

# 霜柱の生長に関する研究\*

金光 達太郎  
(造園工学研究室)

## Studies on the Growth of Frost Pillars

Tatsutarō KONKŌ  
*Laboratory of Landscape Engineering*

### 目 次

序論	62	$D_w$ との関係	72
はじめに	62	§ 3・5 考察	72
1. 研究の背景	62	まとめ	72
2. 従来の研究の概要	62	第3部 霜柱の生長方程式	72
3. 研究の目的	63	第1章 研究の目的と方針	72
第1部 土壤の起霜機能	63	第2章 実験方法	72
第1章 霜柱の発生条件	63	§ 2・1 霜柱の生長自記装置	72
第2章 土壤の起霜機能	64	§ 2・2 起霜地面の準備	74
§ 2・1 各地土壤の起霜機能	64	§ 2・3 霜柱重量の測定方法	74
§ 2・2 微粒子を取りのぞいた土壤の起霜機能	65	§ 2・4 気象要素の測定方法	75
§ 2・3 種々の微粒子の起霜機能	66	第3章 実験の結果とその考察	75
まとめ	68	§ 3・1 快晴の夜の霜柱生長曲線	75
第2部 土壤の給水機能	68	§ 3・2 雲の出た夜の霜柱生長曲線	75
第1章 研究の目的と方針	68	§ 3・3 放射を妨げた霜柱の生長曲線	76
第2章 実験方法	68	§ 3・4 生長中の霜柱を取り去ったあと に生長する霜柱の生長曲線	77
§ 2・1 実験材料	68	§ 3・5 0℃以上の空气中で生長する霜 柱の生長曲線	77
§ 2・2 実験項目	68	第4章 霜柱の生長方程式 (要約)	77
§ 2・3 実験方法	69	総 括	78
第3章 実験の結果と考察	70	摘 要	79
§ 3・1 間隙率, 透水係数, 毛管力の測定値	70	謝 辞	80
§ 3・2 霜柱発生水分域と $pF$ との関係	70	記 号 表	81
§ 3・3 霜柱発生水分域と不飽和透水係 数 $K_u$ および, これに毛管力を乗 じた $K_u \cdot H_s$ との関係	70	引用文献	83
§ 3・4 霜柱発生水分域と水分拡散係数		Summary	85

\* 本論文は東京大学審査博士論文である。ただし第3部の第4章は、本論文の極めて重要な部分であるが、農業気象に発表予定のため重複を避け、要約にとどめた。

## 序 論

### はじめに

霜柱は、農業、土木、造園の分野で、大きな問題を提起している。すなわち、冬作物の根を押し上げて生育を妨げ、運動場の長期にわたる霜どけのぬかるみをもたらす、道路を破壊し、場合によっては山腹や法面の崩壊をもたらすこともある。

霜柱の生長は、気象と土壌の双方の条件によって決まる。本研究では、まず土壌の条件を、水を土壌から氷柱として析出する機能と霜柱の底面に水を供給する機能の2つに分けて研究した。次に気象条件を考慮した霜柱の生長方程式をたて、これらによって、霜柱の生長の具体的条件を明らかにしようとしたものである。

### 1. 研究の背景

霜柱は、冬の朝の最低気温が、しばしば $0^{\circ}\text{C}$ ～ $-10^{\circ}\text{C}$ になるという気象条件と、火山灰を含むという土壌条件の両方をそなえ、しかも雪の少ない地方の地表によく見られる現象である。

わが国では関東平野がその代表的な地域で、これに、中部地方、東北地方南部の平野地域が加えられる。

霜柱は、農業上では特に冬作物に大きな被害をもたらす。麦類、牧草類の根を押しあげて切断し、作物の水分吸収を妨げ、はなはだしいときには枯死させてしまう。

霜柱は、道路や緑地の分野でも大きな影響がある。山腹や法面などの崩壊をもたらす、斜面保護、法面緑化に対する重大な妨害因子として働いている。

さらに、霜柱が融解したあとのぬかるみの現象は、土道、運動場の機能を決定的に麻痺させるものとなっている。

ぬかるみ現象は、多量の降雨のあとにも生ずる現象であって、霜柱だけに伴う現象ではない。しかし、降雨のためのぬかるみは、2～3日で解消するのに反し霜柱の融解によるぬかるみは、ところによっては12月から3月までの長期にわたって毎日のように繰返され、その影響は極めて深刻である。

小中学校の校庭などでは、アスファルトコンクリートのような堅い舗装は学童たちの関節にオスグッドシュラッテル氏病などを誘発するため、なるべく避けたいという要望が強いにもかかわらず、冬中つづく霜融けぬかるみに困って、止むなくアスファルトコンクリート舗装をするところが多いのが現状である。

以上は、地表附近に生ずる霜柱に限っての問題であるが、地下に発生する霜柱によっておきる凍土が人間

生活に及ぼす影響は、さらに広い分野と地域に及んでいる。

農地の面では、北海道、東北北部の火山灰地において、凍土した土壌の隔解時に、凍土によって吸上げられていた大量の過剰水分が地表もしくは凍結層の中を通過して急激に流出し、この繰返しによって地力が著しく消耗されることも報告されている。<sup>(65)(66)</sup>

さらに、耕土に多量に集積された氷のため、春先の地温上昇が遅れ、同時に、過剰水によるぬかるみのため農耕作業が遅延されるなど、その被害は甚大である。<sup>(67)</sup>

凍土の影響は、土木、建築の分野で広く世界各地の寒冷地に及んでいる。

身近なところでは、東北、北海道地方における鉄道線路の不整凍土問題、建築物、構造物の破壊があり、遠くはアラスカのハイウェイ、カナダの飛行場などでもfrost-boils（霜によるオデキ）と敬遠されている舗装の破壊など、凍土問題は大きな課題になっている。<sup>(9)</sup>

また、最近では、流動性泥質土などで、排水をせずに地下工事を行うための凍結工法が盛んになってきているが、ここでも凍土の影響は遅けて通れない問題となっている。

以上、霜柱と凍土を一応2つに分けて、それぞれが農業、緑地、土木、建築などにおよぼす影響をのべたが、霜柱も凍土も要するに土壌から氷晶が分離する現象であり、霜柱の発生と生長を含むものである。

