

## セロハンテープの枚数で変化する偏光色の予測プログラムの開発

坂本 舞衣<sup>1)</sup>・三野 弘文<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>千葉大学国際教養学部 <sup>2)</sup>千葉大学国際学術研究院

Development of the prediction program of polarization colors changing with the number of cellophane tapes

SAKAMOTO Mai and MINO Hirofumi

### 要旨

自然光とは異なり、振動方向に偏りがある光のことを偏光と呼ぶ。偏光については、互いに透過軸を直交に重ねた2枚の偏光板を光が透過できないことで理解される。これら2枚の偏光板の間にセロハンテープを挟むと、光が透過し、セロハンテープの枚数を変化させることで光が色づく。この現象は複屈折を有するセロハンテープによって偏光が光の波長に依存して変化することで生じることが知られており、偏光色と呼ばれ、アート作品などにも利用されている。本研究では、セロハンテープを挟む枚数によって変化する透過光をスペクトルに基づいて観測し、入射する白色光のスペクトルとセロハンテープの枚数の情報を入力することで、偏光色を予測するプログラム開発を行った。Excelを用いた本プログラムでは、光の波長によって系統的に変化する偏光板の光吸収特性や、セロハンテープの複屈折特性についての補正を加えることで、シミュレーション結果としての透過光スペクトルを実測のスペクトルとほぼ一致させ、偏光色を再現できることを示した。

キーワード

偏光板、偏光色、干渉色、セロハンテープ

## I. 序論

互いに透過軸を直交させた2枚の偏光板を光は透過できない。しかし偏光板の間にセロハンテープを挟むと光が透過するようになり、セロハンテープの枚数を増やしていくと、透過する光が色づく。この透過する光の発色を偏光色（干渉色）と呼ぶ<sup>[1]</sup>。この現象は図1、2に示すように、アート作品や工作の中でも頻繁に使われており、理科教育の単位では偏光の特性を示すために偏光アートなどとして科学館や教科書などで紹介されている<sup>[2,3]</sup>。この現象の仕組みを説明している文献はあるが<sup>[4,5]</sup>、実際に何枚のセロハンテープを重ねればどのような発色になるのかをスペクトルをもとに説明している文献や、スペクトルをシミュレーションするようなプログラムは見当たらなかった。そこで本研究では、セロハンテープの枚数によって変化する偏光色を予測するプログラムを開発することを目的とした。

本稿では、偏光の仕組み、偏光状態を数学的に計算する方法からプログラム開発の過程、プログラムの評価までを示す。



図1. アート集団「ミラーボーラー」による偏光現象を活用したオブジェ<sup>[2]</sup>

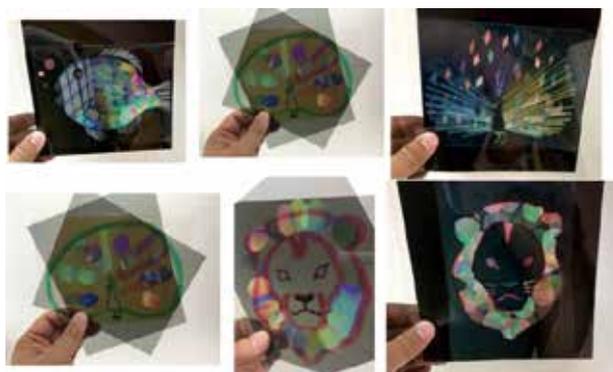


図2. 『学研キッズネット』で工作として紹介されている「偏光板スタンドグラス」の例<sup>[3]</sup>

## II. 理論

光とは、電磁波の一種であり、電場と磁場が互いに直交関係のまま進む横波である（図3）。一般的に、光が物質に作用する際は主に光の電場であることから、光を扱う際は電場成分を取り扱う。

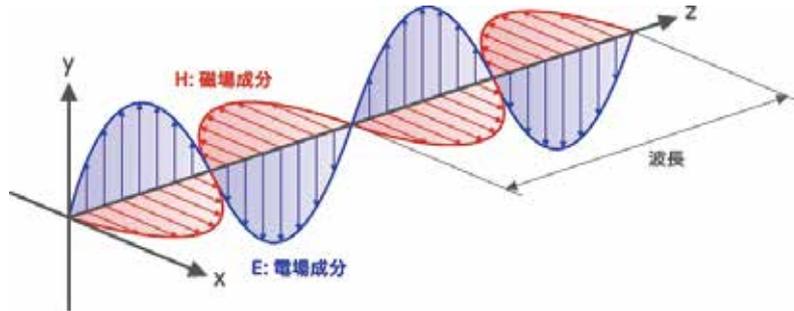


図3. 波としての光

光の中でも、電場の振動が特定の方向に偏っている光を偏光と呼ぶ。偏光について学ぶ際に、頻繁に使われるものとして偏光板（偏光フィルム）があるが、これは電場の振動方向が様々に混じっている光（自然光等）から直線偏光を取り出す光学素子である。偏光板は主にポリビニルアルコールにヨウ素などの染料を吸着させ、一方向に引き延ばして作られる。引き延ばされ一方向に揃った染料の結晶は、結晶が揃う方向に振動する光を吸収する。そのため、偏光板には一定方向に格子が存在すると考えることができ、この格子に対して平行な偏光は透過することができるが、垂直な偏光は遮断され、それ以外の偏光は格子に対して平行な成分のみ透過することになる。

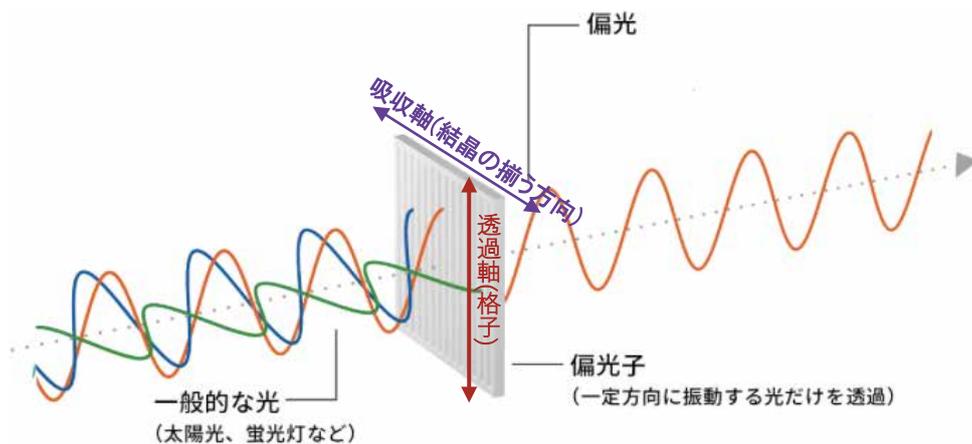


図4. 偏光板の作用

2枚の偏光板を重ねると、重ねる角度によって光を透過したり、しなかったりする現象が起こる。これはそれぞれの偏光板の透過軸が互いに重なる角度に依存して、光が透過す

る割合が変化するからである。互いの透過軸が直交して重なっている状態を直交ニコル配置と呼び、この配置の場合は2つの透過軸が直交状態であるため、光をほとんど遮断する（図5）。対して互いの透過軸が平行に重なっている状態を平行ニコル配置と呼び、この場合は1枚目で透過した直線偏光は2枚目の透過軸を通過できるため、ほぼそのままの光強度で透過する（図6）。

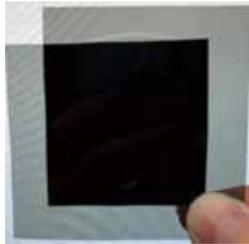


図5. 直交ニコル

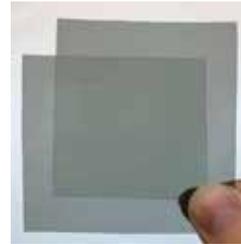


図6. 平行ニコル

直交ニコルまたは平行ニコル配置の2枚の偏光板の間にセロハンテープ等を挟むと光が透過する現象（図7）や光が色づくといった現象（図8）がある。これらの現象は、セロハンテープ等の方向によって異なる屈折率をもつ複屈折物質には、入射光の偏光状態を変化させる性質があることから起こるものである。



図7. 直交ニコル配置でセロハンテープを1枚挟んだ時の様子



図8. 平行ニコル配置でセロハンテープを1枚挟んだ時の様子

一般的に、セロハンテープ内の $x$ 軸方向（セロハンテープの幅方向）の屈折率は小さく、 $y$ 軸方向（セロハンテープの長さ方向）の屈折率は大きいため、入ってきた直線偏光の $x$ 成分の光は $y$ 成分の光と比べて速く進む。セロハンテープの $x$ 軸方向と $y$ 軸方向の屈折率の差 $\Delta n$ とセロハンテープの厚さ $l$ の積 $l\Delta n$ は光路差と呼ばれ、この光路差 $l\Delta n$ だけ $y$ 成分の光は遅れる。このセロハンテープ内での $x$ 成分の光と $y$ 成分の光の速度差が $x$ 成分と $y$ 成分の光の位相差を生じさせ、セロハンテープ透過後の合成光はセロハンテープ透過前の直線偏光と偏光状態が異なったものになる。そして2枚目の偏光板を通る際、セロハンテープ透過後の偏光は元の直線偏光とは状態が変化していることで、2枚目の偏光板の透過軸を透過できる光の割合も変化する。また、位相の変化は波長によっても異なり、結果として、波長ごとに透過光強度が異なるため、透過光として色づいた光が観測できるようになる。

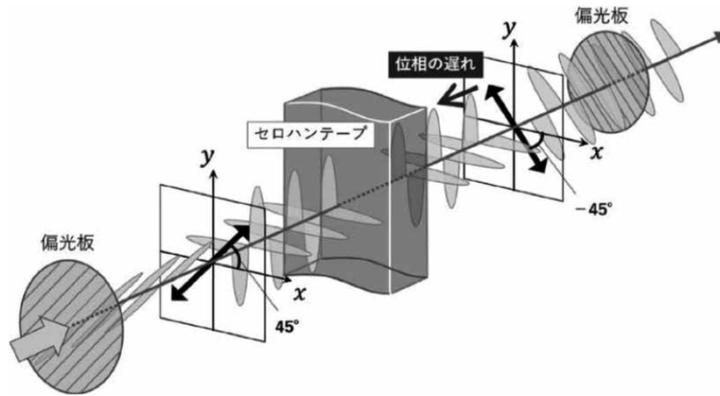


図9. 2枚の偏光板の間にセロハンテープを挟んだ時の偏光状態の変化

図9では位相の遅れが半波長となっている場合を示している。 $x$ 軸から $+45^\circ$ 回転した入射偏光(直線偏光)はセロハンテープ通過後、セロハンテープ内の屈折率の差により位相差が半波長となり、 $-45^\circ$ 回転した直線偏光となる。これにより最初の $+45^\circ$ 回転した直線偏光では透過できなかった2枚目の偏光板を透過できるようになる。

