5.1 の C）．その結果，得られる再生像が改善することが期待される．

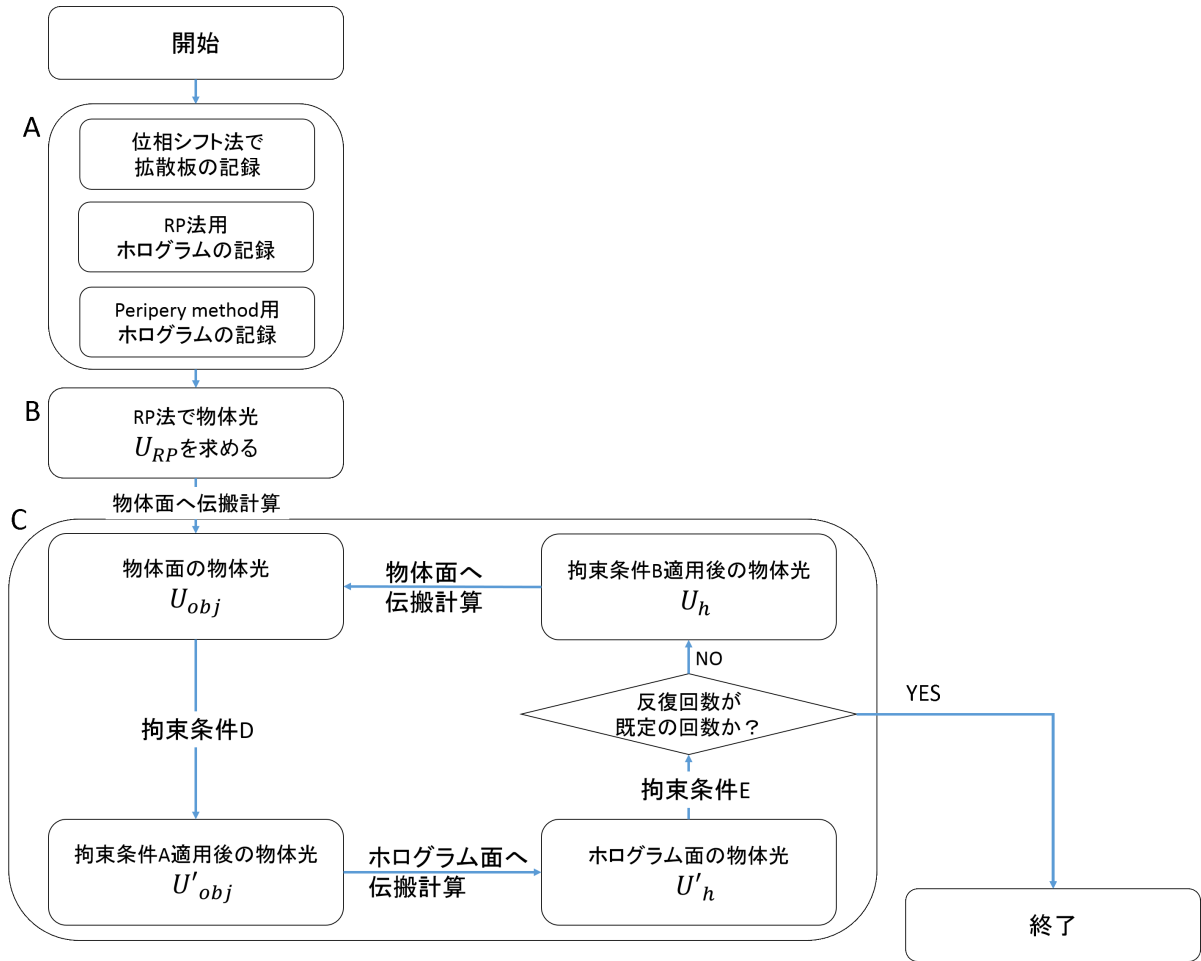


図 5.1: 提案手法のダイアグラム

2節 提案手法と Periphery method の結果比較

Periphery method と提案手法の収束結果の比較を行う．今回はパラメータとして，波長を 532[nm]，CCD の画素ピッチを 9[μm]，物体からホログラムまでの距離 d を 20[cm] とした．

観察物体は，振幅としてボート，位相として女性の画像 (図 5.2) を用いる [24]．画像のサイズは 512 × 512[pixel] で，拡散板は，サイズが 1,024 × 1,024[pixel] で振幅透過率が 100%，位相がランダムに変化するようなものを用いるとする．乱数の生成には Xorshift を用い [25]，位相分布はホログラムのピッチと同じ 9[μm] 間隔で変化するとした．観察物体を拡散板の中心に配置した状態が図 5.3 となる．透過率 100% のため，ボートの周りの拡散板は白で表現され，位相はランダムに変化するので，女性の周りの拡散板は砂嵐のようになっている．