したがって、霜柱の発生と生長の現象を明確に探究することが、凍土を含む広範な分野の諸問題の解決の基礎となることは言うまでもない。

### 2. 従来の研究の概要

1870年頃から1880年代にかけて、霜柱を見たというような断片的な報告が、Nature誌の寄書欄に盛んに掲載されたことがある。<sup>(26)</sup>しかしそれらは、英国では珍しい現象だったために興味を持たただけで、その後詳しい研究は報告されていないとのことである。<sup>(34)</sup>

わが国では、霜柱は決して珍しいものではないが、研究した人といえば、稲垣・後藤の両氏の報告（明治32年）<sup>(10)</sup>が最初のものである。両氏は、霜柱が上に向かって伸びあがる原因から、押しあがる力の測定にいたるまで、広く深く研究を行い、霜柱研究の第一段階を確立した。しかし、これに続く研究はその後しばらく途絶え、大正13年に藤原咲平<sup>(4)</sup>が物理的考察を行ったのが、27年ぶりのことであった。

この頃からアメリカ合衆国をはじめ西欧諸国で、道

路関係者を中心に、凍土の研究が盛んになってきた。WINTERMYER<sup>(64)</sup>、ROSE<sup>(46)</sup>、TABER<sup>(51)(52)(53)</sup>、MULLIS<sup>(32)</sup>、BURTON<sup>(3)</sup>、MOTH<sup>(30)</sup>、AARON<sup>(1)</sup>などである。

特にTABERは、各種の土壌を冷蔵庫内でさまざまな条件を与えて凍らせ、土壌から分離する氷晶の厚さとその層の数と、凍土量との関係を詳細に報告している。

地表の霜柱に関しては、1932年に川野<sup>(15)</sup>が生長速度の研究を発表、1936年に福田<sup>(5)</sup>が、霜柱の形態と土壌・気象条件の関係を発表している。そのころ行われた自由学園自然科学グループの女生徒たちによる霜柱の研究<sup>(12)(13)</sup>は、その後中谷宇吉郎<sup>(35)</sup>によって大きくとりあげられた。ゼロから出発した彼女たちの研究の中で、特に注目すべき成果は、ある範囲の大きさの微粒子に水が適当に補給されれば霜柱が立つことを発見したことである。つづいて1948年、著者は霜柱の生長速度に夜間放射が密接な関係をもつことに注目、霜柱の生長方程式を福田と共著で発表した。<sup>(6)</sup>

霜柱の農業に与える影響を研究したものとしては、山田忍<sup>(65)(66)(67)</sup>の論文が注目されよう。氏は北海道南部における霜柱の凍結融解作用が、その火山性土壌と作物に与える影響を詳細に調べて対策を検討している。

その後は、土木工学上の必要から凍土の問題に研究の主力が注がれ、その方面での研究成果は多数発表されているが、地上の霜柱の研究はほとんど見られなくなった。

## 第1部 土壌の起霜機能

### 第1章 霜柱の発生条件

霜柱の発生条件、すなわち、土壌中の水分が氷となって析出し、それが細い柱状となって地上に伸び上がるための条件は、大別すると、次の3つになる。

1. 土壌条件 (1)起霜機能を有すること。  
(2)給水機能を有すること。
2. 気象条件 (3)地表面が0℃以下になること。

霜柱は氷であるから、地表面が0℃以下にならねば発生しないことは勿論であるが、地表が0℃以下になっても霜柱が発生しない場合は、いくらでもある。

諸外国で、霜柱が珍現象とされているように、霜柱が発生するためには、ごく限定された土壌条件が満たされる必要がある。

わが国で、しばしば霜柱が見られるのは、たまたまわが国の土壌に、その条件を満たすものが多いからにすぎない。

土壌条件を2つに分けて、起霜体と給水体の両概念

### 3. 研究の目的

霜柱の発生や生長は、上述のように気象と土壌の双方の条件によって決まると考えられる。このうち、気象条件としては地面の冷却に最大の影響を与える夜間の純放射をはじめ接地放射、対流、昇華などの熱流によって地表面温度が0℃以下になることが必要と思われるが、土壌の条件としては、何を因子とするかが明らかでない。たとえば、関東ロームにはよく霜柱が立つことは事実であるが、その理由は明確になっていない。

そこで本研究では、土壌の条件を起霜体および給水体としての2条件にわけて考察してその因子を明らかにし、さらに気象条件をも考慮した霜柱の生長方程式をたてる。

これらによって霜柱の発生や生長の具体的条件が明らかになれば、霜柱の生長に伴う土壌水分や地温の変動の機構も明らかにすることができる。

以上の考えから行った研究を、本論文では次の3つに分けて記述する。

1. 霜柱を発生させる起霜体としての土壌条件
2. 霜柱への給水体としての土壌条件
3. 霜柱の生長方程式

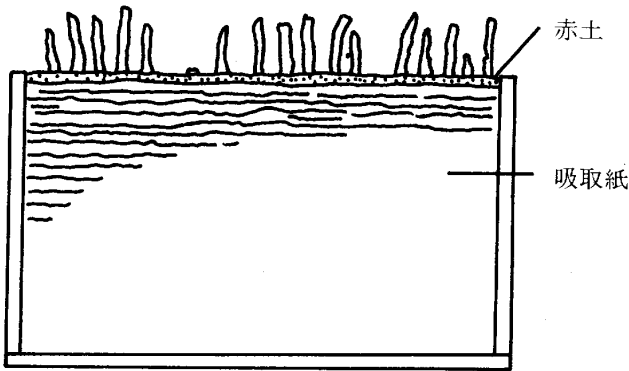
以下、これらを、順次、第1部、第2部、第3部として述べることにする。

を形成したのは中谷宇吉郎<sup>(35)</sup>であるが、この概念形成のもとになったのは、自由学園自然科学グループの研究<sup>(12)(13)</sup>であった。

彼女らは、土の性質が霜柱の発生に重要な関係のあることを知った上で、その土の性質とは、土のどの部分の性質かということ考えた。霜柱が土の表面から立つからには、土の性質といっても、実はその表面の土の性質だけが問題ではなからうかと考えた。もしそうならば、土の大部分は、下から水を供給する媒介物としての働きをするだけで、土壌の表面の水が柱状に立ち上がるかどうかを決定するのは、表面近くの土の性質だけによって決まるはずである。

そこで彼女らは、吸取紙をたくさん重ねてそれに水を浸し、これを水を供給する媒介物として、その上に、霜柱の最も立ちやすい関東平野の赤土を薄くまいて、それを表面から冷却してみた。すると第1-1図のように、立派に霜柱が立ったのであった。

