

周波数応答から過渡応答の推定

——ボロノフの方法について——

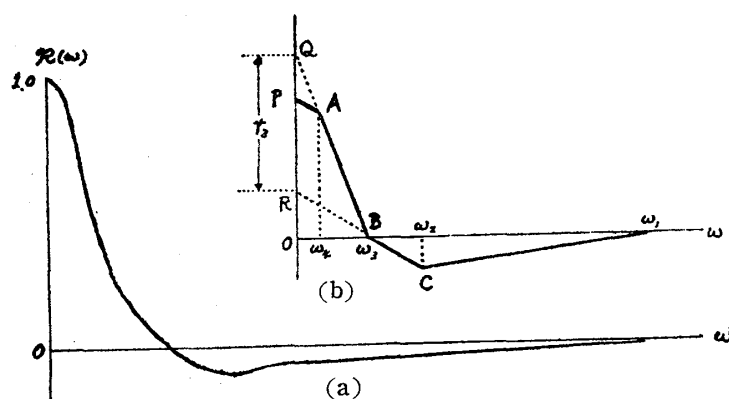
The deduction of indicial response from frequency response (on the Voronov's method)

島 村 敏

自動制御系のシンセシスにおいて、近頃は種々の方法が考えられて来たが、在来の周波数応答による設計法も閑却する事はできない。しかしながら制御の良さを決定するのは、周波数特性そのものではなく、定常特性と過渡特性であって、このうち過渡特性は、周波数特性と密接な関係を持ち、一方がわかれば他方は計算によって推定できる。

過渡特性の推定のうちでも、登り時間の大略を知る程度ならば等価な低域理想フィルタ又は二次系の伝達要素の過渡特性から極めて簡単に類推できるが、応答の詳しい時間的経過になると相当面倒な計算を必要とする。

文献¹⁾に幾つかの方法が纏めてあるが、そのうちで Voronov により提案された方法は途中でインパルス応答を求めるという余分の手続きを経ず、しかも計算も比較的簡単であり、最も実用的であると考えられる。これを簡単に述べると、ある制御系の周波数伝達関数 $G(j\omega)$ の



第 1 図

実数部 $\Re(\omega)$ が第 1 図 (a) で表わされるとき、これを同図 (b) のように n 本の折線で近似すると、 t 秒後のインディシャル応答 $O_a(t)$ は

$$O_a(t) = \sum_{i=1}^n r_i h^*(\omega_i t)$$

で与えられる。ここで、例えば $r_3 h^*(\omega_3 t)$ は (b) 図で BA の延長と BC の延長が縦軸と交わる点を Q, R とするとき

$$\vec{RQ} = r_3$$

としたもの、また $h^*(\tau)$ は次の関係で与えられる τ の関数である。

$$h^*(\tau) = \frac{2}{\pi} \left[S_i(\tau) - \frac{1 - \cos \tau}{\tau} \right]$$

$$\text{ここに } S_i(\tau) = \int_0^\tau \frac{\sin x}{x} dx$$

我々が此の方法を適用するに際して、最も問題になるのは、どの程度の折線近似で、充分実際の応答に近いものが得られるかということであろう。以下、此の事を解明するために、幾つかの実際の例に就いて計算しながら、考察を加えよう。

I

我々が実際の制御系に就いて周波数応答試験を行うのは、普通、一巡伝達要素としてであっ

て、その結果をニコルズ線図上にプロットし、直結帰還系としてゲイン調整、補償要素挿入を行う。文献²⁾によると Brown & Campbell: Principles of Servomechanisms に $G(j\omega)$ から、これを直結帰還した時の伝達関数の実数部 $\Re \left\{ \frac{G}{1+G} \right\}$ を計算する図表が与えられている。筆者は小論の為に新たに此の図を必要としたので、Nichols 線図と同じ目盛のものを計算して作製し、ここに掲げた。即ち第2図 (a) が Nichols 線図であり、(b) が $\Re \left\{ \frac{G}{1+G} \right\}$ 計算図である。

両図に画いた ①, ②, ③, ④ の四本の曲線はそれぞれ

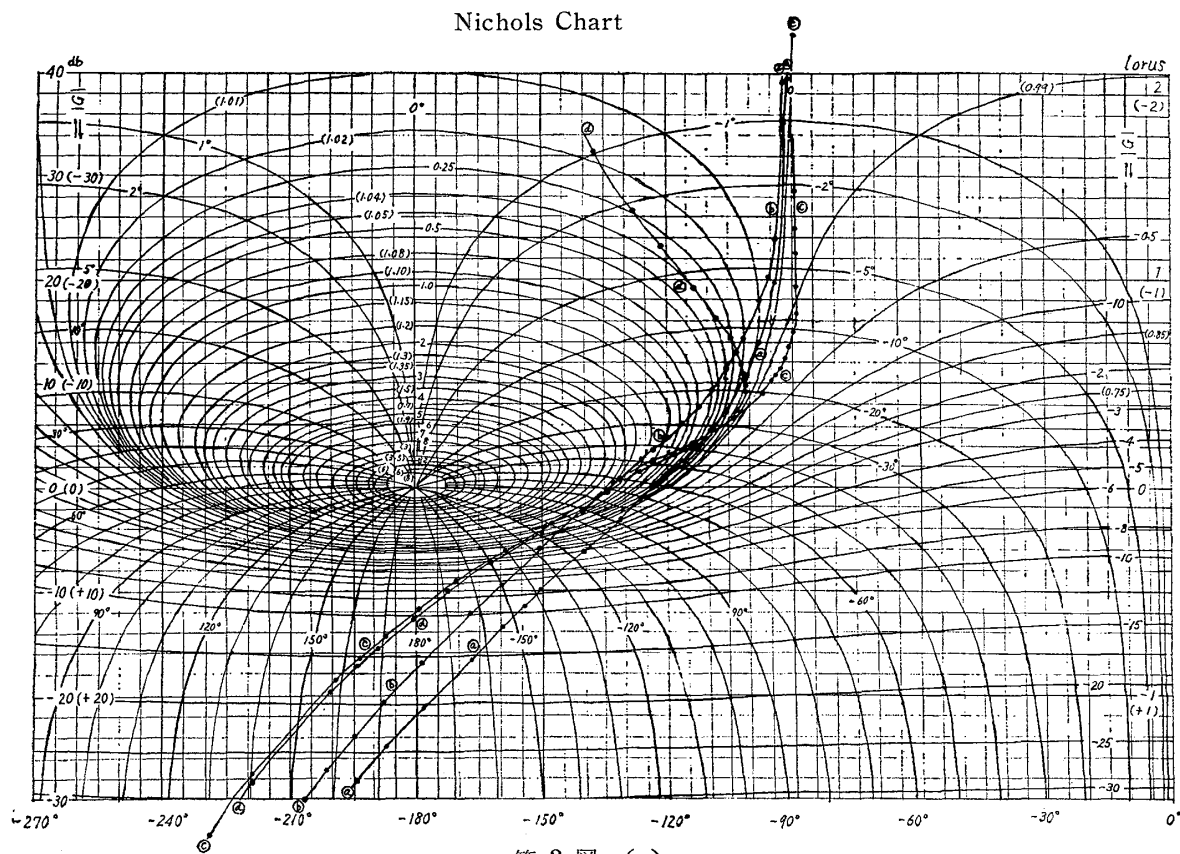
$$\textcircled{a}: G(j\omega) = \frac{1}{j\omega(1+0.1j\omega)(1+0.6j\omega)}$$