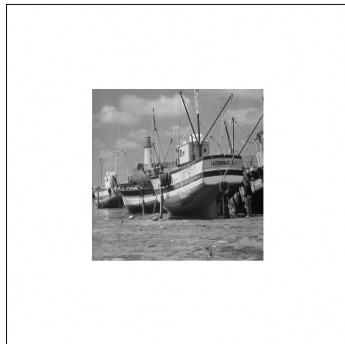


(a) 振幅



(b) 位相

図 5.2: 記録に用いる画像 (512×512)



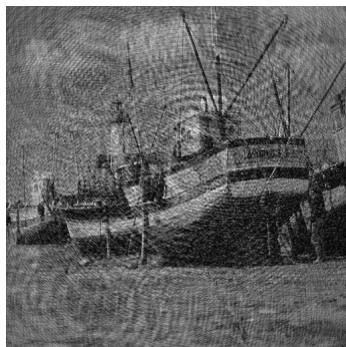
(a) 振幅



(b) 位相

図 5.3: 物体と拡散板 ($1,024 \times 1,024$)

図 5.4 が Periphery method を用いて 50 回計算した結果である．図 5.5 が提案手法を用いて 50 回行った結果である．これら結果を比較すると提案手法を用いることで観察物体の振幅，位相の両方が Periphery method と比べて回復していることが確認できる．よって，ランダム参照光を用いて初期値を推定することによって，再生像が改善することが確認できた．



(a) 振幅



(b) 位相

図 5.4: Periphery method



(a) 振幅



(b) 位相

図 5.5: 提案手法

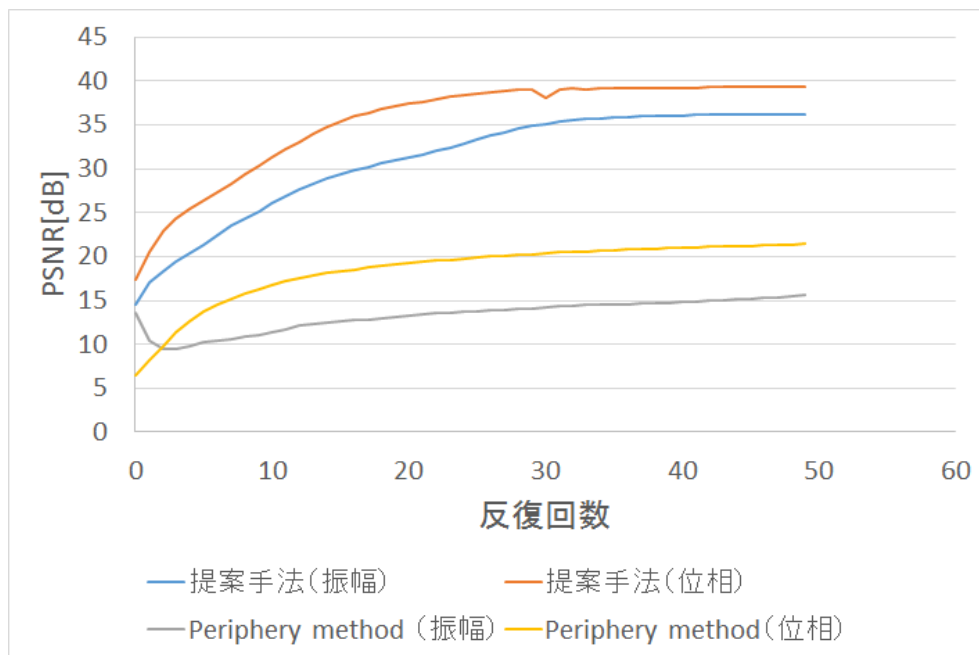


図 5.6: 反復回数による PSNR の変化

図 5.6 は反復回数による PSNR(Peak Signal-to-Noise Rate) の変化のグラフである．初期値の時点で，提案手法の PSNR は振幅が 14.6[dB] で，位相が 17.4[dB] であり，Periphery method では振幅が 13.6[dB] で，位相が 6.5[dB] で，提案手法の方が高い．反復回数を 50 回繰り返した時点で，提案手法の PSNR は振幅が 36.2[dB] で，位相が 39.3[dB] であり，Periphery method では振幅が 15.6[dB] で，位相が 21.4[dB] である．振幅，位相共に提案手法を用いることで Periphery method よりも高い PSNR を得られていることがわかる．また，初期値によって，画像改善に影響があることも示されている．

PSNR の式は (5.1)，(5.2) で記述できる．(5.2) で S_{ij} は元画像の画素の値， S'_{ij} は再生像の画素の値を表している．PSNR が高い値を示すと，元画像に近い画像が得られているこ

とになる.