以上の実験から、土壌の霜柱に対する機能を、土壌



第1-1図 吸取紙の上の霜柱

から水を柱状に析出する機能と、霜柱下底面（生長点）に水を毛管力によって供給する機能の2つに分けて考察することが適切と考えられるようになった。この論文では前者を起霜機能、後者を給水機能と呼ぶことにする。

## 第2章 土壌の起霜機能

### §2.1 各地土壌の起霜機能

前述の中谷吉郎<sup>(35)</sup>の論文にも、起霜体の条件として微粒粉末を含むことがあげられている。

その認識をもちながらも、著者はまず全国各地から土壌を集めて、起霜機能を有する土壌と有しない土壌の差異を調べてみようと考えた。

そこで著者は全国18か所の友人に依頼して土壌を送ってもらうことにした。その際、特に作為的な指示を行わず、近所の畑か庭の表土（0~10cm）をコップに2杯ほど送ってくれるよう依頼したのであった。

これを、寒い日の夕方、たっぷり水を含ませた関東ロームの上に、深さ10mm、縦横とも150mmの正方形になるようにのせて、霜柱の発生を観察した。その結果1つの例外もなく、すべての土壌に霜柱が発生し、生長した。

このときの気象条件、土壌採取地、各土壌の土性、生長した霜柱の長さおよび形は、第1-1表、第1-2

第1.1表 全国18か所の土壌の起霜機能の観察地および気象条件

実験地	東京都渋谷区大山町1070
観察時間	1948年1月7日16時より "年"月8日9時まで
天候	快晴
最低気温	地上 1.5m で-4.5°C 地上 20cm で-7.8°C

表、第1-2図に示す通りであった。

第1-2表および第1-2図に明らかなように、全国各地から取りよせた土壌には、例外なく霜柱が発生

第1-2表

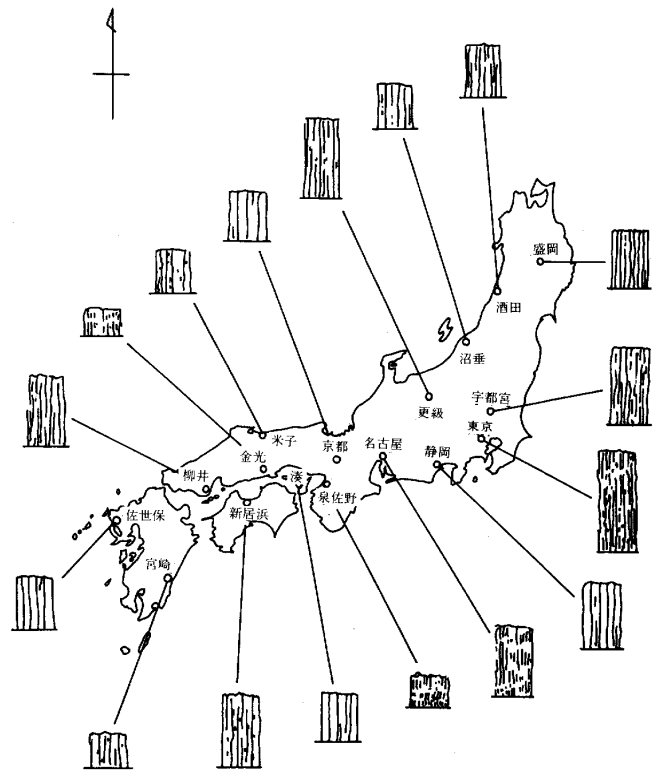
起霜機能の観察に用いた土壌と発生した霜柱

No.	採取地	土性	霜柱の形状	長さmm
1	盛岡市本町通3-19-12	L	透明密柱	27
2	酒田市浜田1-6-14	SL	土粒入粗柱	24
3	沼垂東4-8-24	CL	透明密柱	20
4	宇都宮市昭和2-4-29	L	土粒入粗柱	35
5	船橋市本町2-25-2	LiC	透明粗柱	47
6	東京都渋谷区大山町1070	SL	土粒入粗柱	45
7	長野県更級郡更級	S	土粒入粗柱	37
8	静岡市常盤町3-5-5	L	透明密柱	29
9	名古屋市中区大須1-20-12	L	霜降状	32
10	京都市下京区油小路通松原下ル樋口町296	CL	透明密柱	22
11	泉佐野市大宮町8-11	LS	霜降状	15
12	兵庫県三原郡西淡町湊1117-1	SL	透明密柱	22
13	米子市加茂町2-24	L	土粒入密柱	18
14	岡山県金光町大谷492	Si	霜降状	12
15	新居浜市甲303	CL	土粒入粗柱	33
16	柳井市大字柳井字観音平2824	SiCL	透明粗柱	31
17	佐世保市福田町2-6	SCL	透明密柱	24
18	宮崎市松山1-6-8	SiL	土粒入密柱	16
19	玉川上水河床土(渋谷区大山町1070)	S		0

\*採取地は採取者の住所で表示した。各採取者には住所から500m以内の地点で採土するよう依頼しておいた。

\*\*土性は国際土壌学会表示による。

\*\*\*長さの中には霜柱中の凍土層の厚さも含まれた。



第1-2図 起霜機能の観察に用いた土壌の採取地とその土壌に発生した霜柱

した。いずれも、給水条件さえよければ霜柱を発生せしめる起霜機能を有していたのである。

例外は、玉川上水の河底から採取した砂 (No.19) で

ある。この砂に霜柱が発生しなかった理由は2つ考えられる。

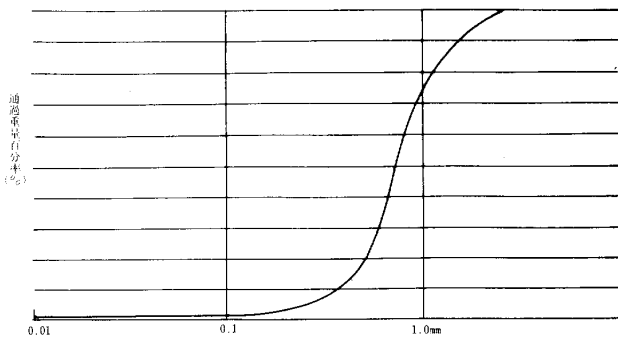
第1は、微粒子が少なすぎて起霜機能を持たなかったため

第2は、大きい粒子が多すぎて、下層から水を吸いあげられなかったため

この何れであるかを確認するために、著者は洗面器を地面にすれすれになるように埋めこみ、この中にこの砂をいっぱいになるまで入れ、これに水を飽水直前の状態になるまで入れて一夜放置してみた。