ここで、複屈折物質による偏光状態の変化を数式的に扱うことについて説明する。計算によって最終的に導出される、波長に依存した透過光の偏光状態を数式として求めることで、実際に観察できる偏光色がどのような色になるかについてスペクトルをもとに表すことができる。

偏光色のスペクトルを出すには、ジョーンズ・マトリクス計算によって、直交ニコル配置、平行ニコル配置、それぞれの場合で変化した偏光状態を表すジョーンズ・ベクトルを導き、その変化後の偏光の光強度 $I$ を求めることが必要である<sup>[6]</sup>。

以下、空間の基準となる軸は、セロハンテープを基準とし、セロハンテープの幅方向を $x$ 軸、長さ方向を $y$ 軸とする。

光波(単色)は波の進行方向( $z$ 方向)に垂直な電場の変位により伝搬する。変位の大きさは時刻 $t$ と進行方向の位置 $z$ に対して余弦関数(正弦関数)的に変わる。時刻 $t$ 、位置 $z$ と共に電場が振動しながら伝搬する様子を示した式は次のような波動関数となる。

$$E(z, t) = a \cos(\omega t - kz + \delta) \dots (2.1)$$

$a$ : 振幅、 $\omega$ : 角速度、 $k$ : 波数、 $\delta$ : 初期位相

光の偏光状態を表す際には、一般的にジョーンズ・ベクトル表示をする。ジョーンズ・ベクトルは波動関数を複素数表示したものである。(2.1)をジョーンズ・ベクトル表示に変換すると次のようになる。

$$E = \begin{pmatrix} a_x e^{i\delta_x} \\ a_y e^{i\delta_y} \end{pmatrix} \dots (2.2)$$

ここで、

$$A_x = a_x e^{i\delta_x} \dots (2.3)$$

$$A_y = a_y e^{i\delta_y} \dots (2.4)$$

とする。

光の強度は  $|A_x|^2 + |A_y|^2$  で表されるが、通常、強度を 1 に規格化したベクトルを用いるので、

$$E = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y e^{i\delta} \end{pmatrix} \dots (2.5)$$

と書かれることが多い。ただし、 $\delta = \delta_y - \delta_x \dots (2.6)$

また、 $\cos \theta = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \dots (2.7)$  としたとき、

$$E = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \cdot e^{i\delta} \end{pmatrix} \dots (2.8)$$

と表すこともできる。

一般的に光の電場は楕円偏光しているが、特に振幅と位相の組み合わせ条件が重要なものがいくつかあり、それらは縮退した偏光状態と呼ばれる。具体的に、次のようなものである。

〈水平方向直線偏光〉

$$a_y = 0$$

$$E_{LHP} = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y e^{i\delta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \dots (2.9)$$



〈垂直方向直線偏光〉

$$a_x = 0, \quad \delta = 0$$

$$E_{LVP} = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y e^{i\delta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \dots (2.10)$$



〈+45° 直線偏光〉

$$a_x = a_y, \quad \delta = 0$$

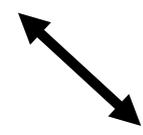
$$E_{L+45P} = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y e^{i\delta} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \dots (2.11)$$



〈-45° 直線偏光〉

$$a_x = a_y, \quad \delta = \pi$$

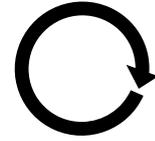
$$E_{L-45P} = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y e^{i\delta} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \dots (2.12)$$



〈右回り円偏光（光が向かってくる方向から見ると電場ベクトルが時計回りに見える）〉

$$a_x = a_y, \quad \delta = \pi/2$$

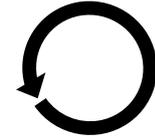
$$E_{RCP} = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y e^{i\delta} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \dots (2.13)$$



〈左回り円偏光（光が向かってくる方向から見ると電場ベクトルが反時計回りに見える）〉

$$a_x = a_y, \quad \delta = -\pi/2$$

$$E_{LCP} = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y e^{i\delta} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \dots (2.14)$$



ジョーンズ・マトリクスは、偏光素子（セロハンテープ等の光学素子）の働きを行列で示すものである。偏光素子の働きによる偏光状態の変化は次のような式で表せる。

$$E' = J \cdot E \dots (2.15)$$

ここで、 $E'$  は出射光（変化後の偏光状態）、 $J$ は偏光素子による働き、 $E$ は入射光（元の偏光状態）を表す。

ジョーンズ・マトリクスは

$$J = \begin{pmatrix} J_{xp} & J_{xq} \\ J_{yp} & J_{yq} \end{pmatrix} \dots (2.16)$$

と表され、 $J_{pq}$ は偏光素子内での入射光 $p$ 成分のうちの $q$ 成分への働き（ $p, q$ はそれぞれ $x$ または $y$ ）を意味する。

セロハンテープ等の $x$ 成分と $y$ 成分の間で位相差 $\delta$ をつくりだす偏光素子のジョーンズ・マトリクスは次のように表すことができる。通常、セロハンテープ内の $x$ 軸方向（セロハンテープの幅方向）の屈折率は小さく、 $y$ 軸方向（セロハンテープの長さ方向）の屈折率は大きいため、入ってきた直線偏光の $x$ 成分の光は速く進み、 $y$ 成分の光は遅く進む。そのため、 $x$ 軸をfast軸、 $y$ 軸をslow軸とする。

$$J_\delta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\delta} \end{pmatrix} \dots (2.17)$$

また、偏光板は直線偏光子として捉えることができ、偏光板の透過軸が $x$ 軸から $\alpha$ 傾いている場合、偏光板の働きを示すジョーンズ・マトリクスは次のように表すことができる。

$$J = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{pmatrix} \dots (2.18)$$

(2.15) のような偏光状態の変化の表示を、偏光板2枚でセロハンテープを挟んだ際の偏光状態の変化に適用すると次のような数式ができる。

\* 直交ニコル配置（2つの偏光板の透過軸が互いに直交する配置）の場合

(1) 1枚目の偏光板（透過軸が $x$ 軸から $+45^\circ$ に傾いている）を通り過ぎたときの偏光状態

$$E_1 = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \dots (2.19)$$

(2) (1) の偏光が、セロハンテープを通り過ぎたときの偏光状態

$$E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\delta} \end{pmatrix} E_1 \dots (2.20)$$

(3) (2) の偏光が、2枚目の偏光板（透過軸がx軸から $-45^\circ$ に傾いている）を通り過ぎたときの偏光状態

偏光板の透過軸がx軸から $-45^\circ$ 傾いた直線偏光板であることから、

$$E_3 = \begin{pmatrix} \cos^2(-45^\circ) & \sin(-45^\circ)\cos(-45^\circ) \\ \sin(-45^\circ)\cos(-45^\circ) & \sin^2(-45^\circ) \end{pmatrix} E_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} E_2 \dots (2.21)$$

よって最終的な出射光の偏光状態は、

$$E_3 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 - e^{-i\delta} \\ e^{-i\delta} - 1 \end{pmatrix} \dots (2.22)$$

このとき、光強度 $I$ は電場成分の二乗で複素共役をかけることになり次のようになる。

$$I = \frac{1}{2} (1 - \cos \delta) \dots (2.23)$$

\* 平行ニコル配置（2つの偏光板の透過軸が互いに平行な配置）の場合

(1) 1枚目の偏光板（透過軸がx軸から $+45^\circ$ に傾いている）を通り過ぎたときの偏光状態

$$E_1 = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \dots (2.24)$$

(2) (1) の偏光が、セロハンテープを通り過ぎたときの偏光状態

$$E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\delta} \end{pmatrix} E_1 \dots (2.25)$$

(3) (2) の偏光が、2枚目の偏光板（透過軸がx軸から $+45^\circ$ に傾いている）を通り過ぎたときの偏光状態

偏光板の透過軸がx軸から $+45^\circ$ 傾いた直線偏光板であることから、

$$E_3 = \begin{pmatrix} \cos^2 45^\circ & \sin 45^\circ \cos 45^\circ \\ \sin 45^\circ \cos 45^\circ & \sin^2 45^\circ \end{pmatrix} E_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} E_2 \dots (2.26)$$

よって最終的な出射光の偏光状態は、

$$E_3 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 + e^{-i\delta} \\ 1 + e^{-i\delta} \end{pmatrix} \dots (2.27)$$

このとき、光強度 $I$ は次のようになる。

$$I = \frac{1}{2} (1 + \cos \delta) \dots (2.28)$$

ここで、位相差 $\delta$ とは、基準からの時間差 $t$ を周期 $T$ で割って角度にしたものであるため、

振動数を $f$ 、波長を $\lambda$ 、波の進む速さを $v$ 、光路差を $d(=l\Delta n)$  とすると、次のように変換できる。

$$\delta = \frac{t}{T} 2\pi = ft \cdot 2\pi = \frac{v}{\lambda} t \cdot 2\pi = \frac{d}{\lambda} 2\pi \cdots (2.29)$$

このような式から、先ほど求めたそれぞれの光の強度 (2.23)、(2.28) は次のように表すことができる。

(直交ニコル配置)

$$I = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{d}{\lambda} 2\pi\right) \cdots (2.30)$$

(平行ニコル配置)

$$I = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{d}{\lambda} 2\pi\right) \cdots (2.31)$$

セロハンテープ等の偏光素子で生じる位相差 $\delta$ は、波長 $\lambda$ と光路差 $d$ によって決まり、セロハンテープにおいて光路差 $d$ とはセロハンテープの厚さ、また、観測する角度 (図10において $\theta$ ) によって決まる。セロハンテープの枚数や偏光を観測する角度 (光路差 $d$ ) を確定することによって、光の強度 $I$ と波長 $\lambda$ の関係をグラフとして見るができる。また、光の強度 $I$ と波長 $\lambda$ のグラフから、観測される光の色を導き出すことができる。つまり、2枚の偏光板で挟むセロハンテープの枚数・観測する角度を決めると、観測される光の色を計算によって求めることができる。