$$\textcircled{b}: G(j\omega) = \frac{1.58}{j\omega(1+0.1j\omega)(1+0.6j\omega)}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{c}: G(j\omega) &= \frac{1.58}{j\omega(1+0.1j\omega)(1+0.6j\omega)} \times 0.25 \times \frac{1+j\omega}{1+0.25j\omega} \times 6.68 \\ &= \frac{2.64(1+j\omega)}{j\omega(1+0.1j\omega)(1+0.6j\omega)(1+0.25j\omega)} \end{aligned}$$

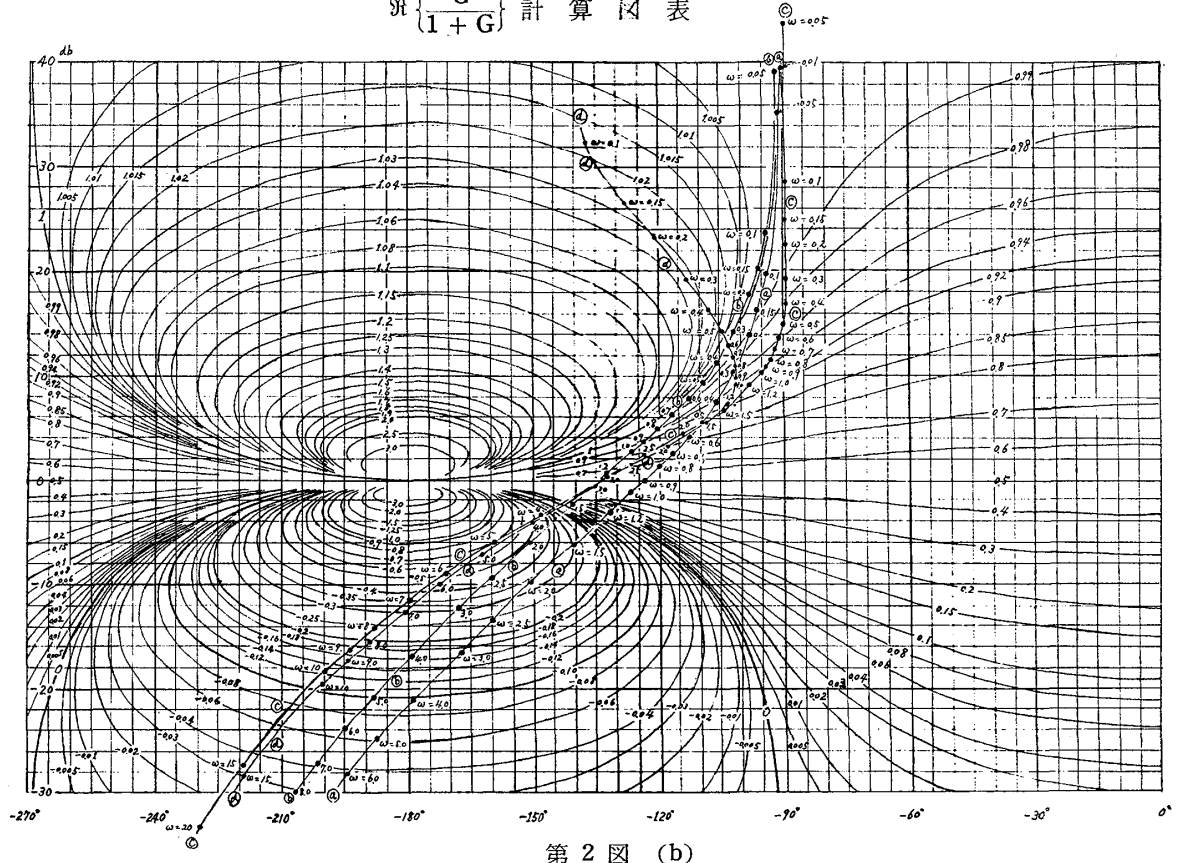
$$\begin{aligned} \textcircled{d}: G(j\omega) &= \frac{2.64(1+j\omega)}{j\omega(1+0.1j\omega)(1+0.6j\omega)(1+0.25j\omega)} \times \frac{1+7j\omega}{1+70j\omega} \times 8.91 \\ &= \frac{23.5(1+j\omega)(1+7j\omega)}{j\omega(1+0.1j\omega)(1+0.6j\omega)(1+0.25j\omega)(1+70j\omega)} \end{aligned}$$

なる一巡伝達関数を持つ制御系のゲイン-位相特性である。ここで ① は制御対象の伝達特性の一例、② は ① にゲイン調整を施して $M_p = 1.3$ としたものの、③ は ② に位相進み要素



第2図 (a)

$\Re \left\{ \frac{G}{1+G} \right\}$ 計算図表



第 2 図 (b)

を挿入した後、ゲイン調整をして $M_p = 1.3$ としたもの、④は③に更に位相遅れ要素を付加した上で、 $M_p = 1.3$ としたものである。

同じゲイン一位相曲線を二つの計算図に書かないで済む為には、ニコルズ線図にトレーシング・ペーパーをのせて、一巡周波数伝達特性から、所要の曲線をプロットし、更にそのトレーシング・ペーパーを $\Re \left\{ \frac{G}{1+G} \right\}$ 計算図の上にのせて透かし、 ω と $\Re \left\{ \frac{G}{1+G} \right\}$ の関係を読み取ればよい。(以下 $\Re \left\{ \frac{G}{1+G} \right\}$ を $\Re(\omega)$ と略記する。) この方法をとれば、ニコルズ線図と $\Re(\omega)$ 計算図とを汚さずに繰返して使用することができ、またゲイン調整はトレーシング・ペーパーを上下に平行移動させて所期の M_p の値を得るまでゲインを変えればよい。

このようにして、例えば第 2 図 (b) の ③ 曲線から第 4 図 (a) のような $\omega - \Re(\omega)$ の関係を与える図を得る。この図を正確に画く為には (1) 先に書いたゲイン一位相曲線上に或る程度細かに ω の値が記入されていること。(2) $\omega - \Re(\omega)$ 計算図の等 $\Re(\omega)$ 曲線が相当に細かに書かれていることが必要である。(2) の要求に対して、前掲第 2 図 (b) は充分に応えるものである。