すると、この砂にも、翌朝、非常に密な透明の15mmの長さの霜柱ができていたのであった。

この砂の粒度分析の結果は第1-3図の通りである



第1-3図 玉川上水河底砂の粒度曲線

この砂には、粒径0.1mm以下の粒子は1.9%、0.01mm以下の粒子は1.4%しか含まれていない。それでも給水環境さえよければ霜柱は立ったのである。

以上の観察から、土壤はごく少量の微粒子を含むだけで、起霜機能をもつことができることがわかった。

以上、微粒子は、わずか1-2%でも土壤に起霜機能を与えることが明らかになったが、そこで問題になるのは、その微粒子とは、およそどれくらいの粒径のものが起霜機能に関与するのかということである。

そこで著者は、次の2つの実験を試みた。1つは、普通に霜柱のよく立つ土壤から、種々の大きさの微粒子を抜き去って、これに霜柱を立たせてみる実験、もう1つは、種々の粉末に水を与えて冷却し、霜柱の発生の有無を観察する実験である。

## § 2・2 微粒子を取除いた土壤の起霜機能

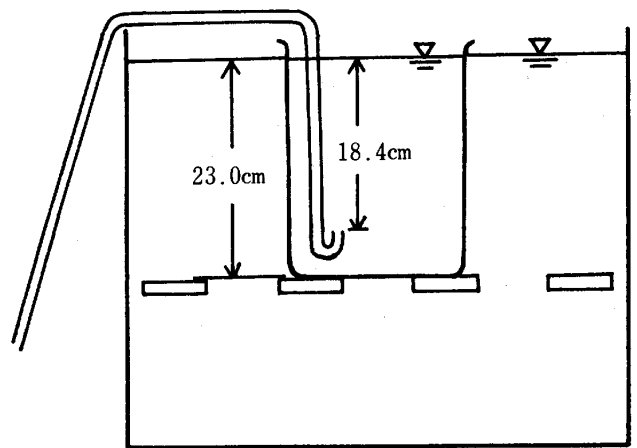
### 2・2・1 試料の作成

基本土壤としては、霜柱のよく立つことわかってる土壤として、渋谷区大山町1070の表土を使用した。この土壤から微小粒子を取り除くのだが、その前にこの粒子を分散させるために次のような予備操作を行った。

1. 土壤を未風乾のまま、2mmフルイにのせ、団粒を手でほぐしながらフルイ分け、レキ以上の粒子は別に保存した。
2. フルイ通過分約100gを5ℓの大ビーカーに入れ、水をひたひたに加え、ゴム栓で軽く団粒をつぶした。
3. これに30% $H_2O_2$ 水を100cc加え、湯セン上で暖めながらガラス棒でかくはんした。
4. これを100℃の乾燥炉に入れて、反応の終了と、余分の $H_2O_2$ の蒸発をはかった。
5. このビーカーを炉から出し、水を5ℓの目盛り近くまで加え、これに2NのHCl溶液を45cc加えてかくはんした。
6. これを24時間放置したのち、上澄液の大部分を取り除いたものを試料とした。

以上の予備操作は多田敦氏<sup>(54)</sup>の「関東ロームの粒土分析」を参考にして行ったものである。

さて、以上のように分散処理をした土壤から、所定の微小粒子を除くには、第1-4図のように15℃に保った恒温水槽に入れた5ℓビーカーの中に試料を入れ、これをかくはんしてから一定時間を置いて、上から4/5の高さに上向孔のあるサイフォンで濁水を排出する。これを8回くりかえした。



第1-4図 基本土壤から微粒子を取り除く装置

STOKES<sup>(56)</sup>の抵抗法則によるものとすれば、粒径 $d$ mmの粒子が水中を $l_w$ cm沈降するに要する時間は、

$$t = \frac{30\eta l_w}{980(G_S - G_T)\rho_w d^2} \quad (\text{min})$$

ここに、 $\eta$  : 水の粘性係数 : 0.01145 g/cm·sec

$l_w$  : 沈降する長さ : 18.4cm

$G_S$  : 土の真比重 : 2.60

$G_T$  : 水の比重 : 1.00

$\rho_w$  : 水の密度 : 1.00 g/cm<sup>3</sup>

であるから、これを代入すると

$$t = 0.00403 \times \frac{1}{d^2}$$

これを用いて、いろいろな粒径の沈降時間を算出すると第1-3表のようになる。

第1-3表 粒径と沈降時間 (15°C、18.4cm)

粒径(mm)	0.05	0.01	0.005	0.0015
沈降時間	1分37秒	40分18秒	2時間41分	29時間51分

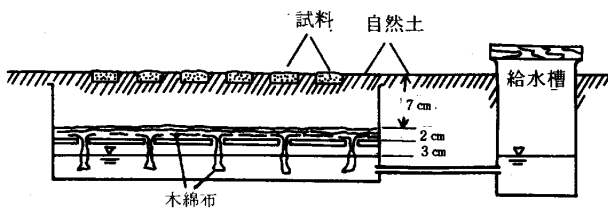
この表に基いて、第1-4表のような7種の試料を作った。

第1-4表 微粒子をとり除いた土壌の種類

No.1	無操作	0mm ~ 2.0mm
No.2	1.5μ以下除去	0.0015mm ~ 2.0mm
No.3	5.0μ以下除去	0.005mm ~ 2.0mm
No.4	10μ以下除去	0.01mm ~ 2.0mm
No.5	50μ以下除去	0.05mm ~ 2.0mm
No.6	500μ以下除去	0.5mm ~ 2.0mm
No.7	無操作土壌に1.5~50μ粒子を5%含ませたもの。	(0 ~ 2.0mm 95% 0.015~0.005mm 5%)

2・2・2 霜柱の観察

第1-5図のようにして、水を十分に供給された土壌の上に、直径6cm、高さ6mmのケント紙製の中空円筒をのせ、これを上から平らな板で押えつけて土壌中に埋没するまで押しこみ、その円筒内の土壌をスプーンで取り去り、その上に上記の試料を、もと同じ高さになるまで入れ、上から平らな板で軽く押えた。これを夜空にさらして、翌朝の霜柱発生状態を観察した。



第1-5図 微粒子を取り除いた土壌の起霜機能観察装置

観察は1967年1月9日から、晴天の夜の翌朝を選んで3回行った。

2・2・3 観察の結果

観察の結果は、第1-5表に示す通りであった。

第1-5表

微粒子を除いた土壌の上に発生した霜柱の高さ  
霜柱の高さ (mm)