スペクトルとは、光の波長を横軸にし、光強度の分布を表したグラフや写真のことで、先ほど導き出した数式 (2.30)、(2.31) を各波長 $\lambda$ で示し、グラフにすると、スペクトルとなる。この強度分布スペクトルを $I(\lambda)$  とし、 $I(\lambda)$  に光源スペクトル $S(\lambda)$  を掛け合わせると実際に偏光色を測定した際に予測される透過光スペクトル $E(\lambda)$  が導かれる。

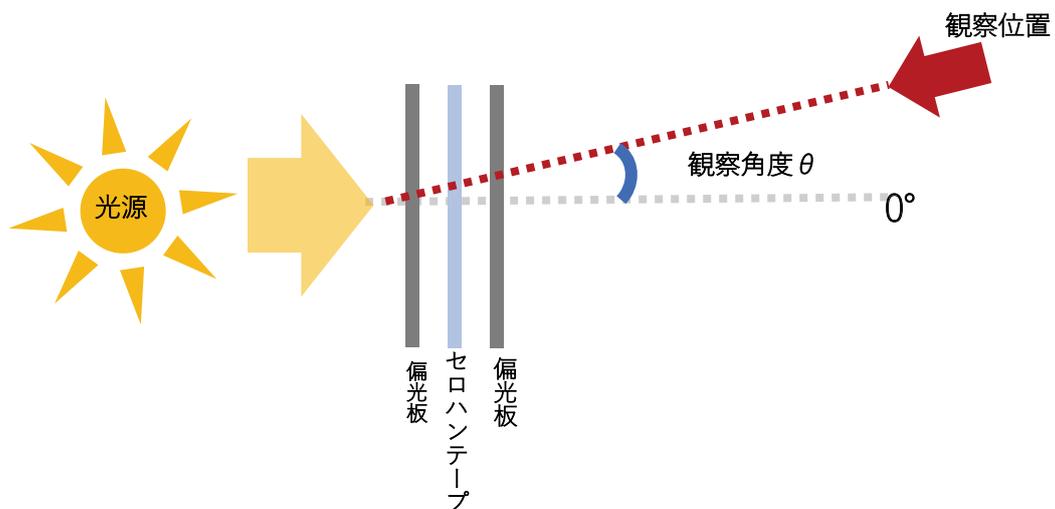


図10. 観察角度

ここで、スペクトルをRGB値に変換し、実際どのような色として観測されるのかを計算で導く過程を示す。次のようなステップを通して、RGB値を出す。

なお、これ以降の $x$ 、 $y$ 、 $z$ 、 $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ とは空間座標のことを表す文字としては使用しない。

1. スペクトルから等色関数を用いて三刺激値XYZへ変換
2. 三刺激値XYZから混色比xyzへ変換
3. 混色比xyzからRGB値へ変換

### 1. スペクトルから等色関数を用いて三刺激値XYZへ変換

三刺激値とは、 $X$ (赤みの度合い、輝度なし)、 $Y$ (緑みの度合い、輝度あり)、 $Z$ (青みの度合い、輝度なし)の3つの値のことで、光が人間の網膜上にあるL錐状体、M錐状体、S錐状体の三種類の錐体に与えた刺激量に相当する値である。この三刺激値が得られれば、RGB系などの様々な表色系に変換することができる<sup>[1]</sup>。光のスペクトルから三刺激値へ変換するには、等色関数と呼ばれる関数が必要である。等色関数とは、人が特定の波長の光と等色に感じるような三刺激値の混合比率を、波長を横軸として曲線にしたものである。ここでは、CIE国際照明委員会が示す「測色標準観測者の等色関数 (CIE1931)」をもとに計算を進める。以下の図11が、CIEが示す「測色標準観測者の等色関数 (CIE1931)」である<sup>[7]</sup>。 $x(\lambda)$ は赤みの刺激感度、 $y(\lambda)$ は緑みの刺激感度、 $z(\lambda)$ は青みの刺激感度である。

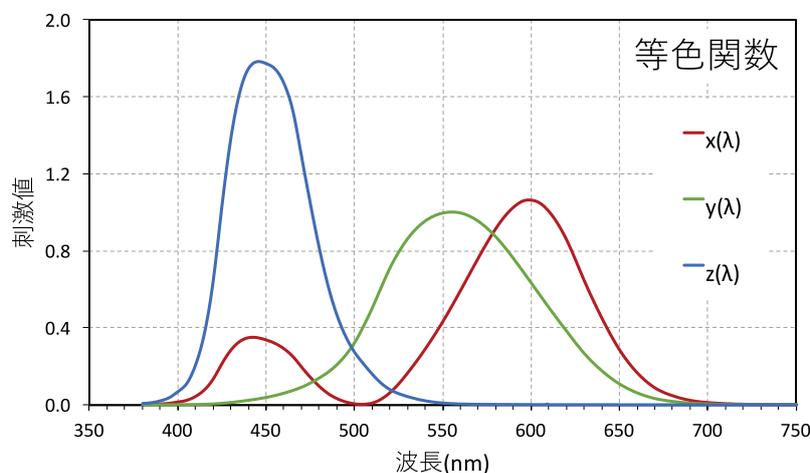


図11. 測色標準観測者の等色関数

色光を測定するため、等色関数を予測透過光スペクトル $E(\lambda)$  ( $=I(\lambda)S(\lambda)$ ) に乗じることによって三刺激値XYZを得ることができる。実際には、以下の式を用いる<sup>[8-10]</sup>。

$$X = K \int_{380}^{750} x(\lambda)E(\lambda)d\lambda \cdots (2.32)$$

$$Y = K \int_{380}^{750} y(\lambda)E(\lambda)d\lambda \cdots (2.33)$$

$$Z = K \int_{380}^{750} z(\lambda)E(\lambda)d\lambda \cdots (2.34)$$

$$\text{ただし、} K = 100 / \int_{380}^{750} y(\lambda)S(\lambda)d\lambda \cdots (2.35)$$

$x(\lambda)$ 、 $y(\lambda)$ 、 $z(\lambda)$ ：等色関数 (CIE1931)

$E(\lambda)$ ：透過光スペクトル

$S(\lambda)$ ：光源LEDスペクトル

## 2. 三刺激値XYZから混色比xyzへ変換

三刺激値XYZを混色比xyzへ変換する。色自体は混色比で表されるため、XYZ全ての値の和を1とし、XYZの混色比を使えば、色を表すことができる。XYZの混色比をxyzとすると、

$$x = \frac{X}{X+Y+Z} \cdots (2.36)$$

$$y = \frac{Y}{X+Y+Z} \cdots (2.37)$$

$$z = \frac{Z}{X+Y+Z} \cdots (2.38)$$

という式が成り立つ。 $x+y+z=1$ であるため、 $x$ と $y$ が分かれば $z$ は自動的に決まるため、XYZを $z$ の表示を省いた $xy$ 座標空間に変換することができ、この座標を $xy$ 色度図と呼ぶ。しかし、 $xy$ のみでは輝度を表すことができないため、輝度を表す $Y$ を取り込んだ $xyY$ 表色系が考案された。

## 3. 混色比xyzからRGB値へ変換

混色比xyzからRGB値へ変換する。ここで、RGB値にも種類があることに留意しておく。RGBカラーモデル自体、RGBの三原色について正確なスペクトル構成を定義していないため、様々なRGB色空間が存在している。ここでは、IEC国際電気標準会議が定めた国際標準規格sRGB(standard RGB)をもとに計算を行った<sup>[11,12]</sup>。

〈sRGBへの変換マトリクス〉

$$\begin{pmatrix} R'' \\ G'' \\ B'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.2406 & -1.5372 & -0.4986 \\ -0.9689 & 1.8758 & 0.0415 \\ 0.0557 & -0.2040 & 1.0570 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdots (2.39)$$

上記の計算によってそれぞれのRGB値は導出できるが、ここでは、PCにおいてRGB値をもとに色を表現するため、 $\gamma$ 補正を行った。通常、sRGBの $\gamma$ 補正では $\gamma=2.2$ で近似されることが多いが、厳密には低輝度で直線、高輝度で $\gamma=2.4$ の曲線という式を持つ。そのため、

$\gamma$ 補正に使った計算は以下である<sup>[11,12]</sup>。

$$(R') = \begin{cases} 12.92R'' \times 255 & (R'' \leq 0.031308) \\ (1.055 \times R''^{\frac{1}{2.4}} - 0.055) \times 255 & (R'' > 0.031308) \end{cases} \quad \dots(2.40)$$

$$(G') = \begin{cases} 12.92G'' \times 255 & (G'' \leq 0.031308) \\ (1.055 \times G''^{\frac{1}{2.4}} - 0.055) \times 255 & (G'' > 0.031308) \end{cases} \quad \dots(2.41)$$

$$(B') = \begin{cases} 12.92B'' \times 255 & (B'' \leq 0.031308) \\ (1.055 \times B''^{\frac{1}{2.4}} - 0.055) \times 255 & (B'' > 0.031308) \end{cases} \quad \dots(2.42)$$

また、RGBは一般的に8 bitで表されるため、 $\gamma$ 補正後に導出されたR' G' B' それぞれの値を0～255の整数値に収める作業を行った。

以上の手順で計算等を行い、偏光色を予測するプログラムをExcelで作成した。実際のプログラムの画面及び説明は付録1として掲載する。

### Ⅲ. 実験

実際に偏光板でセロハンテープを挟むと、枚数ごとにどのような偏光色が現れるのかを観察した。それぞれ1～10枚のセロハンテープを貼った10種類の偏光板を用意し、直交ニコル配置と平行ニコル配置の状態での偏光色を観察、さらに分光器（オーシャンオプティクス社製CCDマルチチャンネル分光器FLAME-S）によって透過光強度スペクトル測定を行なった（図12）。また、セロハンテープは、積水化学工業株式会社のセキスイセロテープNo252を使用し、偏光板に貼る際には入射側の偏光板の透過軸に対してセロハンテープの長さ方向が45° 傾くようにした（図13）。光源としては白色LED電球を用いた。



図12. 実験の配置

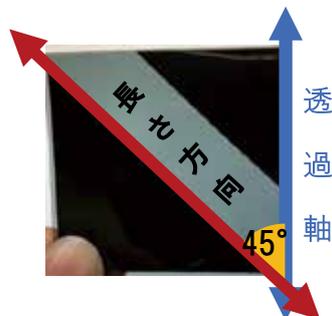


図13. 偏光板とセロハンテープの角度関係

#### IV. 結果と改善・評価

図14に直交ニコル配置において得られた透過光スペクトルを示す。ここでは、実測スペクトルを光源であるLEDスペクトルで割ることで、LED光源の強度分布を反映しないようにしている。