II

関数 $h^*(\tau)$ は (1) 式のように正弦積分と円関数を含む相当複雑な関数であって、 $r.h^*(\omega t)$ を計算するのは可なり面倒である。一つだけを計算するのはさほどでもない様に思われるが、 $\omega - \Re(\omega)$ 図の近似折線の数 n と、求めようとする応答の時間区分の数 m との積 $m \cdot n$ 回の計算となると決して容易ではない。

ここで、関数 $h^*(\tau)$ の性質を調べてみると、
 先ず、

$$\begin{aligned} h^*(0) &= \lim_{\tau \rightarrow 0} h(\tau) \\ &= \frac{2}{\pi} \left[\lim_{\tau \rightarrow 0} Si(\tau) - \lim_{\tau \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \frac{\tau}{2}}{\frac{\tau}{2}} \right) \cdot \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\tau}{2} \right] = 0 \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

また

$$\frac{dh^*(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sin \frac{\tau}{2}}{\frac{\tau}{2}} \right)^2 \geq 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{dh^*(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{\pi} \doteq 0.3 \dots\dots\dots(4)$$

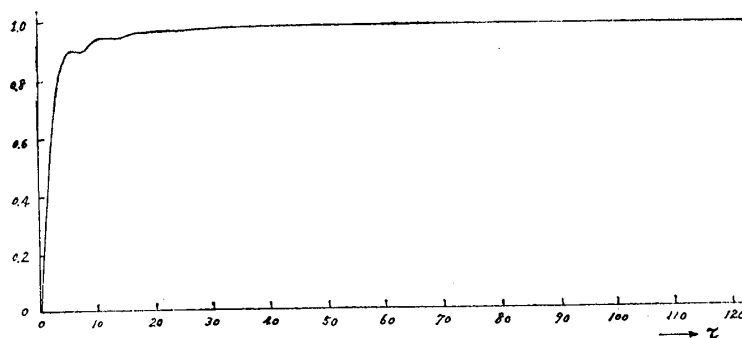
$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} h^*(\tau) = \frac{2}{\pi} \left[\lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} \frac{\sin x}{x} dx - 2 \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 \frac{\tau}{2}}{\tau} \right]$$

$$\text{ここで } \frac{2}{\pi} \cdot \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{2}{\pi} \times \frac{\pi}{2} = 1$$

$$\left| 2 \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 \frac{\tau}{2}}{\tau} \right| \leq 2 \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1^2}{\tau} = 0$$

$$\therefore \lim_{\tau \rightarrow \infty} h^*(\tau) = 1 \dots\dots\dots(5)$$

τ が正数の時、 $h^*(\tau)$ は原点から勾配 $\frac{1}{\pi}$ で単調増加し、やがて 1 に近づく関数であることがわかる。グラフに書くと第 3 図の如くであって、これに対しては