年		1967			
月	日	1月9日	1月10日	2月2日	平均
最低気温(地上1.5m)		-5.2	-3.6	-3.6	-4.13
地温(地下5cm・6時30分)		+0.5	+0.5	+1.2	+0.73
霜柱の高さ(mm)	No.1	52	32	28	37.3
	No.2	24	27	16	22.3
	No.3	18	14	3	11.6
	No.4	-	2	-	0.7
	No.5	-	-	-	-
	No.6	-	-	-	-
	No.7	55	36	32	41.0
玉川上水河床砂		-	-	-	-

2・2・4 考察

No.2はNo.1に比べて霜柱の高さが40%も低くなっている。No.2はNo.1から1.5μ以下の粒子を除いたものである。このことから、1.5μ以下の粒子の中に、起霜機能に最も貢献の大きい粒子レベルがあるように思われる。同様にNo.3 (No.1より5μ以下を除く)とNo.2の比較から、1.5~5μの粒子にも、これに準ずる貢献がみられる。また、10μ以下を除いたNo.4を見れば、起霜機能に関与する粒子の直径の最大限界は、10μ附近にあるものと思われる。

また、No.7のように、1.5μから5μまでの粒子をNo.1にまぜたものにはNo.1より高い霜柱が立っていることも注目すべき事実といえよう。

以上を総合して、起霜機能に最も関連の深い粒径は、およそ数μ程度と考えられる。

§2・3 種々の微粒子の起霜機能

2・3・1 試料の収集

無機物、有機物をとわず、非水溶性の粉末を各種集

第1-6表 起霜機能の観察に用いた粉末

物質名	主成分	粒径(μ)	備考
硫化亜鉛	ZnS	0.3~0.6	化学試薬
硫酸バリウム	BaSO <sub>4</sub>	0.2~0.3	"
酸化亜鉛	ZnO	0.3~0.6	"
酸化第2スズ	SnO <sub>2</sub>	0.1~0.8	"
酸化ジルコニウム	ZrO <sub>2</sub>	1.0~1.8	"
酸化チタン	TiO <sub>2</sub>	0.2~0.5	"
水晶白	SiO <sub>2</sub>	1.0~4.0	日本画岩絵具
水晶12号	SiO <sub>2</sub>	4.0~20	"
天然裏葉緑青		2.0~7.0	"
亜鉛末	Zn	0.5~60	塗料顔料
べんがら	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.1~1.0	"
珪石粉	SiO <sub>2</sub>	8.0~40	研磨剤
白土	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ・2SiO <sub>2</sub> ・2H <sub>2</sub> O	0.2~5.0	陶芸用磁土
ジャガイモ粉	でんぷん	10~85	食品
小麦粉	でんぷん	6.0~40	"
スギオガクズ	セルロース	50~1000	——

めてみた。収集した粉末は第1-6表に示す通りである。

2・3・2 実験方法

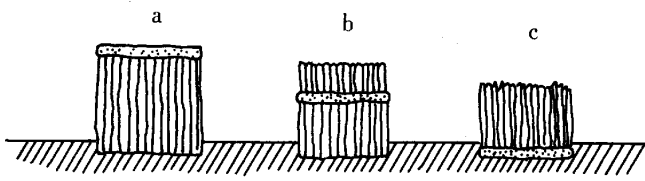
第1-5図と同様の給水装置を作り、給水される土壌の上に、ケント紙で作った直径4cm、高さ1cmの中空円筒をのせ、これを上から平らな板で押えて土壌中に埋没させ、円筒内の土壌をスプーンで表面から2mmだけ取りさり、そこへ粉末を元と同じ高さになるまで入れて上から平板で軽く圧した。これを夜空に一夜さらしたのち、翌朝観察した。

観察は1955年2月17日午前6時30分から、7時30分までの間に行った。前日は日中に、風速約7m/secの北風が吹いていたが、夕刻にはおさまっていた。

前日からこの朝にかけては雲ひとつない快晴がつづき、この朝は地上10cmの気温が、-6.2°Cまで下がった。

2・3・3 実験結果

霜柱の形は第1-6図に示すように3通りであった。



第1-6図 粉末の起霜機能の観察の際に発生した霜柱の3タイプ

aは、その物質からは霜柱が立たず、その物質は水を含んだままコンクリート状に凍結し、その下の自然土に立った霜柱に、その物質が全部押しあげられてしまったものである。

bは、はじめ少しだけその物質から霜柱が立ったが、粉末の空隙を通じての霜柱下底面への水の補給が間にあわず、遂に物質全体がコンクリート状に凍結し、そのあと自然土から立った霜柱に押しあげられたものである。

cは、水の補給の十分な自然土に立つ霜柱と全く同じ型である。

このa型は、全く起霜機能を持たないものと言ってよく、b型は、起霜機能は持ちながらも給水機能が弱いので、上からの急激な冷却のため下からの吸水が間にあわなくなったものである。c型は、起霜機能、給水機能ともに自然土と同じように有していたものと考えられる。