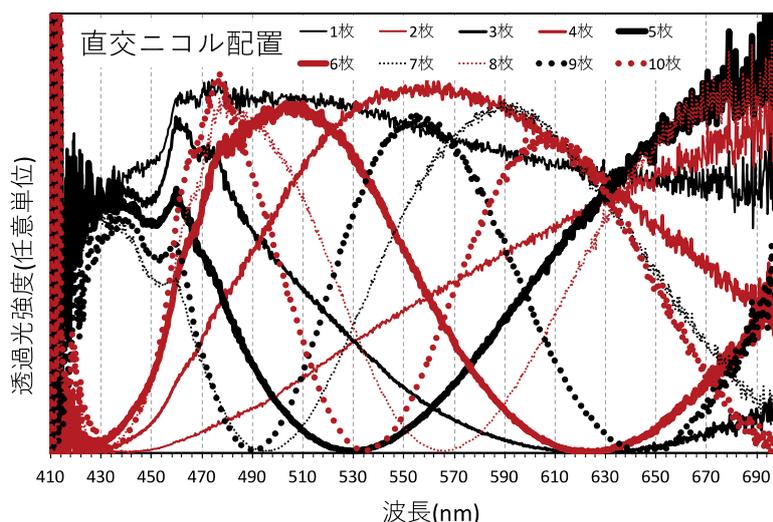


図14. 直交ニコル配置の偏光板の間にゼロハンテープを1～10枚挟んだ状態での透過光スペクトル

図14より、波長430 nm近傍で、奇数枚では強度が極大となり、偶数枚では極小となることがわかる。光強度が極大をとるということは光が最大限透過していること、極小をとるということは光を通さないということを示す。図7で示した通り、光を通さない直交ニコル配置の場合、ゼロハンテープを挟み、その作用で位相のずれ（位相差）が半波長になると、光を最大限通すようになる。このことから、1枚ゼロハンテープが増加するたびに430 nmの光においてはゼロハンテープの幅方向に対してゼロハンテープの長さ方向で光路長が1/2波長分（約215 nm）長くなっていると考えられる。このことから430 nmの光におけるゼロハンテープ1枚あたりの光路差を215 nmとし、この値をどの波長でも一定としてプログラムに組み込んで計算を行なった。

プログラムにおいて導き出された光の予測色は、実際に観測される色をどの程度再現できているのかを色の見た目の比較と透過光強度スペクトル比較、色差によって評価した。

まず、プログラムにより予測された偏光色と実際の偏光色との色の見た目による比較結果（図15）を示す。

図15では、カメラによって撮影した偏光色、偏光色の実測データから計算したsRGB値を基にした色、偏光色予測プログラムで計算されたsRGB値を基にした色（補正前／補正後）を示した。ゼロハンテープの枚数の変化による色みの全体的な変遷においては、プログラ

直交ニコル			枚数	平行ニコル		
補正前	実測	補正後		補正前	実測	補正後
			1			
			2			
			3			
			4			
			5			
			6			
			7			
			8			
			9			
			10			

図15. 予測色比較

ムによる補正前の予測色は実際の偏光色と対応しているように見える。偏光色予測プログラムに補正を加えた後の予測色については色差比較にて後述する。

以降、直交ニコル配置で8枚セロハンテープを挟んだ場合を例に、それらの透過光スペクトルの比較をし、どの程度予測色と実際の色が異なっているかを調べた。

図15より、直交ニコル配置でセロハンテープ8枚の状況では、カメラで撮影すると大部分がピンク色に見えるが、ほんの一部から青緑色が観察できる。実際に肉眼で観察するとこの青緑のような色に見える。この青緑色に関しては予測されている色と類似しており、再現できていると言える。カメラで撮影する色と肉眼で観察できる色に違いが出てしまったのは、観察角度が0度となる付近においてカメラでは光が強くハレーションを起こしてしまっていることがまず考えられる。人間の眼は光の強度を眼の虹彩（しぼり）によって調整するのでハレーションを起こさず、観察角度が0度付近を見ることができ本来の色が

観測できたと言える。また、本カメラ撮影においてはレンズの位置が被写体に近くなっており、立体角が大きかったことで、眼と比べての光を集める範囲が異なっていたことも原因の一つであろう。セロハンテープの枚数を増やすほど（特に7枚以上）、観察する角度の小さな角度変化によって色に変化しやすいことも観察できた。これは角度のわずかな変化でも厚みが厚くなることで光路差が大きくなることを意味しており、その結果として写真で示すように、グラデーションがかかった色として撮影されたものと思われる。

また、直交ニコル配置で8枚セロハンテープを挟んだ時の透過光スペクトルは次のようになった。

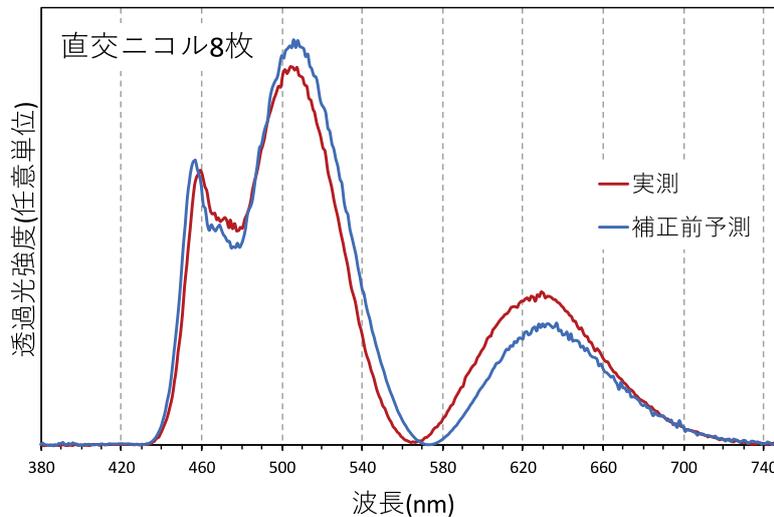


図16. 直交ニコル配置の偏光板の間にセロハンテープを8枚挟んだ場合の実測透過光スペクトルと補正前予測透過光スペクトルの比較

図16の透過光スペクトル比較からは、実際の偏光スペクトルと予測スペクトルでは形が若干異なっていることが読み取れる。図16を詳しく見ると、500-680 nmの間でスペクトルのずれが見られ、500-560 nmでは予測の強度が多少大きく、570-680 nmでは予測の強度が実測よりも弱くなってしまっているのがわかる。この例のような予測と実際の違いは、その他の配置・枚数の組み合わせにも見られている。

このようにプログラムが実際の偏光色のスペクトルを再現できていない原因としては、2つの要因が考えられる。1つ目は偏光板による光の吸収で、通常、無偏光の光を一方向の振動成分に切り出すことを考えると、強度は半分になるが、波長ごとに強度の減少の度合いが変化することが予想される。もう1つの要因は、セロハンテープ1枚あたりの光路差を光の波長に依らず、一定のものとしてプログラムに組み込んだことである。通常、セロハンテープ1枚あたりの幅方向に対する長さ方向の光路差は波長が大きくなるにつれ、小さくなることがわかっている<sup>[45]</sup>。そこで、これら光の波長ごとに変化する偏光板の光吸収特性や、セロハンテープの光路差を考慮する補正を加えることとした。

ここで、光の吸収を考慮した補正（補正①）について考える。光源であるLED光そのものの光スペクトルとLED光が偏光板1枚を透過した際の光スペクトルの比較を行った結果を図17に示す。

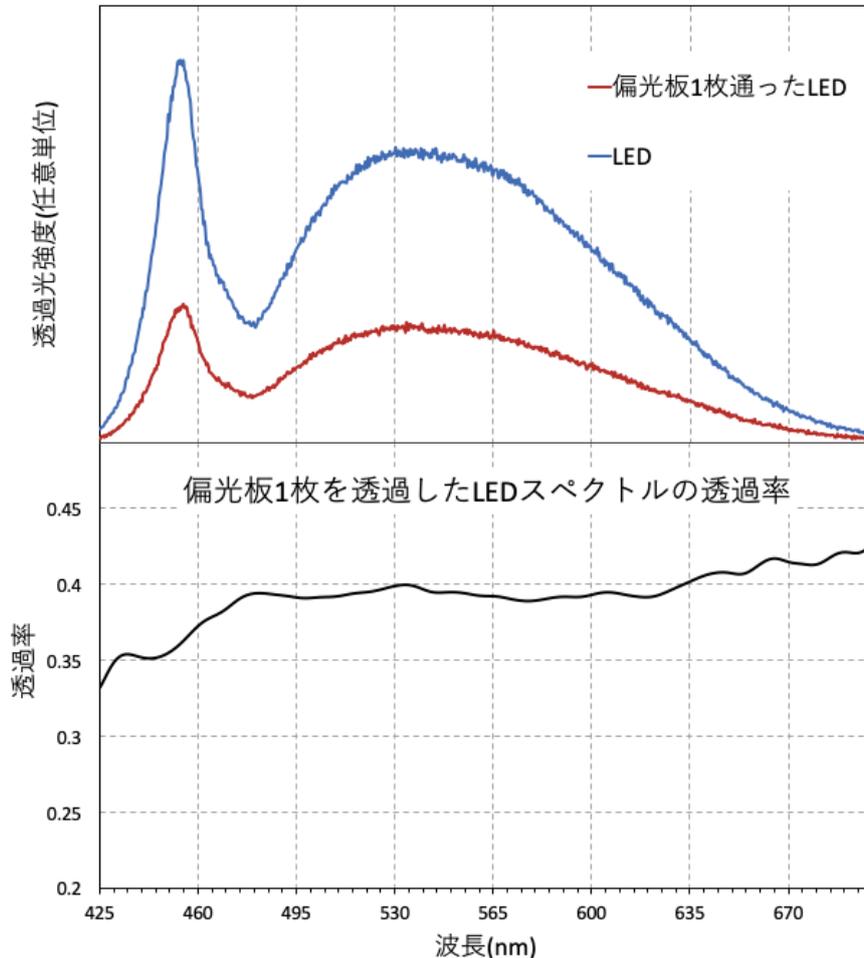


図17. LEDスペクトルと偏光板1枚を透過したLEDのスペクトルとその透過率

図17の下図は偏光板1枚を通ったLED光をそのままのLED光で割り算した結果を、平均値をとるなどしてスムージングで補正したものである。470 nm以下の波長域では、透過率が系統的に小さくなっている。このことは、偏光板が470 nm以下の光を波長が短くなるほど強く吸収する傾向があることを示す。また、図17から635 nm以上の波長領域で若干透過率が上昇していることも読み取れる。なお、425 nm以下、700 nm以上の波長域においては、LED光源の強度がもともと小さく、割り算を行うことで数値が発散してしまうため、グラフには示していない。