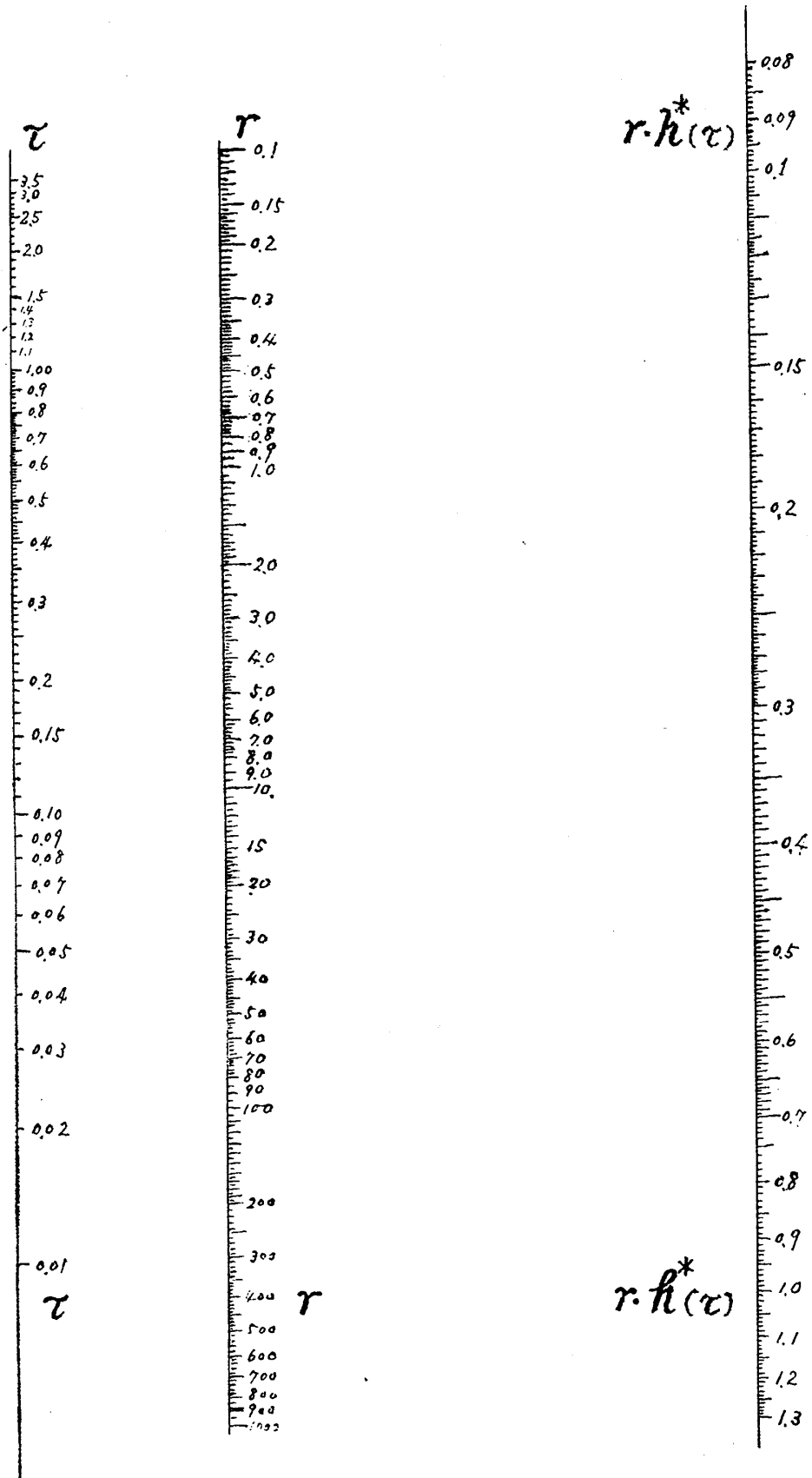
第 3 図 $h^*(\tau)$ 関数のグラフ

$$h^*(\tau) \doteq 0.3\tau \quad (\tau: 0 \sim 2.5)$$

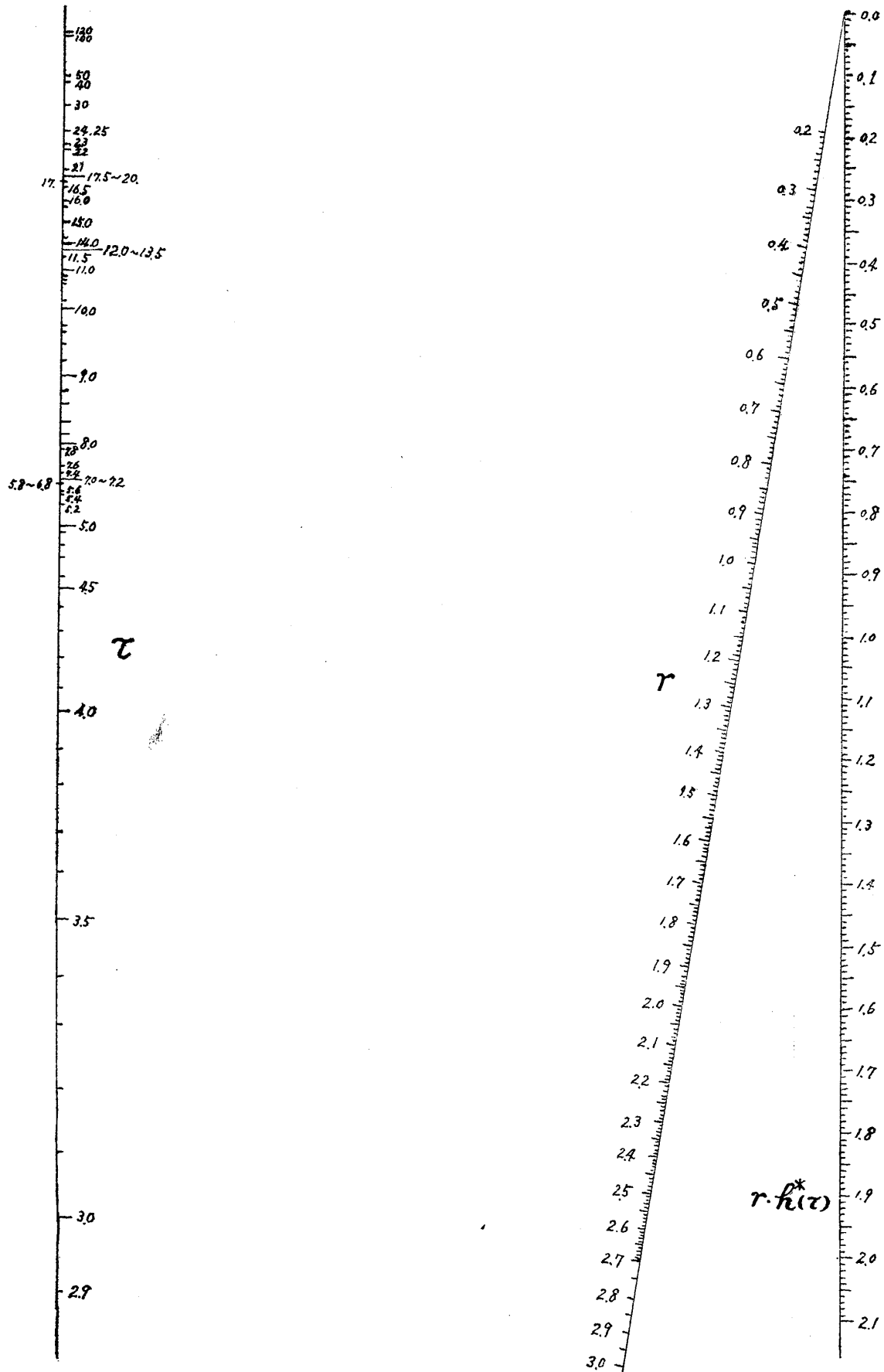
$$h^*(\tau) \doteq 1 - \frac{0.6}{\tau} \quad (\tau: 2.5 \sim 120)$$

が、 τ の各範囲で最当高い近似度を持つ近似式として成り立つ。

とに角、 $h^*(\tau)$ を構成する $Si(\tau)$ や $\cos \tau$ が、それぞれ非常に劇しい振動をする多価関数であるのに対して、 $h^*(\tau)$ が単調増加関数であるという事は、我々に計算図表の可能性を与えて呉れる。しかしながら、第 3 図に見られるように、関数 $h^*(\tau)$ は、 τ の小さい時は急激にその値が変化し、 τ の値が大きくなると、 $h^*(\tau)$ の値は非常に 1 に近くなり、その値は殆ど変化しないので、 τ の大きさにより、少くとも 2 種類以上の計算図表を作らなければ、充分な必要桁数だけ読み取ることとはできない。この事を考慮した計算図の作製例を (I) と (II) に



計算図表 I



計算図表 II

示した。(I)は τ が小さい時に使うと便利であるように、対数目盛を利用した共線図表で、

$$\tau: 0.01 \sim 3.0$$

に対して利用できる。

(II)は $\tau: 3.0 \sim 120$ に対して利用するためのもので、目盛を普通目盛としたN型の共線図表である。

特に(II)は $r \cdot h^*(\omega t)$ の値が0.2乃至2.0位の時に有効数字で4桁読み取れるようにした。(本方法に於てはその位の処が最も頻繁に現われる。)なお両図とも τ の目盛は特殊な関数尺であるので、小数点をずらす事はできないが、 r 尺および $r \cdot h^*(\tau)$ 尺に就いては対数尺又は普通目盛であるから、小数点をずらして用いることができる。

ただし数値が読み取り難くなる時、たとえば(II)で、 $r \cdot h^*(\omega t)$ が2.0より大きくなる時、(第9図の②の曲線などがその場合である)、0.2, 0.3, 0.4付近の目盛では充分使用に耐えられる数値を読み取る事ができないので、更に此の部分の読み易い計算図(省略)を用いるか、又は $h^*(\tau)$ 関数表と筆算とによるべきである。

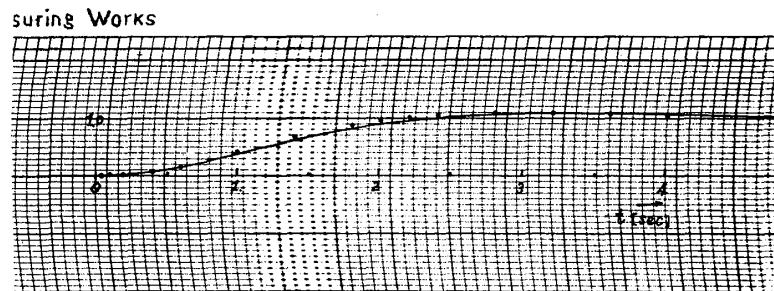
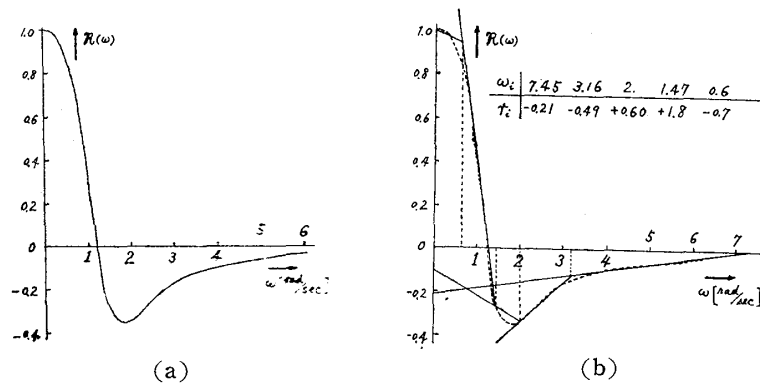
III