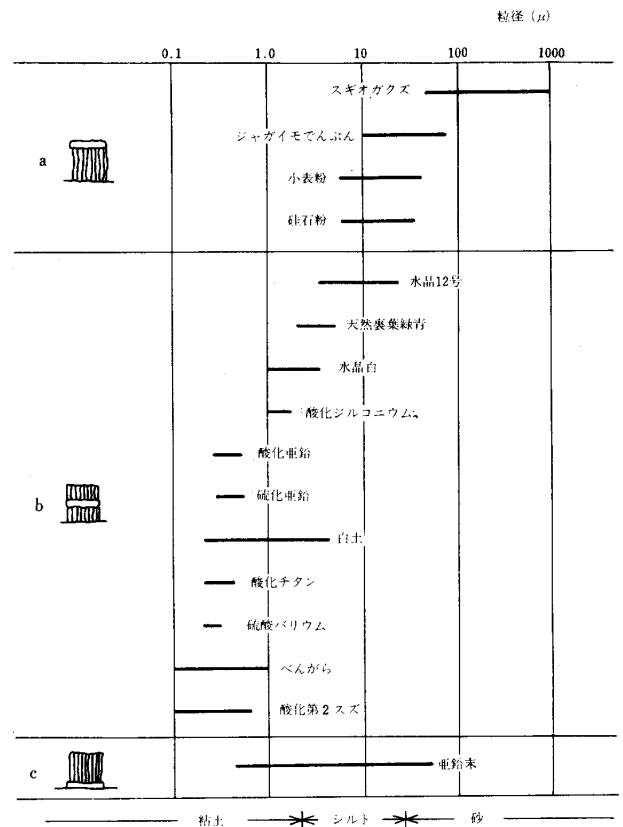
この3つのタイプ別に粉末物質をわけてみると第1-7表のようになる。

2・3・4 考察

それぞれのタイプに属する粉末の直径を調べ、その粒径を対数グラフであらわしたのが第1-7図である。

第1-7表 霜柱のタイプによる粉末の分類

タイプ	粉末
a. 起霜機能なし	スギオガクズ、ジャガイモでんぷん、小麦粉、珪石粉
b. 起霜機能あり 給水機能なし	水晶12号、天然裏葉緑青、水晶白、酸化ジルコニウム、酸化亜鉛、硫化亜鉛、白土、酸化チタン、硫酸バリウム、ベンガラ、酸化第2スズ
c. 起霜機能あり 給水機能あり	亜鉛末



第1-7図 起霜機能と粉末の粒径

第1-7図によれば、起霜機能をもつ粉末は、いずれも直径4.0μ以下の粒子を含むもの、もしくは、それのみであるものであって、4.0μ以下の粒子を含まぬものは、いずれも起霜機能のないa型に属していることがわかった。

前節の結果では、10μ以下を除去した土壌に、なお霜柱が発生する場合があったが、これは、粒子の除去操作がなお不完全であったとも考えられるので、本節の結果と総合して考えれば、起霜機能を支える微粒子の最大限は、およそ3~5μと結論してよいであろう。

ただし、bに属した粉末は、起霜機能はあっても給水機能の不足していたものであるから、これらを自然に放置しただけでは霜柱は立たないのであって、野外の土壌に霜柱が発生するために給水機能の存在も必要

になってくる。亜鉛末がcに属したのは、すなわち、 $3 \sim 5 \mu$ 以下の粒子による起霜機能と、比較的大きな粒子(最大 $60 \mu$ )による給水機能をあわせそなえていたからであろう。

### まとめ

全国各地から集めた土壤に霜柱を立ててみた結果、土壤が起霜機能を持つために必要な微粒子は、ごく少

量(実験例では1.4%)で足ることが明らかになった。

また、起霜機能を支える微粒子の最大粒径を求めるために、霜柱のよく立つ関東ロームから、微粒子を除いて霜柱を立てせる実験と、粒度の異なる種々の微粉末に霜柱を立てせる実験を行ったが、その結果、起霜機能を支える粒子の最大粒径は、およそ $3 \sim 5 \mu$ であることがわかった。

## 第2部 土壤の給水機能

### 第1章 研究の目的と方針

第1部でのべたように、わが国の殆んど土は、給水条件に恵まれれば霜柱を発生させる起霜機能を有している。起霜機能は、ごく少量の微粒物質が存在するだけで十分に成立するものであるから、われわれの霜柱対策として、起霜機能をなくすという方策には非常に困難がある。

だが幸いにも霜柱は土にいくら起霜機能があっても、その土が霜柱の生長続行に必要な給水機能を有しなければ生長しない性質がある。

したがって、霜柱への土の給水機能を把握することが、的確な霜柱対策への第一歩と言えるであろう。

給水機能に関して、すでに従前から次のことははっきりしている。すなわち

「霜柱は、水が氷になって析出したあと、そこへの水の補給が十分でなければ生長が止まり、水と土が一緒のままのコンクリート状凍結となる」

これは確かにその通りなのだが、そこで1つの大切な疑問が残る。それは、

「水の補給が十分であるための土壤水分条件は、いかなる物性値であらわされるか」ということである。

供給といえば、透水係数 $K$ 、或は不飽和透水係数 $K_u$ 、或はこれに毛管力 $H_s$ をかけた $K_u H_s$ 、水分拡散係数 $D_w$ が関係しそうに思える。また十分な水分という見地からは体積水分率 $w$ 、或はpF、などが関連するようにも考えられる。

このような考察から著者は、霜柱生長の限界水分条件は、何によって表わされるかを究明することにした。そのために、性質の異なる種々の試料を集めこれらの霜柱生長限界を観察すると共に、それぞれの試料の水分に関する特性を調べて、前者との関連を検討することにした。

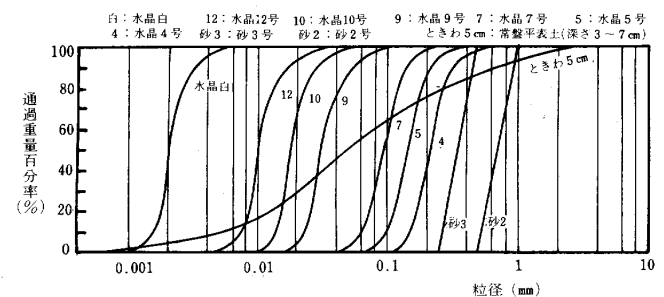
## 第2章 実験方法

### §2.1 実験材料

試料としては、物理的、化学的に安定しており、しかも、種々の段階の粒径別に、比較的均一な粒子の揃った材料の得られるものとして、日本画材料の水晶末をまず7種類選んだ。これらの水晶末は、他の多くの岩絵具と同様に、粒子の細かいものから順に、水晶白(びやく)、水晶12、水晶11、…というように番号をつけて分類している。各番号の粒度は、販売店によって若干差があるが、著者は都内の某日本画材料店から大部分を購入したので、各段階の番号づけは、それに従うことにした。

次に、更に大きな粒子の材料として、千葉大学園芸学部構内に放置されていた砂(産地不明)をよく洗浄した後、篩別したもの2種を用い、これにも水晶に準じて番号をつけた。

上記は、すべて粒径がかなり揃ったものであるが、これを対照するため松戸市常盤平2丁目32番地の地表下3cmから7cmまでの表土を試料に用いた。実験に用いた各試料の粒度は、第2-1図に示す通りであった。