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{MAX^2}{MSE} [dB] \quad (5.1)$$

$$MSE = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (S_{ij} - S'_{ij})^2}{N^2} \quad (5.2)$$

3節 提案手法と各種位相シフト法の結果比較

提案手法, 位相シフト法, 並列位相シフト法, ランダム参照光位相シフト法の結果との比較を行う. 各手法の再生像を図 5.5, 図 5.7, 図 5.8, 図 5.9 に示す.



(a) 振幅



(b) 位相

図 5.7: 位相シフト法



(a) 振幅



(b) 位相

図 5.8: 並列位相シフト法



(a) 振幅



(b) 位相

図 5.9: ランダム参照光位相シフト法

各種手法の PSNR を表 5.1 に示す．提案手法の振幅と位相の PSNR が, 36.2[dB], 39.3[dB] で, 位相シフト法の振幅と位相の PSNR (49.4[dB], 45.4[dB]) に次いで高い PSNR であることが分かる．しかし, 位相シフト法は 3 節で述べたとおり, 複数のホログラムが必要である．1 回の撮影で行われる手法の中で, 提案手法が最も高い PSNR を得た．また, 従来のランダム参照光位相シフト法では並列位相シフト法よりも低い PSNR だったものが, Periphery method と組み合わせた提案手法を用いることで高い PSNR を得ることができた．

表 5.1: 各手法との比較 (PSNR[dB])

	提案手法	位相シフト	並列位相シフト	ランダム参照光
振幅	36.2	49.4	30.9	18.4
位相	39.3	45.4	34.7	22.7

第6章 終論

本論文では、2次元表示方法による教育方法では、生徒の理解度の差が顕著となる懸念を解消することを目的として、折りたたみ可能な立体構造物およびホログラムによる3次元的に表示可能な教育方法を研究した。折りたたみ可能な立体構造物では、すぐに教育現場へ導入でき、安価で、配布可能な月相教育に関する教材を開発した。実際の教育現場で使用した結果、半数以上の生徒が体験的な学習を通して、天体を親しみ身近に感じるようになった。また、天体への理解についても地球の緯度によって、月の沈み方の角度が異なることに気づくなど、3次元的な内容を主体的に考えることができた。また、本教材を作製することで、協同的な作業を通して、コミュニケーション能力の向上を図り、本教材を使用することで、地球や月に関する地理的な疑問や折りたたみ可能な構造物に対する興味を高めることができた。アクティブ・ラーニング型の教材として有望であることが示唆された。また、アンケート結果で、本教材のはねの作製の難しさが伺えたので、簡易的に作製できる展開図を作製した。

さらに、究極の3次元映像であるホログラフィを用いて表示を行うために、現在、ホログラムを再生する上で問題となっている2重像問題を Periphery method とランダム位相シフト法を組み合わせで低減した。この二つ方法は、同一の光学系で記録でき、また、通常の位相シフト法と異なり、1回の撮影で記録可能なため運動する物体も撮影可能である。

今後の展望として、折りたたみ可能な構造物は、様々な形に対応できるので、原子模型や3次元ベクトル、極座標など抽象的になりやすい単元に関して特に効果を挙げられると期待している。折りたたみ可能な構造物のはねに関して、最適解を調べる必要がある。中学生に使用したものは、滑らかに動き、曲線にすることで強度的にも優れたものである。教材としては、平面モードから立体モードになる構造に価値を見出しているため、機能を失わず、ある程度の強度をもち、簡易的に作製できる展開図も必要である。今後、形による強度や滑らかさの変化について調べる。

ホログラフィの提案手法に関しては、拘束条件の検討を行うことで、計算回数を減らして、再生像の改善ができると考えられる。シミュレーションにとどまっているので、実験による各手法との比較を行いたい。

実験で撮影されたデジタルホログラムは、シミュレーションを行うことで、3次元情報を取り出すことができる。そのため、いつでも3次元形状の確認を行うことができ、観察

実験に参加できなかった生徒や変容する学び方に対応することが期待できる.