このようにして第2図(a)(b)の①及び②の二つ、すなわち一巡伝達関数が

$$\frac{1}{j\omega(1+0.1j\omega)(1+0.6j\omega)} \quad \frac{1.58}{j\omega(1+0.1j\omega)(1+0.6j\omega)}$$

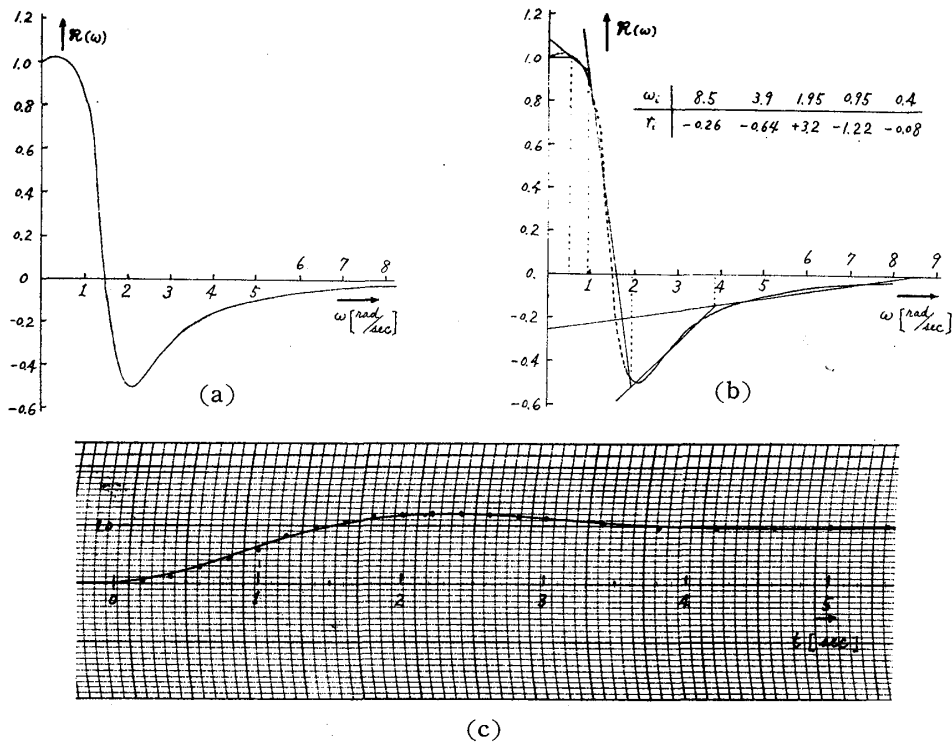
の時、これを直結帰還したものについて、単位関数状入力を印加した時の出力、すなわち過渡応答を求める。

第2図(b)の①及び②曲線から ω と $\Re(\omega)$ の関係を求めると、それぞれ第4図、第5図の(a)のグラフとなる。この曲線を(b)図のようにそれぞれ5本の折線で近似する。そ



(c)

第4図



第 5 図

の時の各 ω 及び r の値は付記の通りである。これから、ボロノフの方法によって過渡応答を計算したものと、アナログ型電子計算機でこの伝達系を simulate して計算したものとを比較してみる。すなわち (c) 図の曲線は電子計算機のペン書きオシロで書かれたもの、黒丸で表わしたものが、ボロノフの方法によるものである。

これにより、途中で相当多くの誤差の入る機会が考えられるのに、実際の応答に対して非常に近い近似結果の得られる事がわかる。誤差の入る機会というのは、一巡伝達関数から、 ω , r , θ の関係を求める時に、(r , θ は一巡伝達関数のゲイン及び、位相差) ゲイン尺、位相尺を用いている事、次にゲイン調整の際のニコルズ線図上のゲインの読み取り、更に $\omega - \Re(\omega)$ 計算図からの ω , $\Re(\omega)$ の値の読み取り、折線近似による誤差、そうして最後に $r \cdot h^*(\tau)$ 計算図表による誤差である。

しかし何と云っても折線近似による誤差が最も大きいと思われる。その他の誤差はこれに較べて無視できるものとすれば、更に折線近似の度を高めるに従って、この Voronov の方法による計算結果が、実際の応答に極めて近いものを与えてくれると考えて差支えないであろう。