第2-1図 試料の粒度曲線

### §2.2 実験項目

実験項目は、次の6項目である。

1. 霜柱発生の観察：各試料に、所定のpF値の水分を与えて、定温庫内に入れ、霜柱が生長するかどうかを観察する。

2. 粒度分析：粒子の大きさに応じ、篩別法、比重計法(JISA1204)を用いたが、水晶白は水中沈降にあまりにも時間を要するため顕微鏡観察によった。

3. pF-水分関係の測定：吸引法に遠心分離法を併用した。



4. 毛管力の測定：ガラス管内の風乾試料に上部から水を与え、浸潤前線の進行速度から求めた。

5. 飽和透水係数の測定：定水位測定法に変水位測定法を併用した。

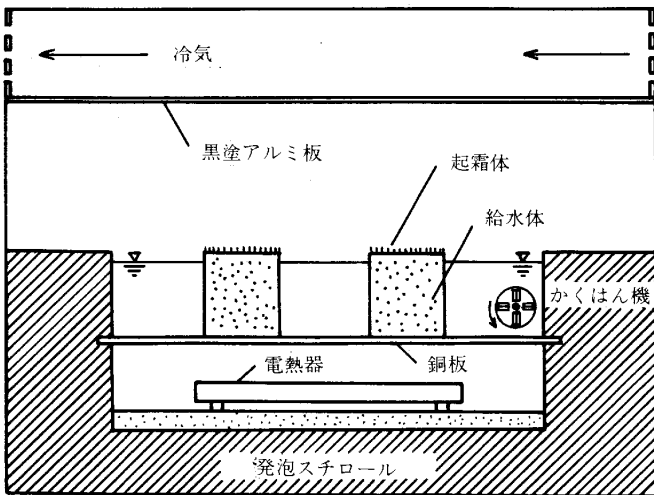
6. 水分拡散係数の測定：BRUCE法によって測定した。

§ 2・3 実験方法

上記実験項目の実験のうち、既に一般に行われている実験方法についての記述は省略し、説明を要する項目について以下に述べることにする。

2・3・1 霜柱発生の観察

試料に所定のpF値を与えて、ここに霜柱が生長するかどうかを観察するために、第2-2図に示す実験装置を準備した。



第2-2図 霜柱実験装置

第2-2図の実験装置は、低温恒温庫の中に設けたもので、全体はステンレス鋼で囲まれている。縦40cm、横56cm、奥行48cmで、上から8.5cmのところを黒塗したアルミ板で仕切り、その上方を、常に-8.5℃の冷気が流れつつけている。アルミ板の下は、冷氣によって冷やされたアルミ板の冷却放射と自然対流によって冷やされるようになっている。

試料は、直径7.4cm、深さ6.5cmのステンレス鋼製の円筒に入れて、直径22.5cm、深さ6.5cmの銅製円筒の中に置かれている。銅製円筒の中には水をたたえ、この水はかくはん機によって静かに循環している。水をたたえた円筒の下には電熱器が置かれ、これに低圧の交流電流が流れるようになっている。水流中には、円筒下の電熱器に接続された連続比例制御式自動温度調節器の感温部が入れられていて、水温は常に+0.8±0.03℃に保たれるようにした。

このような条件のもとで、試料を装置に入れてから約8時間放置したのち、装置の外扉をあけて透明ブラ

スチック製の内扉を距てて霜柱の生長状態を観察し、さらに内扉をあけて試料を取り出し、これを直ちに-2℃の低温室に入れて霜柱の生長状況、試料の凍結状態を詳しく観察した。観察の結果、1mm程度の短い霜柱でもできていたものは生長と記録、試料がコンクリート状に凍結していて、氷柱が全く見られないものは不生長と記録した。

2・3・2 粒度分析

試料の中で最も粒径の大きい砂は、空中で篩別し、0.5~1.0mmを砂2号、0.25~0.5mmを砂3号とした。

水晶4号、5号、7号は、水中篩別により粒度分布を調べた。

水晶9号、10号、12号は、比重計法(JISA1204)によって粒度分布を調べた。

水晶白は、顕微鏡写真観察により、最大粒径、最小粒径・最多出現粒径を求め、その結果から、大略の粒度曲線を推定した。

2・3・3 pF-水分曲線

pF-水分曲線を求めるには、pF2.2未満は池田式pF-水分測定装置(T-6型)を用いて吸引法によって測定、pF2.3以上4.0までは佐久間式遠心分離機によって測定した。測定値は何れも脱水過程のものである。

2・3・4 毛管力の測定

ここで毛管力とは、次の方法で測定して得た値と定義しておく

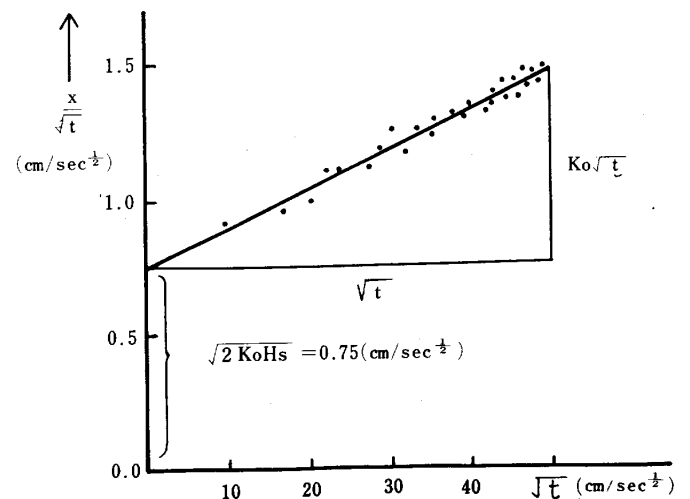
これは白井<sup>(49)</sup>の考案した方法で、土壤中の浸潤前線の移動距離  $x$  と時間  $t$  の関係を表わす式として、下降の場合近似的に次式を誘導している。

$$x = \sqrt{2K_o H_s t} + K_o t \quad (2 \cdot 1)$$

$K_o$  : 透水係数  $K$  を空隙率  $p_s$  で割ったもの (cm/sec)

$H_s$  : 毛管力 (cmH<sub>2</sub>O)

$$\therefore \frac{x}{\sqrt{t}} = \sqrt{2K_o H_s} + K_o \sqrt{t} \quad (2 \cdot 2)$$



第2-3図 毛管力H<sub>s</sub>の求め方

そこで、ガラス管内に試料をつめ、上から水を浸潤させつづけつつ、 $x$ と $t$ を測定し、その値を用いて第2-3図のように、直交座標の垂直軸に $x/\sqrt{t}$ 、水平軸に $\sqrt{t}$ をとってグラフを画くと、その直線の勾配が $K_0$ を表わし、直線が $x/\sqrt{t}$ 軸と交わる交点が $\sqrt{2K_0H_0}$ を表わすものとなる。