以上のように、偏光板による光の吸収により実際に観測できる透過光スペクトルは影響を受けるので、その補正を偏光色予測プログラムに組み込むことにした。具体的には図17の下図で示した波長ごとの透過率を入力するLED白色スペクトルに掛け算することとした。

もう1つの補正（補正②）については、セロハンテープ1枚あたりの光路差を波長によらず一定の値としたことを修正することである。各波長におけるセロハンテープ1枚あたりの光路差を調べるために、28枚セロハンテープを挟んだ偏光板を通った光の透過光スペクトルを実測し、その結果から光強度が極小となる波長を選んで以下に示す計算より、各波長におけるセロハンテープ1枚あたりの光路差を導出することとした。

前述したとおり、セロハンテープの長さ方向と幅方向では屈折率が異なり、セロハンテープ内では光路差 $d$ が生じる。セロハンテープの枚数を $q$ とすると、セロハンテープ1枚あたりの光路差は $d/q$ と表せる。また、 $d = (m+a)\lambda$  ( $\lambda$ : 光の波長、 $m$ : 整数、 $0 \leq a < 1$ ) と表される。このことから、セロハンテープ1枚あたりの光路差とは $\lambda \times b/q$  ( $b$ : 次数 =  $m+a$ ) と捉えることができる。430 nmにおいて1枚あたりの光路差は215 nmであるので、28枚の厚みの光路差は $28 \times 215 \text{ nm} = 6020 \text{ nm} = 14 \times 430 \text{ nm}$ となり、次数 $b$ は14である。各波長における1枚あたりの光路差は215 nmに近い値をとることから、 $\lambda \times b = 6020 \text{ nm}$ という光路差に近くなるような次数 $b$ を極小値をとる各波長から見積もることで $\lambda \times b/q$ という式に当てはめ各波長における1枚あたりの光路差を導出した。28枚挟んだ偏光板を用意し、直交ニコルと平行ニコルのそれぞれの配置で透過光スペクトルを測定した結果が図18である。

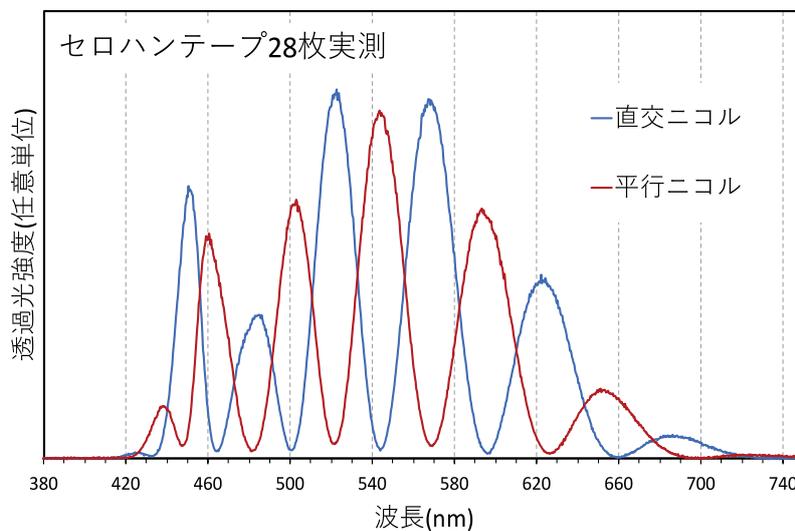


図18. 直交ニコル配置・平行ニコル配置の偏光板の間にセロハンテープを28枚挟んだ場合の実測スペクトル

光強度が極小となる波長を読み取り、各波長における次数 $b$ 、1枚あたりの光路差を導出した結果を表1に示した。

実測した結果では、430 nmより短い波長域と740 nmより長い波長域では光源の光強度が弱いために光路差が得られていない。そこで、実測のデータをもとに多項式を使ったフィッティングによって、380~750 nmでの各波長（1 nm単位）における1枚あたりの

表 1. 平行・直交ニコル配置の偏光板の間にゼロハンテープ28枚挟んだ場合に透過光強度が極小となる波長 $\lambda$ 、次数 $b$ 、1枚あたりの光路差

極小値の波長 $\lambda$ (nm)	次数 $b$	1枚あたり光路差 $\lambda \times b/q$ (nm)
431.8	14	215.91
447.3	13.5	215.65
463.7	13	215.31
481.5	12.5	214.96
500.6	12	214.53
521.3	11.5	214.09
543.9	11	213.66
568.6	10.5	213.24
595.6	10	212.70
625.2	9.5	212.11
658.7	9	211.72
696.4	8.5	211.41
739.0	8	211.14

光路差を導出することにした(図19)。

図19より、波長が大きくなるにつれ、ゼロハンテープ1枚あたりの光路差は小さくなっていることがわかる。各波長の光路差として図19の結果を用いる補正を更にプログラムに組み込むこととした。

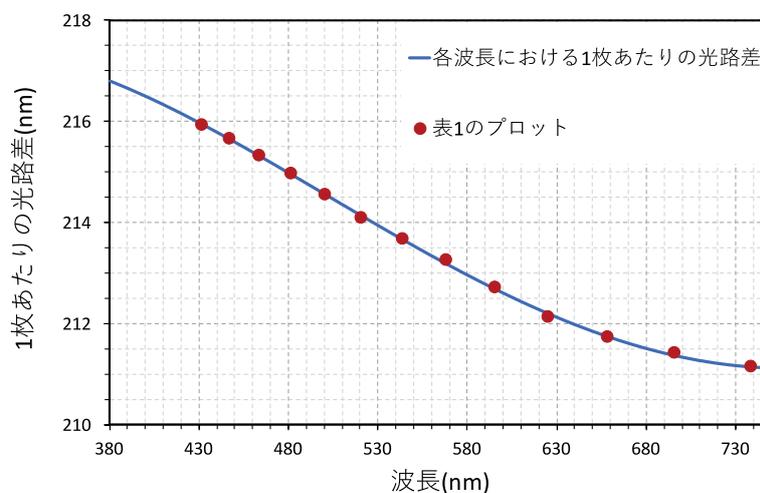


図19. 各波長における1枚あたりの光路差

以上、2つの補正を行った結果が図20となる。補正なしの図16に比べて、より実測のスペクトルを再現できている。

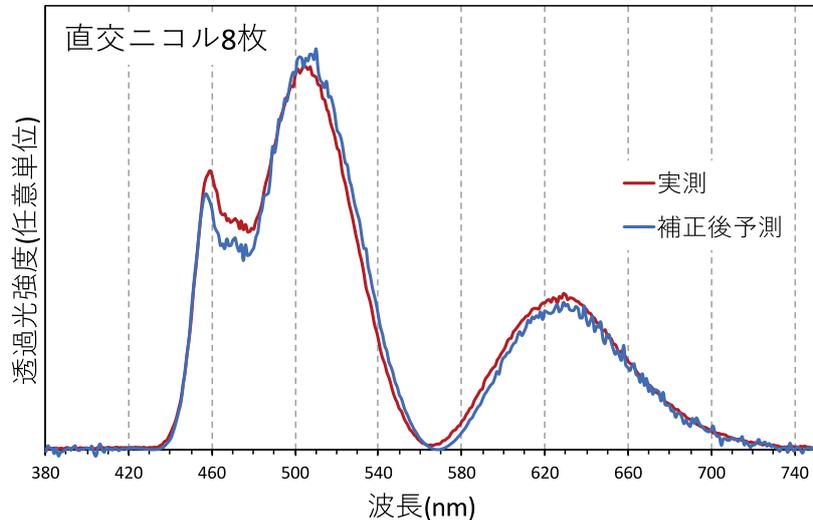


図20. 直交ニコル配置の偏光板の間にセロハンテープを8枚挟んだ場合の実測透過光スペクトルと補正後予測透過光スペクトルの比較

これまで、プログラムにより予測された偏光色と実際の偏光色との色の見た目による比較と透過光スペクトル比較から、2つの補正によって偏光色予測プログラムが改善したことを説明したが、ここからは色差を計算することにより実際どれほどの改善があったのかを定量的に示す。

ここでは、実測と補正前予測、補正後予測、それぞれの透過光スペクトル $E(\lambda)$ をCIE1976L\*a\*b\*色空間での値に変換し、実測と予測（補正前、補正後）の色差を計算することによって、2つの補正を加えた偏光色予測プログラムの評価を行う。2つの補正を加えたことでどれほど色差が変化したかを定量的に評価するために、①実測スペクトルと補正前予測スペクトル、②実測スペクトルと補正後予測スペクトルの2つのグループで色差を計算し、比較する。

$$\text{色差①} = \text{補正前予測} - \text{実測}$$

$$\text{色差②} = \text{補正後予測} - \text{実測}$$

$$\text{色差①} - \text{色差②} = \text{色差改善} \quad (+ : \text{改善できた} / - : \text{改善できなかった})$$

それぞれのスペクトルの色差を計算するために、透過光スペクトル $E(\lambda)$ をCIE1976L\*a\*b\*色空間での値に変換する。変換する過程は次である。

- i. 透過光スペクトルを三刺激値XYZへ変換
- ii. 三刺激値XYZをCIE1976L\*a\*b\*値へ変換

「i. 透過光スペクトルを三刺激値XYZへ変換」の内容は、「1. スペクトルから等色関数を用いて三刺激値XYZへ変換」における (2.32) ~ (2.35) の式にて、前述してある

ため、省略する。そのため、ここでは「ii. 三刺激値XYZをCIE1976L\*a\*b\*値へ変換」の過程のみを説明する。三刺激値XYZからL\*a\*b\*値へ変換の際に、次の式を使用した<sup>[13]</sup>。

$$L^* = 116f(Y/Y_n) - 16 \dots (4.1)$$

$$a^* = 500[f(X/X_n) - f(Y/Y_n)] \dots (4.2)$$

$$b^* = 200[f(Y/Y_n) - f(Z/Z_n)] \dots (4.3)$$

$$f(C) = \begin{cases} C^{\frac{1}{3}} & \left( C > \left( \frac{6}{29} \right)^3 \right) \\ \frac{1}{3} \left( \frac{29}{6} \right)^2 C + \frac{4}{29} & \left( C < \left( \frac{6}{29} \right)^3 \right) \end{cases} \dots (4.4)$$