なお、ここで用いた電子計算機は TOSAC-IV 簡易低速アナログ型(東京芝浦電気)である。

IV

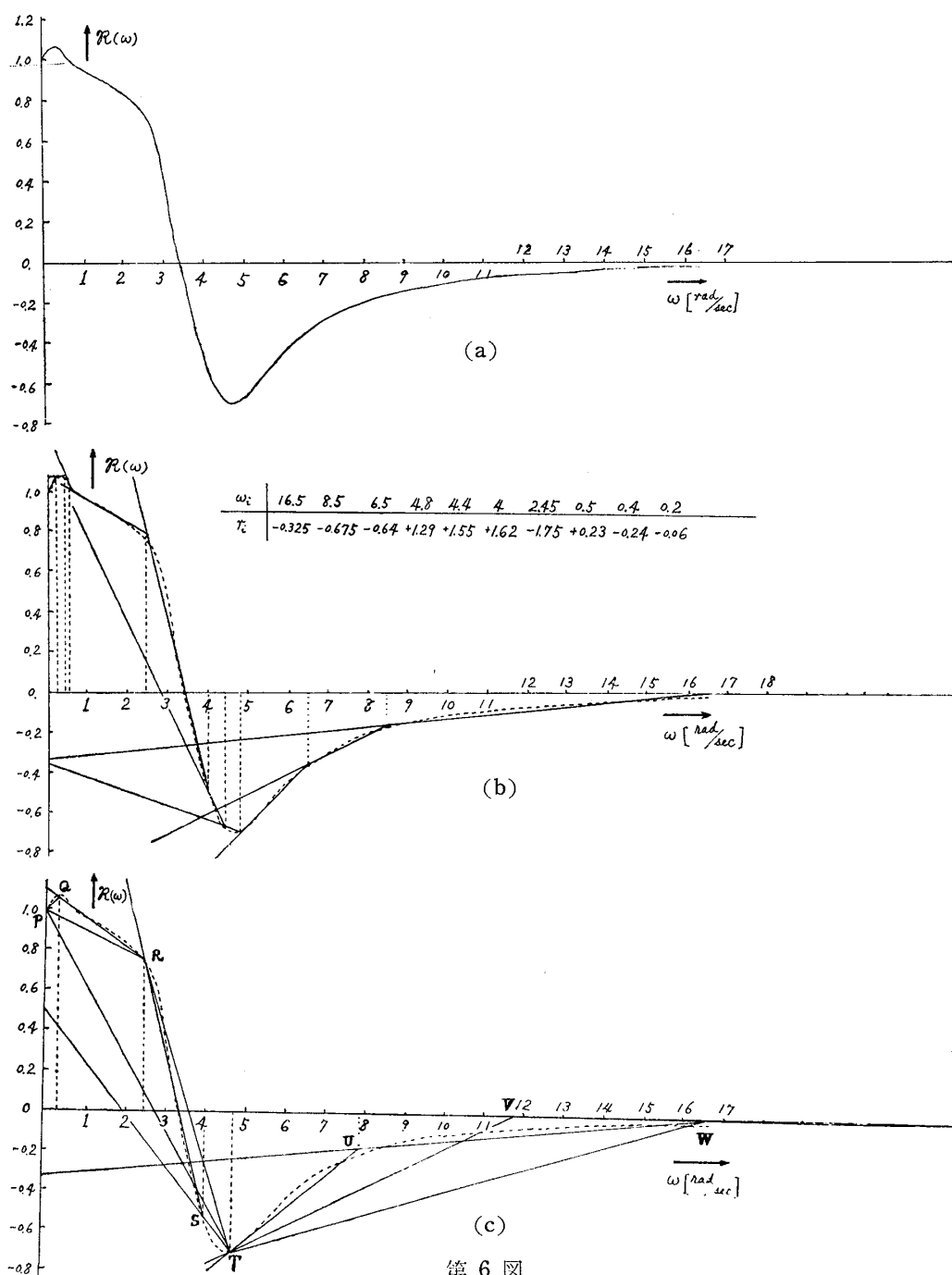
前節の叙述に従って、我々が Voronov の方法を適用するのに、どの程度の精密さで折線近似をしたらよいかを調べよう。

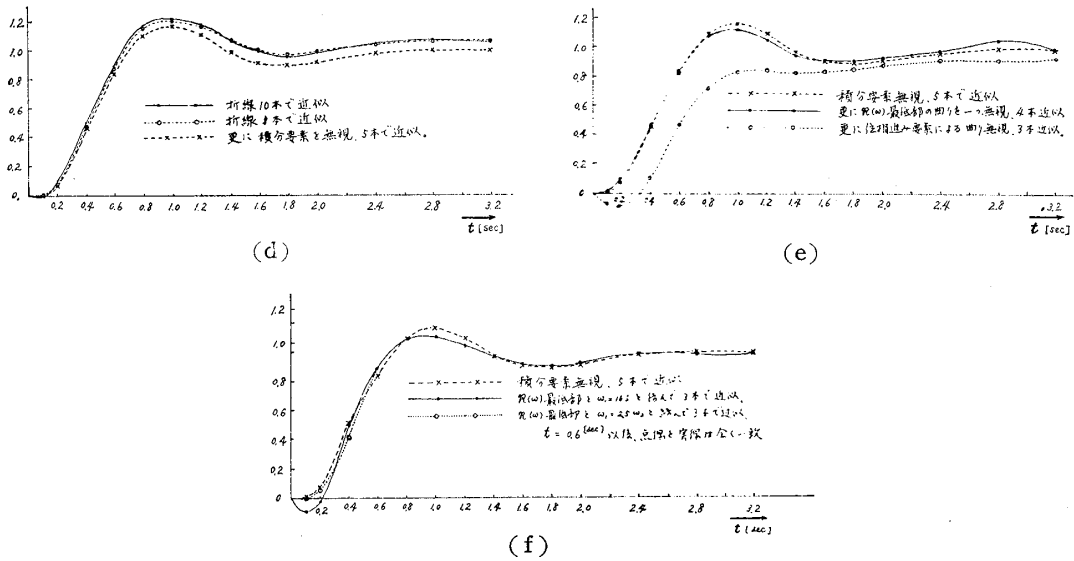
第 6 図 (a) は第 2 図 (b) の ④ 曲線の $\omega - \Re(\omega)$ 図である。 $\omega = 0.3$ [rad/sec] 付近の非常に周波数の低いところで、 $\Re(\omega)$ が高くなっているのは、位相遅れ要素の影響で、次の $\omega = 2.5$ 付近で肩が上っているのは位相進み要素によるものである。全体として曲線が可なり

複雑になっているので、相当、細かに近似せぬと、十分に曲線が追い切れない。

まず、これを同図 (b) のように 10 本の折線で近似した場合について、過渡応答を計算した結果が第 6 図 (d) の実線で与えた応答曲線である。これは $\omega - \Re(\omega)$ 曲線を非常に高い程度に近似しているので、この計算結果は、ほぼ実際の応答を与えているものと考えてよいであろう。しかしながら、計算回数は極めて多く、この場合は応答曲線上の一点について、折線の本数、すなわち 10 個の $r \cdot h^*(\omega t)$ を求めている。

先の場合に対して、第 6 図 (c) の
W—U—T—S—R—Q—P





第 6 図

の 6 本の折線で近似した場合の応答を (d) 図の点線で示す。計算の手数は前回の 6 割で済むが、求められた応答曲線に大きな差異はない。少なくとも、この程度の近似で十分満足できる結果が得られるようである。

次に (c) 図の $P-Q-R$ の部分の突起を無視して $P-R$ を一直線で結んだらどうなるだろうか。これは定常偏差をなくするための位相遅れ要素の過渡応答への影響を無視したことになる。即ち

$$W-U-T-S-R-P$$

の 5 本による折線近似であるが、その結果は (d) 図の破線のようにあって、相当近似度が悪くなっており、位相遅れ要素による曲りの部分を全く無視し去る事はできないことがわかる。

先のように、積分要素による曲りを無視した上で、更に $\Re(\omega)$ の最低点付近の曲りを、一層荒く近似してみる。折線を (c) 図で

$$W-U-T-R-P$$

としたもの、すなわち、先の場合の S の部分の折線近似の忠実度を落としたものである。応答曲線を (e) 図に実線で示す。比較のために先の積分要素までを無視した時の応答を再び破線で記した。この二つを比較すると殆ど差がなくて、この付近の曲りの影響は比較的少い様である。

ここで、更に (c) 図の点 R の部分の曲り、すなわち、位相進み要素挿入による曲線部分を無視し、折線 3 本、すなわち

$$W-U-T-P$$

とした時の応答曲線を画くと (e) 図の点線のようなものである。この付近の曲りは絶対に無視できないことがわかる。

そこで、位相進み要素は無視せぬ事にして (c) 図の

$$W-T-R-P$$

の3本の折線で近似してみる。これは $\Re(\omega)$ の最低点付近を最も荒く近似したものであるが、その応答曲線は (f) 図の実線で示した。比較の為に記した破線の応答曲線は積分要素を無視し、5本の折線で近似したものである。この結果は先の