謝辞

自由闊達に研究を行う環境を提供していただき、公私に関わらず、多岐にわたってご指導、ご助言をくださり、今後の教員としての指標を示してくださいました、千葉大学大学院 工学研究科 伊藤智義教授にお礼申し上げます。

研究について数多くのご助言をいただき、論文の書き方について一から丁寧に暖かなご指導いただきました、千葉大学大学院 工学研究科 下馬場朋禄准教授にお礼申し上げます。

様々な技術的な事柄についてご相談にのってください、実験方法を懇切丁寧に指導くださり、また、絶えずご配慮くださいました、千葉大学大学院 工学研究科 角江崇助教にお礼申し上げます。

発表方法や研究に関してご助言をいただき、本研究の教育的な利用方法についてご協力いただきました、千葉大学 統合情報センター 白木厚司准教授にお礼申し上げます。

本研究の課題点を示してくださり、不慣れな 3DCG の作製について技術的なご指導をいただきました、国立天文台 中山弘敬様にお礼申し上げます。

博士課程に進学する際に背中を押してくださり、開発環境の整備など、細部に渡ってご相談にのってくださいました、千葉大学大学院 工学研究科 荒井大輔様にお礼申し上げます。

研究生活を行うにあたり、至らぬところを支えてくださり、構造物の作成方法についてご協力いただきました、千葉大学大学院 工学研究科 佐野麻理恵様にお礼申し上げます。

画像改善の手法に関しての基礎や取り組み方を示してくださり、技術的なご指導をいただきました、キャノン株式会社 松戸悠亮様にお礼申し上げます。

本研究の教育利用について、使いやすく、親しみやすい技術とは何かご相談にのっていただきました、千葉大学大学院 融合科学研究科 関谷信吾様にお礼申し上げます。

多くのご支援くださり、いつも暖かく励ましていただいた、伊藤・下馬場・角江研究室の皆様にお礼申し上げます。

最後に、ここに至るまでの間、見守り、支えてくれた家族にお礼申し上げます。

参考文献

- [1] 社団法人 日本理科教育進行協会 (<http://www.japse.or.jp/wp-content/uploads/24dev-hosei-shochu.pdf>).
- [2] “定時制課程・通信制課程高等学校の現状” (http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/047/siryo/_icsFiles/afieldfile/2013/07/12/1336336_2.pdf).
- [3] H. Nakayama, A. Shiraki, T. Kakue, T. Shimobaba and T. Ito : “Variable structure changing two-dimensional plane to three-dimensional solid and its applications ”, Proceedings of the 2015 Collaborative Conference on 3D & Materials Research (CC3DMR), pp.358-359 (2015).
- [4] 佐野麻理恵, 鈴木啓介, 角江崇, 石井琢郎, 五十嵐辰男, 土井俊祐, 藤田伸輔, 中山弘敬, 下馬場朋禄, 伊藤智義 : “ 平面と立体を可逆的に変化する構造を利用した腹腔鏡手術用スぺーサの試作 ”, 生体医工学, Vol.54, pp.76-80 (2016).
- [5] 有馬朗人 ほか 57 名 : “理科の世界 ”, 大日本図書 (2016).
- [6] 久保田敏弘 “ホログラフィ入門—原理と実際—”, 朝倉書店 (1995).
- [7] D. Gabor “A new microscope principle”, Nature, **161**, pp. 777-778 (1948).
- [8] E. N. Leith and J. Upatnieks “Reconstructed Wavefronts and Communication Theory”, JOSA, **52(10)**, pp. 1123–1128 (1962).
- [9] E. N. Leith and J. Upatnieks “Wavefront Reconstruction with Diffused Illumination and Three-Dimensional Objects”, JOSA, **54(11)**, pp. 1295–1301 (1964).
- [10] I.Yamaguchi and T.Zhang “Phase-shifting digital holography”, Optics letters, **22(16)**, pp. 1268-1270 (1997).
- [11] Y. Awatsuji, M. Sasada and T. Kubota “Parallel quasi-phase-shifting digital holography”, Applied physics letters, **85(6)**, pp. 1069-1071 (2004).