$X_n, Y_n, Z_n$  : 光源LEDの三刺激値XYZ

色差 $\Delta E$ は次式で導出される。

$$\Delta E = \{(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2\}^{1/2} \dots (4.5)$$

以上の計算より、次の結果が得られた。

表2. 色差比較

直交ニコル				平行ニコル			
枚数	色差①	色差②	色差改善	枚数	色差①	色差②	色差改善
1	31.9	4.9	26.9	1	22.8	3.3	19.5
2	30.7	2.8	27.9	2	31.1	4.3	26.8
3	31.4	5.3	26.0	3	34.9	1.8	33.1
4	38.5	6.1	32.4	4	37.2	8.2	28.9
5	47.6	11.3	36.3	5	39.1	7.5	31.5
6	45.2	18.5	26.7	6	42.8	11.1	31.7
7	41.5	16.7	24.8	7	41.6	8.8	32.9
8	35.8	8.7	27.1	8	31.9	4.4	27.6
9	34.0	12.3	21.7	9	29.2	7.2	22.0
10	35.0	5.8	29.1	10	34.3	5.6	28.7
平均	37.2	9.3	27.9	平均	34.5	6.2	28.3

(色差①、②、色差改善のみ表示。詳しいL\*a\*b\*値とその色差の値は付録3にて参照)

表2を見ると、どの条件でも色差①より色差②が小さくなっており、色差改善が全て正の値をとっている。また、色差改善は平均しておよそ28となった。

以上のことから、2つの補正を加えたことによって偏光色予測プログラムはより実測の偏光色と近い予測色を出すことができるようになったことがわかる。

## V. まとめ

偏光板の間にセロハンテープを挟んだ際に、その枚数に応じて変化する偏光色を予測するプログラムを、Excelを用いて開発した。その中で、光の波長ごとに変化する偏光板の光吸収特性や、セロハンテープの光路差を考慮する補正を組み込んだことでプログラムによって予測される偏光色がより実測される色に近づくことが、スペクトルに基づいた色の比較から直交ニコル配置の偏光板の間にセロハンテープを8枚挟んだ場合を例として示すことができた。他の配置で他のセロハンテープの枚数を条件にした場合の比較は最後の付録2で示しておく。これらの比較グラフを見ると、多くの条件では補正を加えることによって実測の色に近づくことが確認できた。しかし、直交ニコル配置でセロハンテープ6枚の条件と、直交ニコル配置でセロハンテープ9枚の条件では補正を加えても、実測の偏光色スペクトルとずれが大きい。この原因としては、2枚の偏光板の透過軸が測定の際、直交からずれてしまっていたこと、セロハンテープを挟む際に空気が入りわずかな歪みが生じてしまったことなどが考えられる。より精密な実験と、精度の高い試料の準備が望まれる。また、セロハンテープを多く挟むほどグラデーションがかった偏光色が確認できることから、観測角度にも言及した偏光色の変化についても今後検討したい。この偏光色のシミュレーションを美術科目におけるアート鑑賞・創作の際に利用できるものとして発展させる方向性も考えられる。美術教育の中で光を物理的な現象として科学の視点からも捉えられるような、科学とアートの境界領域を認識できる教科横断的な学びを補助するものとしての展開もあるだろう。

## 参考文献

- [1]大津元一（監修）、田所利康（著）（2014）『イラストレイテッド 光の科学』朝倉書店。
- [2]ファッションヘッドライン、「アークヒルズにミラーボールのクリスマスツリー出現、光の反射で広がる星屑や宇宙！」。（更新日：2016/11/5）、URL<<https://www.fashion-headline.com/article/5116>>、（参照日：2020/8/15）。
- [3]学研キッズネット、「工作 偏光板（へんこうばん）ステンドグラス」。URL<[https://kids.gakken.co.jp/jiyuu/category/art/polarizer\\_stained\\_glass/](https://kids.gakken.co.jp/jiyuu/category/art/polarizer_stained_glass/)>、（参照日：2020/8/15）。
- [4]三野弘文、三好真央（2018）「偏光板とセロハンテープを用いた干渉色の仕組みと応用」『千葉大学国際教養学研究』2、p. 69-79、千葉大学国際教養学部。
- [5]志村悟、高野美里、三野弘文（2020）「セロハンテープと偏光板を用いた円偏光子の作製と性能評価」『千葉大学国際教養学研究』4、p. 157-170、千葉大学国際教養学部。
- [6]大津元一（1994）『現代光科学〈1〉—光の物理的基礎』、p. 10-19。朝倉書店。
- [7]日本規格協会（2012）JIS Z8781-1：2012「測色—第1部：CIE測色標準観測者の等色関数」。
- [8]日本規格協会（1999）JIS Z8701：1999「色の表示方法—XYZ表色系および $X_{10}Y_{10}Z_{10}$ 表色系」。
- [9]日本規格協会（2009）JIS Z8722：2009「色の測定方法—反射および透過物体色」。
- [10]石川典夫（2003）「色の測定について・何故色が測れるのか」、『繊維誌』44(7)、p. 390-396、繊維製品消費科学会。

- [11] 犬井正男 (2013) 「色度図の着色」、『東京工芸大学工学部紀要』36(1)、p. 55-62、東京工芸大学工学部.
- [12] 河村尚登、杉浦博明 (2006) 「sRGB色空間と国際標準化」『画像電子学会誌』35(6)、p. 935-943、画像電子学会.
- [13] 日本規格協会 (2013) JIS Z8781-4 : 2013 「測色—第4部：CIE 1976L\*a\*b\*色空間」.

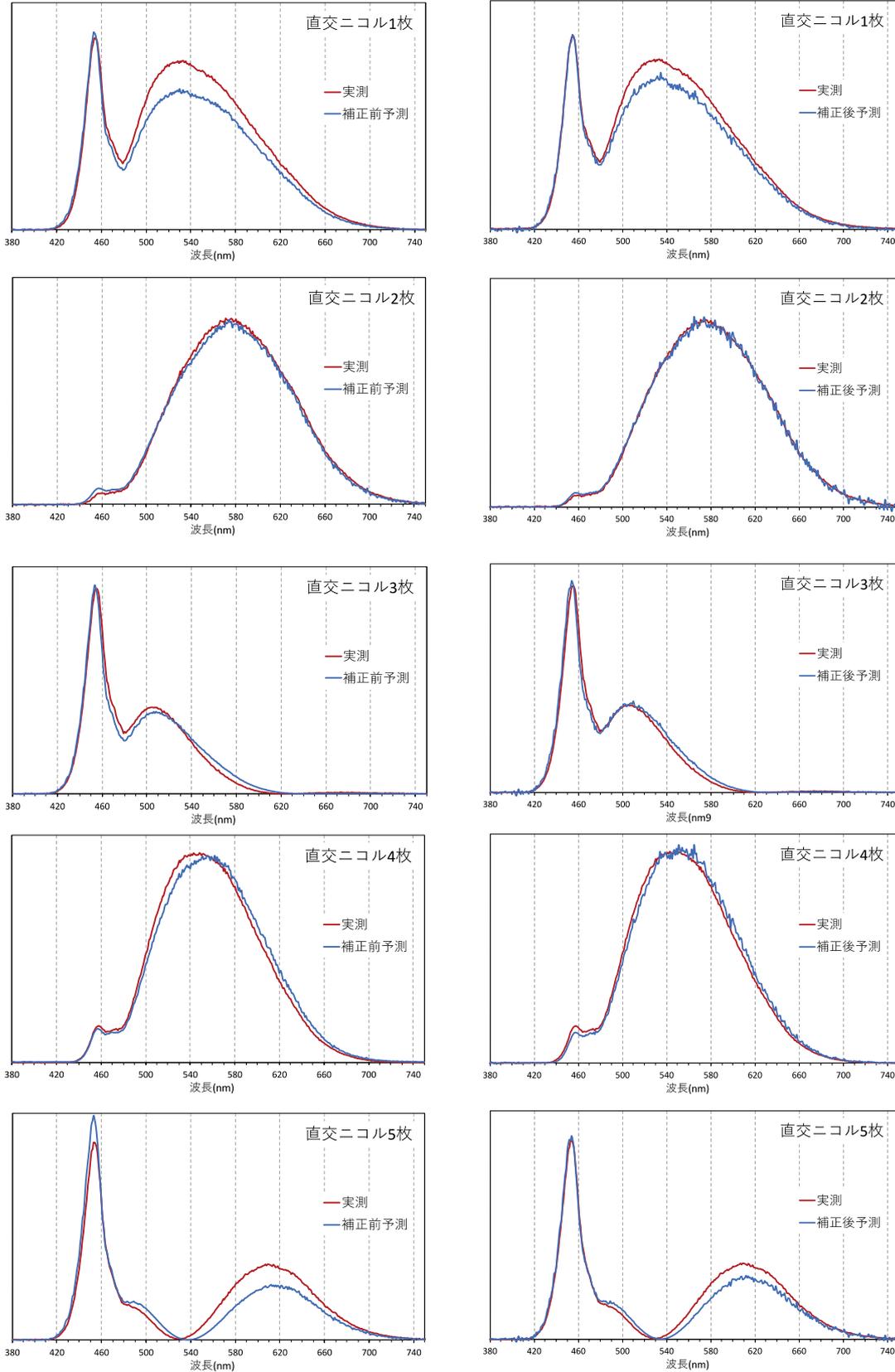


セロハンテープの枚数で変化する偏光色の予測プログラムの開発

- (A) 補正② (セロハンテープ 1 枚あたりの光路差の考慮)
- (B) ある条件の時の光路差
- (C) 波長 (380-750nm)
- (D) 等色関数
- (E) 光強度スペクトル
- (F) スペクトルから三刺激値への変換
- (G) 補正① (偏光板に吸収される光の考慮)
- (H) 予測される透過光スペクトル
- (I) 三刺激値XYZから混色比xyzへ変換
- (J) 混色比xyzからRGB値へ変換
- (K)  $\gamma$ 補正
- (L) 値を 0 ~ 225の整数値に収める
- (M) 条件 (枚数と観察角度) の入力
- (N) RGBの各値
- (O) 予測される色 ((P) マクロ表示)
- (Q) 予測されるスペクトルグラフ ((H) のグラフ化)