W—U—T—R—P

の4本の折線による近似と可なり似たものであるが、立ち上りの部分の負になる処が著しく悪い。周波数の高い部分で、曲線の近似度が悪いのであるから無理もないが、今の場合では ω_2 として $\Re(\omega)$ が最小となる点、 ω_1 としては、最初にした $\omega = 16.5$ [rad/sec] を全然変えていないので、近似度が非常に悪くなっている。

ω_2 に対する ω_1 の値の取り方を工夫して、折線による近似度を高めるようにすることを考えよう。いろいろ計算してみると、

$$\omega_1 = 2.5 \omega_2$$

程度に選ぶと良いようである。即ち (c) 図において

V—T—R—P

の3本で折線近似した場合を (f) 図に点線で示した。即ち立ち上り部分は充分改善され、最低点付近の曲りは充分に近似されうる事がわかった。

以上調べて来た事を要約すると、計算の手数をできるだけ減らしながら、しかも実際の過渡特性に充分近い応答曲線を得るには次のようにすればよい。

1. $\Re(\omega)$ が最小の時の周波数を ω_2 とする。
2. $\omega_1 = 2.5 \omega_2$ として、 $(\omega_1, 0)$, $(\omega_2, \Re(\omega_2))$ を結ぶ直線を一つの近似折線とする。
3. 位相遅れ要素が含まれぬ場合、 $\omega = 0$ と ω_2 の間の少くとも一点で直線を折って近似する。(特に位相進み要素が含まれてなくても普通、一回は折る必要がある。)
4. 位相遅れ要素がある場合は、一度 $\Re(\omega)$ が1より大になるので、その部分で更に折線を一つ増す。

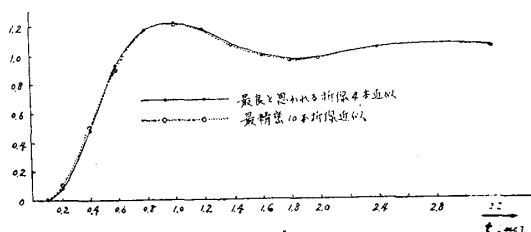
この結果、位相遅れ要素が挿入されていても、最小の場合は4本の折線で近似する事ができる。このようにして前例の制御系の過渡応答を求める。

第6図 (c) で近似折線を

V—T—R—Q—P

の4本とする。このときの ω_i , r_i は次のように選んでいる。

$$\begin{array}{llll} \omega_1 = 11.75 & \omega_2 = 4.3 & \omega_3 = 2.48 & \omega_4 = 0.31 \\ r_1 = -1.08 & r_2 = +3.9 & r_3 = -1.71 & r_4 = -0.11 \end{array}$$

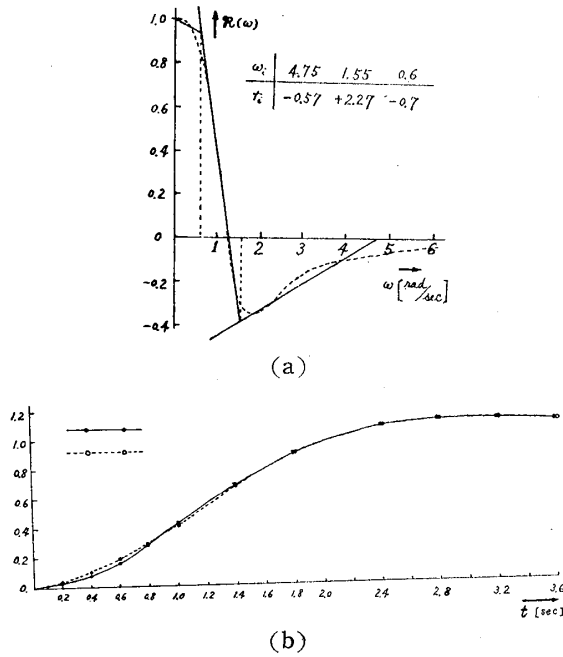


第7図

これを計算した結果を第7図に実線で示す。点線で書いたのは、最初に10本の折線で最も精密に近似した場合のものであって、非常に良い近似応答曲線が得られた。

更に一例をあげよう。第2図の曲線④については先に5本の折線で近似して計算したが、

これを前掲の原則に従って3本の(積分要素が挿入されていないため)折線で近似して応答曲線を求める。第8図(a)のように近似して計



第 8 図

算した結果を (b) 図の点線で示した。実線で書いたのは先に第 4 図 (c) に黒丸で記したものを比較のためにのせたものである。

これらの例から見て、このボロノフの方法が簡単に適用できることがわかったが、以上述べたのは多分に経験的な推論を含んでいるので、疑わしい結果が出たときは幾分折線の本数を増して比較する要がある。

我々が例として採用した位相進み遅れ要素挿入の制御系も式で表示されている以上、アナログ型電子計算機で過渡応答は求められる筈であるが、遅れ要素を少し利かせると、(殊に積分ゲインが大きい時は) 実時間演算は勿論のこと、タイム・スケールを適当に変換しても machine time constant は可なり大きくなり、その為に計算機演算素子として、やや大きい抵抗が必要となり、幾分計算しに

くい。更に実際の制御系の周波数特性がボード線図のみで与えられている時に過渡応答を推定するには、この Voronov の方法は最も実用的と考えられる。

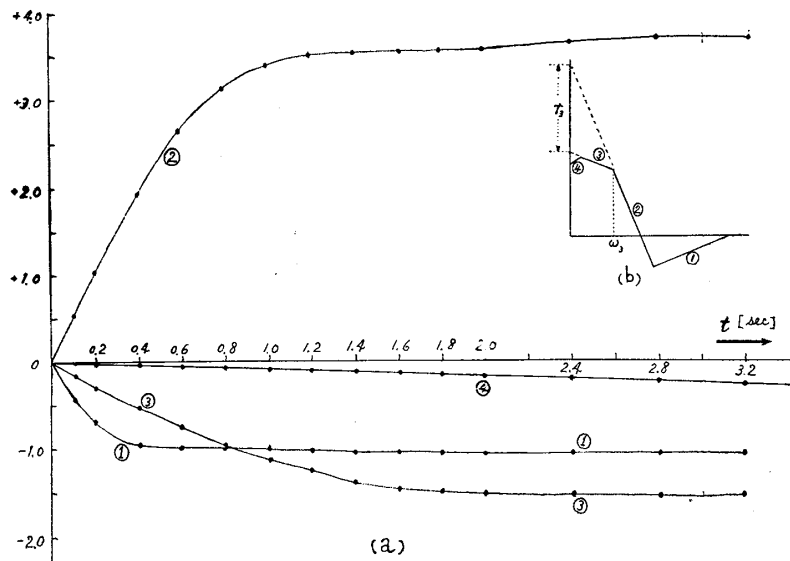
V

第 7 図の実線で示した応答曲線が、位相進み遅れ要素の $\omega - \Re(\omega)$ 図を 5 本の折線で近似したものであることは前述の通りである。