- [12] Y. Awatsuji, T. Tahara, A. Kaneko, T. Koyama, K. Nishio, S. Ura, T. Kubota, and O. Matoba “Parallel two-step phase-shifting digital holography”, *Applied optics*, **47(19)**, D183-D189 (2008).
- [13] T. Kakue, R. Yonesaka, T. Tahara, Y. Awatsuji, K. Nishio, S. Ura, T. Kubota, O. Matoba “High-speed phase imaging by parallel phase-shifting digital holography”, *Optics letters*, **36(21)**, pp. 4131-4133 (2011).
- [14] N.Takanori and M.Imbe “Single-exposure phase-shifting digital holography using a random-phase reference wave”, *Optics letters*, **35(13)**, ,pp. 2281-2283 (2010).
- [15] M.Imbe and T.Nomura “Single-exposure phase-shifting digital holography using a random-complex-amplitude encoded reference wave”, *Applied optics*, **52(1)**, A161-A166 (2013).
- [16] M.Imbe and T.Nomura “Study of reference waves in single-exposure generalized phase-shifting digital holography”, *Applied Optics*, **52(18)**, pp. 4097-4102 (2013).
- [17] R.W.Gerchberg and W.O.Saxton “A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures”, *Optik*, **35(237)**, (1972).
- [18] L. Denis, C. Fournier, T. Fournel and C. Ducottet “Twin-image noise reduction by phase retrieval in in-line digital holography”, *SPIE*, **5914**, pp. 59140J-59140J (2005).
- [19] A. Jesacher, W. Harm, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte “Quantitative single-shot imaging of complex objects using phase retrieval with a designed periphery”, *Optics express*, **20(5)**, pp. 5470-5480 (2012).
- [20] U. Schnars and J. Werner “Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction”, *Applied optics* **33(2)**, pp. 179-181 (1994).
- [21] J. W. Goodman “Introduction to Fourier Optics Roberts & Company”, (2004).
- [22] B. M. Hennelly, D. P. Kelly, N. Pandey, D. S. Monaghan “Review of twin reduction and twin removal techniques in holography”, *CHCT 2009*, pp. 241-245 (2009).
- [23] J.R.Fienup “Phase retrieval algorithms: a comparison”, *Applied optics*, **21(15)**, pp. 2758-2769 (1982).
- [24] The USC-SIPI Image Database (<http://sipi.usc.edu/database/>).

- [25] G. Marsaglia “Xorshift rngs”, Journal of Statistical Software, **8(14)**, pp. 1-6 (2003).

業績リスト

査読付論文（筆頭）

1. Teppei Oshima, Yusuke Matsudo, Takashi Kakue, Daisuke Arai, Tomoyoshi Shimobaba and Tomoyoshi Ito “Twin-image reduction method for in-line digital holography using periphery and random reference phase-shifting techniques”, Optics Communications, Vol.350, pp.270-275 (2015.4).
2. 大島哲平, 白木厚司, 関谷信吾, 佐野麻理恵, 中山弘敬, 角江崇, 下馬場朋禄, 伊藤智義 “平面と立体を可逆的に変化する構造を利用した省スペース体験型学習向け立体教材の開発”, 映像情報メディア学会, Vol.70, No.11, pp.J262-J264 (2016.10).

査読付論文（共著）

1. 宮兆喆, 大島哲平, 宮野秀市, 増田信之, 関根正樹, 伊藤智義 “高所恐怖症克服支援を目的とする簡易な背面投影ドームスクリーン VR システムの試作”, ライフサポート学会, Vol.24, No.4, pp.194-200 (2012.12)

国際会議（筆頭）

1. Teppi Oshima, Atsushi Shiraki, Shingo Sekiya, Marie Sano, Hirotaka Nakayama, Takashi Kakue, Tomoyoshi Shimobaba and Tomoyoshi Ito “Educational Application by Variable Structure Changing Two-Dimensional Plane to Three-Dimensional Solid”, International Display Manufacturing Conference (IDMC) 3D Systems and Applications (3DSA) 2015, Taipei, Taiwan (2015.8.25-28).

国内会議（筆頭）

1. 大島哲平, 宮野秀市, 増田信之, 下馬場 朋禄, 伊藤 智義 “高所恐怖症克服を支援する VR システムの開発”, The 12th IEEE Hiroshima Student Symposium, 島根・島根大学 (2010.11.6-7) 【優秀プレゼンテーション賞対象発表】
2. 大島哲平, 白木 厚司, 関谷 信吾, 佐野 麻理恵, 中山 弘敬, 角江 崇, 下馬場 朋禄, 伊藤 智義 “平面から立体へ可逆変化する構造を用いた教材開発”, 第 14 回科学技術フォーラム, 愛媛・愛媛大学 (2015.9.15-17)
3. 大島哲平, 白木 厚司, 関谷 信吾, 佐野 麻理恵, 中山 弘敬, 角江 崇, 下馬場 朋禄, 伊藤 智義 “省スペース化を目指した教材の開発”, 電子情報通信学会技術研究報告, 千葉・木更津高等専門学校 (2015.11.20)

受賞・他

1. 大島哲平, The 12th IEEE Hiroshima Student Symposium 優秀プレゼンテーション賞 (2010).