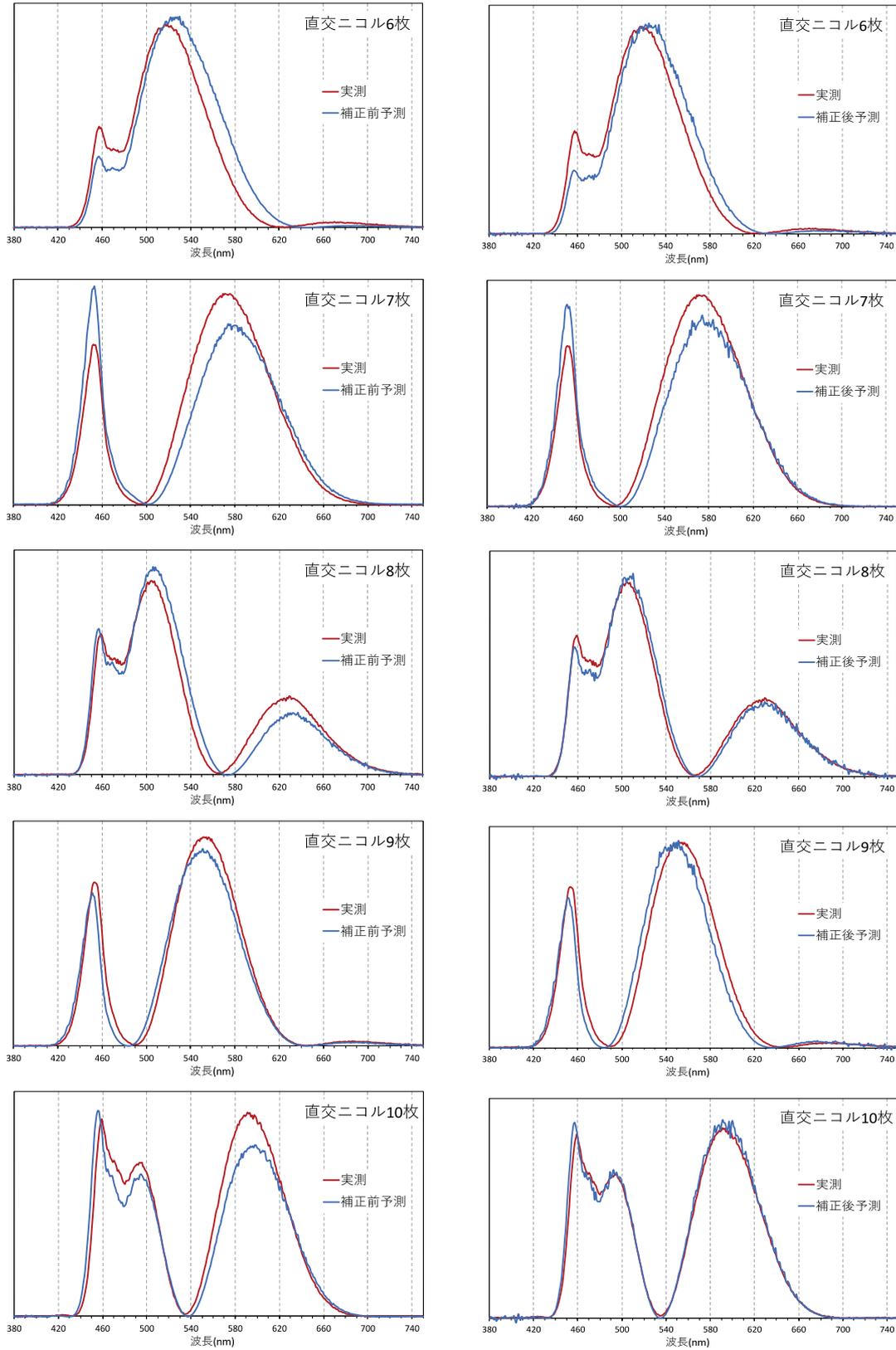
付録2 各条件での透過光スペクトル比較

※縦軸は「透過光強度 (任意単位)」



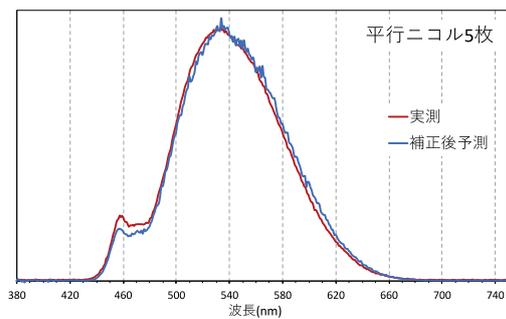
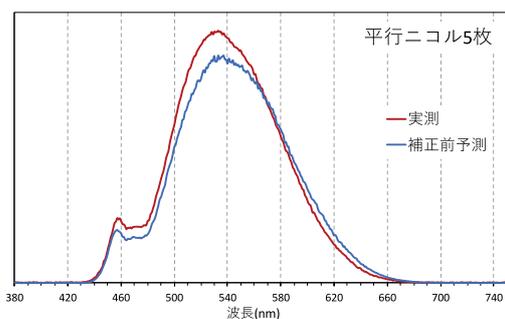
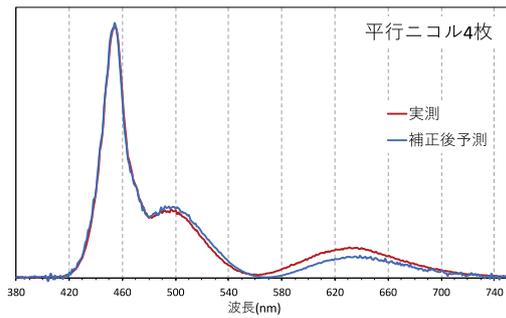
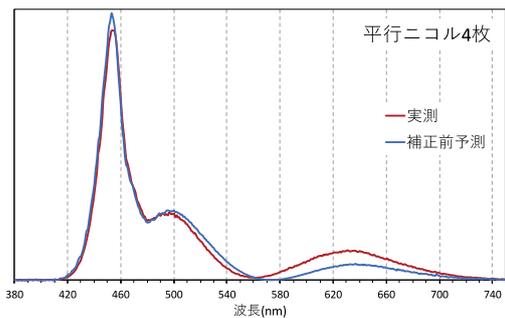
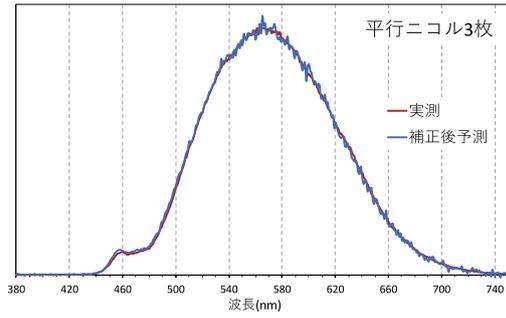
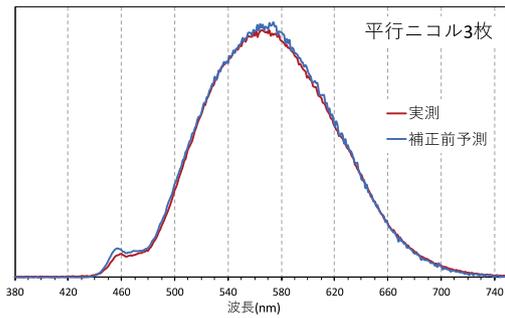
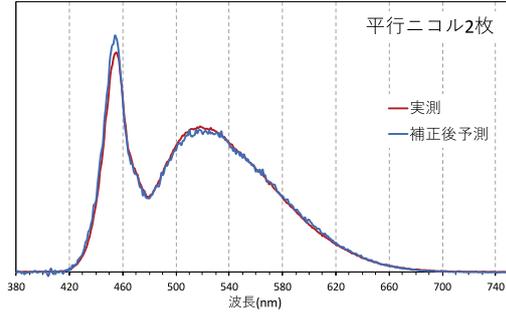
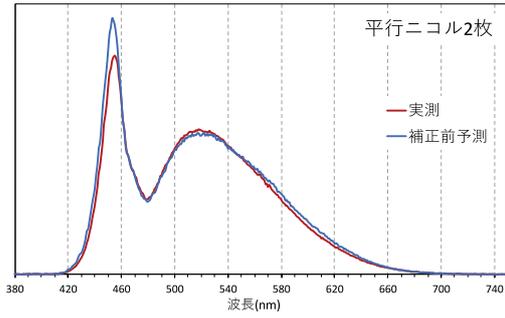
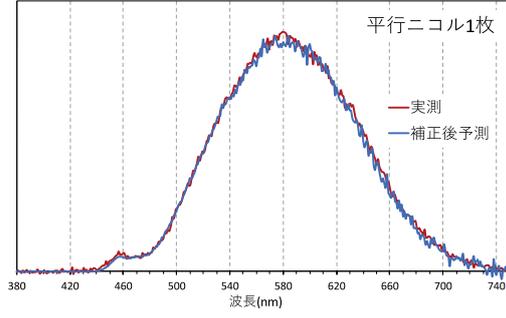
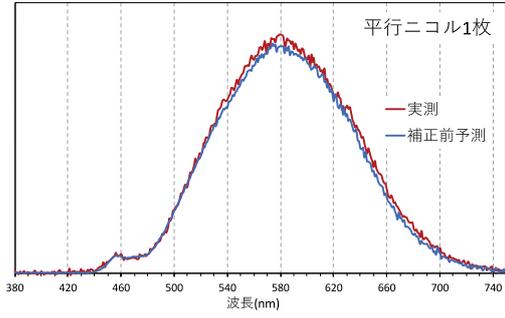
付録2 各条件での透過光スペクトル比較