この場合の

$$O_a(t) = \sum_{i=1}^5 r_i \cdot h^*(\omega_i t)$$

の各項の変化を図示すると第 9 図のようである。例えば (a) 図の ③ の曲線は (b) 図の ③



第 9 図

の折線で規定される ω_3 と r_3 により与えられる $r_3 \cdot h^*(\omega_3 t)$ の項の変化を示す。これにより、どの辺の周波数成分が最も大きな影響を与えるかが明らかになる。即ち ② の折線のとり方は応答曲線の全体に亘って最も関係が深い。応答曲線の立上りに対しては ① の折線の引き方が問題となり、そうして ③ の折線は t が大きくなったところで大きく影響を与える。位相遅れ要素による折線、すなわち ④ も無視すれば応答曲線は崩れるが、積分要素の目的——過渡特性に大きな影響を与えることなく、定常特性を改善する機能——は此の結果からも窺われる。第 9 図は全体として、第 IV 節で暗中模索した折線の引き方に対し可なりはっきりした根拠を与える。

各成分を表わす曲線はすべて関数 $h^*(\tau)$ の graph であるので、応答 $O_a(t)$ が最大値を超えて、 t が或る程度以上大きくなった時の振動状態まで詳しく求めるには、余り近似折線の本数を少くしてはならぬことがわかる。言い換えれば本数の少い時は t が余り大きくなった場合、理論的に余り良い近似応答を期待することはできない。

しかしながら

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} h^*(\tau) = 1$$

であるから、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} O_a(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n r_i h^*(\omega_i t) = \sum_{i=1}^n r_i \cdot \lim_{t \rightarrow \infty} h^*(\omega_i t) = \sum_{i=1}^n r_i = 1$$

故に最終的には必ず過渡応答曲線は 1 に収斂する事がわかっているの、実際に現われる $M_p \leq 1.5$ 程度の余り振動性の強くないものならば、實際上殆ど差支えない。

VI

Voronov の方法で折点を一つふやして近似の度を高めた時の効果について少し考察を加える。

第 10 図に於て最初 PK で近似した部分を PQ と QK とで近似しなおしたとする。

前者 (P—K) の場合の t 秒後の応答を $O_a(t)$ とすると

$$O_a(t) = r_1 \cdot h^*(\omega_1 t) + r_2 \cdot h^*(\omega_2 t) \quad \cdots \cdots (A)$$

後者 (P—Q—K) の場合の t 秒後の応答を $O'_a(t)$ とすると

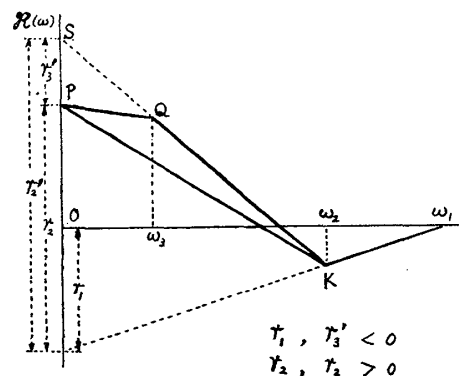
$$O'_a(t) = r_1 \cdot h^*(\omega_1 t) + r_2' \cdot h^*(\omega_2 t) + r_3' \cdot h^*(\omega_3 t) \quad \cdots \cdots (B)$$

(A) 式を変形すると

$$\begin{aligned} O_a(t) &= r_1 \cdot h^*(\omega_1 t) + (r_2' + r_3') \cdot h^*(\omega_2 t) \\ &= r_1 h^*(\omega_1 t) + r_2' \cdot h^*(\omega_2 t) + r_3' \cdot h^*(\omega_2 t) \\ &= r_1 \cdot h^*(\omega_1 t) + r_2' \cdot h^*(\omega_2 t) + r_3' \cdot h^*(\omega_3 t) \\ &\quad + \{r_3' \cdot h^*(\omega_2 t) - r_3' \cdot h^*(\omega_3 t)\} \\ &= O'_a(t) + r_3' \cdot \{h^*(\omega_2 t) - h^*(\omega_3 t)\} \end{aligned}$$

ここで $r_3' < 0$

また、 $h^*(\tau)$ は増加関数で、 $\omega_2 > \omega_3$ であるから



第 10 図

$$h^*(\omega_2 t) > h^*(\omega_3 t) \\ \therefore O_a(t) < O_a'(t)$$

以上は Q 点が直線 PK よりも上方にあるとき ($\omega - \Re(\omega)$ 曲線が上に凸になっている) であるが、逆に下方にあるときは

$$r_3' > 0$$

であるから

$$O_a(t) > O_a'(t)$$

従って位相進み要素や遅れ要素による曲りを無視した時に $O_a(t)$ の値、すなわち応答図形がずっと下った理由も明らかである。

「一般に上に凸になっている $\omega - \Re(\omega)$ 曲線を、その曲線上の二点を結ぶ弧で近似した時は、 $O_a(t)$ の値は実際の値より小さくなる。」

次に、比較的 ω が大きい部分の曲線の細かい曲りを無視した時は、 ω が小さい部分の曲りを無視した時ほど大きく影響しない理由を考える。

ω が大きく、 t も相当大きい時は、 $h^*(\omega t)$ がほぼ飽和していて、前記 (B) 式で、

$$h^*(\omega_2 t) \doteq h^*(\omega_3 t) \dots \dots \dots (C)$$

が成り立ち、従って

$$O_a(t) \doteq O_a'(t)$$

となるからである。但し、 t が小さい時、すなわち応答図形の立上りの部分では、(C) 式が成り立たないので、誤差が大きくなる。

普通、過渡応答においては、系の周波数の高い方の成分に対する周波数特性が大きな影響を与えていることはよく知られているとうりであるが、これを一度 $\omega - \Re(\omega)$ 図に書きなおすと、 $h^*(\tau)$ 関数の性質から、周波数の小さい時の曲りも大胆に無視することは危険になって来るのである。

なお、以上の Voronov の方法を適用するに際しては、低域理想フィルターや等価二次系の過渡応答の結果により、前以て、登り時間の凡の値を知って、適当な t の値を選定しておく、無益な計算を省くことができる。

文献 1) 伊沢計介「自動制御入門」、オーム社

文献 2) 「自動制御便覧」、コロナ社

The deduction of indicial response from frequency response

(on the Voronov's method)

In the control engineering it is often required to deduce indicial response from frequency response. For this purpose several methods have been discussed. The method given by Voronov seems to be the most practical of all, because you can obtain necessary result at once without obtaining impulse response and that the calculation is not so complex. In these treatise I mentioned how to apply this Voronov's method efficiently, and you will be sure that we can easily obtain good approximate indicial response by tolerably rough application.