※縦軸は「透過光強度（任意単位）」



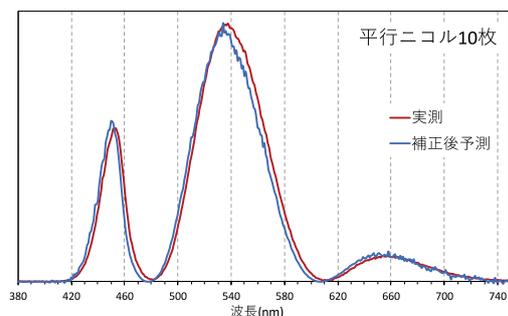
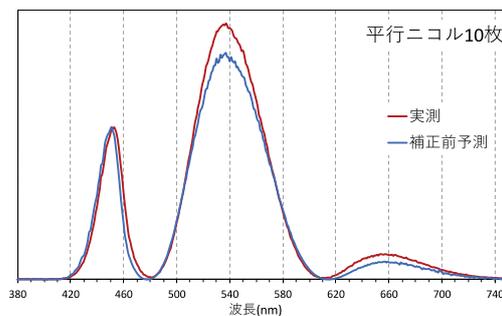
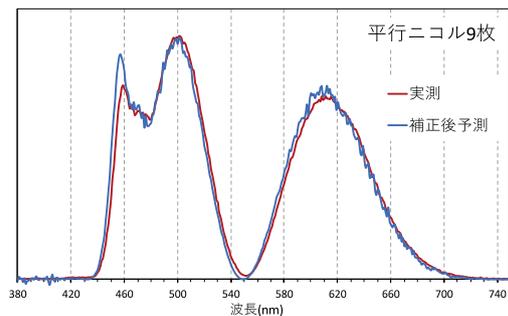
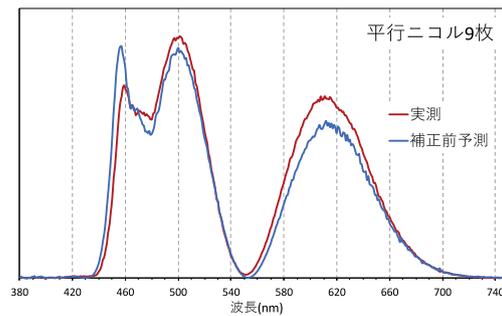
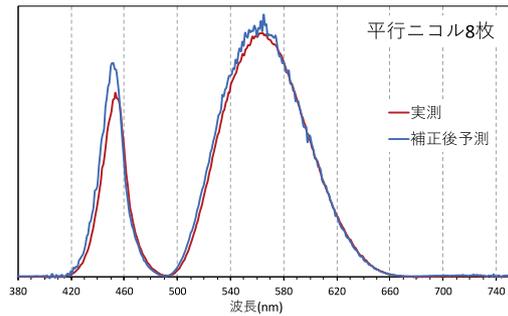
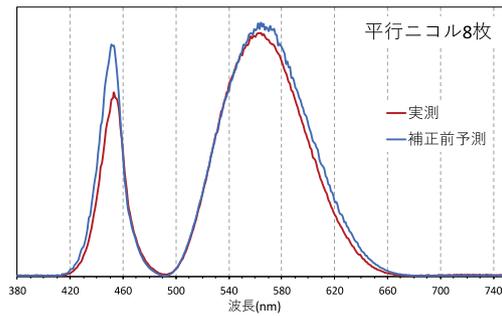
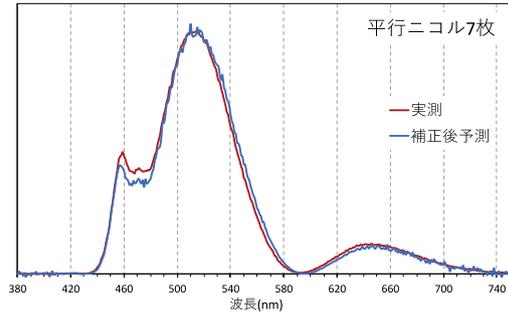
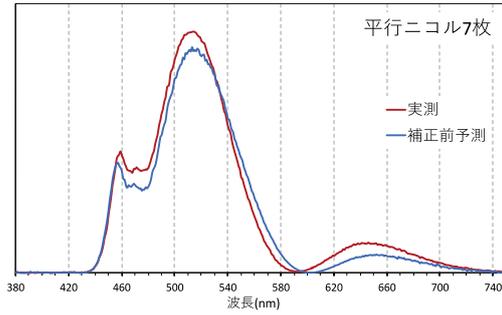
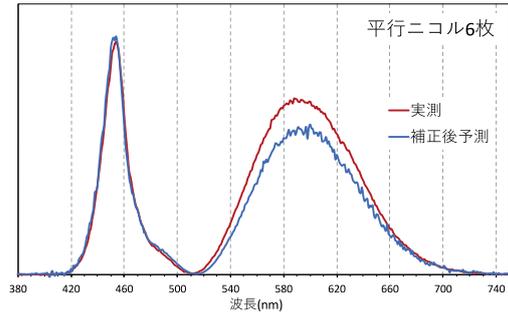
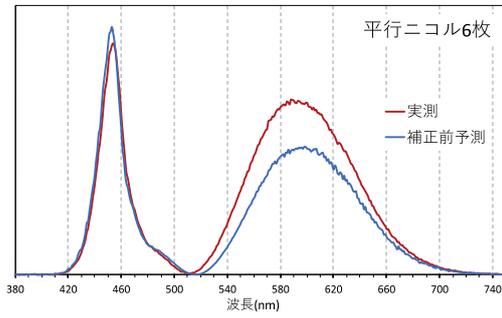
付録2 各条件での透過光スペクトル比較

※縦軸は「透過光強度 (任意単位)」



付録2 各条件での透過光スペクトル比較

※縦軸は「透過光強度 (任意単位)」



付録3 各条件でのL\*a\*b\*値とその色差の値

直交ニコル																																
1枚			2枚			3枚			4枚			5枚			6枚			7枚			8枚			9枚			10枚					
L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*
実測			実測			実測			実測			実測			実測			実測			実測			実測			実測			実測		
62.8	-6.9	1.5	44.5	10.1	54.3	32.1	-10.7	-43.6	63.4	-13.7	52.3	30.6	54.5	-36.0	48.8	-57.0	6.7	53.5	21.5	16.0	36.1	-5.7	-15.0	54.1	-12.1	12.2	42.2	35.4	-5.4	補正前		
補正前			補正前			補正前			補正前			補正前			補正前			補正前			補正前			補正前			補正前			補正前		
93.2	-3.7	-7.3	69.1	14.6	72.2	58.3	-13.4	-60.6	93.6	-11.3	76.1	45.2	82.2	-71.8	82.9	-70.7	33.0	78.3	49.4	-2.2	60.5	-31.3	-20.6	85.3	-22.9	20.1	67.2	56.4	-17.9	補正後		
補正後			補正後			補正後			補正後			補正後			補正後			補正後			補正後			補正後			補正後			補正後		
63.8	-4.3	-2.5	47.1	10.8	55.0	37.2	-12.3	-43.3	64.4	-10.3	57.3	30.7	59.1	-46.3	55.1	-56.7	24.0	54.3	31.8	2.8	39.7	-13.3	-12.7	57.5	-23.6	15.1	46.5	39.1	-6.8	(補正前-実測)		
(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)		
30.4	3.2	-8.8	24.6	4.5	17.9	26.2	-2.8	-17.0	30.2	2.4	23.8	14.6	27.8	-35.8	34.1	-13.7	26.3	24.9	27.9	-18.2	24.5	-25.6	-5.6	31.2	-10.8	7.9	25.0	21.0	-12.6	(補正後-実測)		
(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)		
1.0	2.6	-4.0	2.6	0.6	0.7	5.1	-1.6	0.3	1.0	3.4	5.0	0.1	4.7	-10.3	6.3	0.4	17.3	0.8	10.3	-13.2	3.6	-7.6	2.3	3.4	-11.5	2.9	4.3	3.7	-1.4	補正前色差ΔE		
補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE		
31.9			30.7			31.4			38.5			47.6			45.2			41.5			35.8			34.0			35.0			補正後色差ΔE		
補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE		
4.9			2.8			5.3			6.1			11.3			18.5			16.7			8.7			12.3			5.8			色差改善		
色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善		
26.9			27.9			26.0			32.4			36.3			26.7			24.8			27.1			21.7			29.1			補正後色差ΔE		

平行ニコル																																
1枚			2枚			3枚			4枚			5枚			6枚			7枚			8枚			9枚			10枚					
L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*	L*	a*	b*
実測			実測			実測			実測			実測			実測			実測			実測			実測			実測			実測		
24.2	9.3	34.0	50.8	-14.1	-16.5	57.8	4.4	60.9	21.8	34.1	-55.7	59.7	-34.6	37.5	43.1	45.4	-8.7	41.5	-54.3	-2.1	54.8	5.8	15.9	38.3	24.5	-9.6	50.5	-39.8	12.9	実測		
補正前			補正前			補正前			補正前			補正前			補正前			補正前			補正前			補正前			補正前			補正前		
40.4	12.9	49.7	79.3	-12.5	-28.6	86.4	6.7	80.8	39.1	37.5	-88.4	91.8	-38.7	59.3	64.2	73.9	-32.7	70.3	-84.0	2.7	85.1	15.7	15.0	60.3	34.6	-26.0	80.8	-55.6	16.5	補正後		
補正後			補正後			補正後			補正後			補正後			補正後			補正後			補正後			補正後			補正後			補正後		
25.9	9.8	36.8	53.2	-11.6	-19.0	59.6	4.2	61.3	24.0	29.8	-62.3	62.3	-32.2	44.1	44.6	51.3	-17.9	45.8	-60.7	2.1	58.3	5.4	13.4	41.1	29.8	-13.6	53.7	-44.1	11.2	(補正前-実測)		
(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)			(補正前-実測)		
16.1	3.6	15.7	28.5	1.7	-12.1	28.5	2.3	19.9	17.3	3.4	-32.7	32.1	-4.1	21.8	21.0	28.4	-24.1	28.8	-29.6	4.8	30.4	9.9	-0.9	22.0	10.0	-16.5	30.3	-15.7	3.6	(補正後-実測)		
(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)			(補正後-実測)		
1.7	0.4	2.8	2.4	2.5	-2.5	1.7	-0.2	0.4	2.2	-4.4	-6.6	2.6	2.4	6.6	1.5	5.8	-9.3	4.3	-6.4	4.2	3.5	-0.4	-2.6	2.7	5.3	-4.0	3.2	-4.3	-1.7	補正前色差ΔE		
補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE			補正前色差ΔE		
22.8			31.1			34.9			37.2			39.1			42.8			41.6			31.9			29.2			34.3			補正後色差ΔE		
補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE			補正後色差ΔE		
3.3			4.3			1.8			8.2			7.5			11.1			8.8			4.4			7.2			5.6			色差改善		
色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善			色差改善		
19.5			26.8			33.1			28.9			31.5			31.7			32.9			27.6			22.0			28.7			補正後色差ΔE		