ただし、この方法で $H_0$ を求めるに当って用いる $K_0$ としては、このグラフからよみとったものより、通常の透水係数測定法によって求めた $K$ から $K_0 = K/p_s$ として算出したものの方が精度が高いから、後者の $K_0$ を用いて $H_0$  (cmH<sub>2</sub>O) を求めた

2・3・5 水分拡散係数の測定

この係数の測定には、よく知られているBRUCE法を用いた。若干精度が劣るといわれているが、実験方法と解析が簡単なことからこれを用いることにした。方法は白井<sup>(50)</sup>の行った方法と全く同一である。

第3章 実験の結果と考察

§ 3・1 間隙率, 透水係数,  $\sqrt{2K_0H_0}$  毛管力の測定値

各試料の間隙率 $p_s$ 、透水係数 $K$ 、 $\sqrt{2K_0H_0}$ 、毛管力 $H_0$ の測定値を第2-1表に示す。

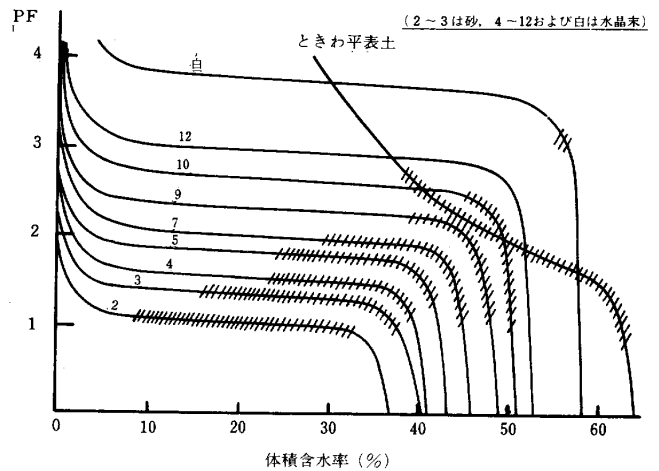
第2-1表 各試料の間隙率, 透水係数,  $\sqrt{2K_0H_0}$ , 毛管力

記号	間隙率	透水係数	$\sqrt{2K_0H_0}$	毛管力
単位	%	cm/sec	cm/sec <sup>1/2</sup>	cmH <sub>2</sub> O
水晶 白	0.58	$9.80 \times 10^{-6}$	0.200	1183
〃 12	0.53	$5.51 \times 10^{-5}$	0.365	641
〃 10	0.51	$2.43 \times 10^{-4}$	0.450	21.3
〃 9	0.49	$1.49 \times 10^{-3}$	0.715	84.1
〃 7	0.46	$4.11 \times 10^{-3}$	0.965	52.1
〃 5	0.43	$1.30 \times 10^{-2}$	0.970	15.6
〃 4	0.42	$3.10 \times 10^{-2}$	1.347	12.3
砂 3	0.40	$9.58 \times 10^{-2}$	2.336	11.4
〃 2	0.37	$3.42 \times 10^{-1}$	3.260	5.75
常盤平表土	0.64	$2.01 \times 10^{-4}$	0.265	134.6

§ 3・2 霜柱発生水分域とpFとの関係

各試料(給水体)に所定のpF値の水分を含ませた上に、起霜物質として水晶白を厚さ約0.5mmになるように軽くのせて実験装置内の水槽に入れ、霜柱発生の有無を観察することを、各試料について種々のpF値で繰り返して行い、各試料毎に、霜柱を発生せしめ得る水分域を詳細に調べた。その水分域を、各試料の

pF-水分曲線上にハッチで示したのが第2-4図である。



第2-4図 各試料の霜柱発生水分域

第2-4図の中で、水晶12にハッチがないのは、この上にのせた起霜物質に、まだ一度も霜柱の発生を確認しなかったためであるが、さらに詳細に発生域をさがした上でなければ、発生域がないとは断定し難いと考えられる。

さて、この図で興味深いことが2つある。

第1は、各試料の霜柱発生水分域の最小水分量のpF値が、試料毎に大幅に異なることである。そのpF値は、例えば、砂2号では1.1であるが、水晶7号では1.95、水晶10号では2.00、ときわ平表土では2.70となっている。

第2は、各試料の霜柱発生水分域の最大水分量のpF値が、どの試料でもほぼ等しく、図に示す通り、およそ1であったことである。すなわち、霜柱はpF1に相当する水分量以上では発生しないことがわかった。

この理由は、水分が多すぎることによって毛管力が働かなくなるためと思われる。

一方、自然状態では、 $pF > 1$ という水分量はあまりない。したがって実際には、第1の最小水分量について考えていくことが重要となる。

§ 3・3 霜柱発生水分域と不飽和透水係数 $K_u$  および、これに毛管力を乗じた $K_u \cdot H_0$ との関係

不飽和透水係数 $K_u$ は、BRUCE法で求めた水分拡散係数より、次式で求めた。

$$K_u = D_w \frac{dw}{dH} \quad (2 \cdot 3)$$

$D_w$ : 土の水分拡散係数 (cm<sup>2</sup>/sec)

$w$ : 土の体積水分率

$H$ : 水分ポテンシャル (cmH<sub>2</sub>O)

計算の1例として、ときわ平表土で水分率60%における $K_u$ の求め方を示そう。

$D_w$ は、実測値の解析から $0.123 \text{ (cm}^2/\text{sec)}$

$dw/dH$ は、第2-4表のpF-水分曲線より、ときわ平表土の体積水分率60%における $dH/dw$ をよみとる(ただしHは、pFを $\text{cmH}_2\text{O}$ によるみかえ)と、 $570 \text{ (cm}^{-1}\text{)}$ が得られる。

よって(2・3)式を用いて

$$K_u = 0.123 \frac{1}{570} = 2.15 \times 10^{-4} \text{ (cm/sec)}$$

こうして求めた各試料の不飽和透水係数の値を第2-2表に示す。

ここで、第2-4図に示した各試料の霜柱発生水分域の最小水分率と、そのときの $K_u$ を第2-2表から照合してみよう。たとえば、砂2号の霜柱発生域の最小水分率は約10%であるが、これに対する $K_u$ は、表では $2.96 \times 10^{-3}$ である。次に、水晶7号の同水分率約30%に対する $K_u$ は $9.29 \times 10^{-4}$ 、ときわ平表土の同水分率約40%に対する $K_u$ は $2.01 \times 10^{-5}$ と、その値は大幅に変化している。

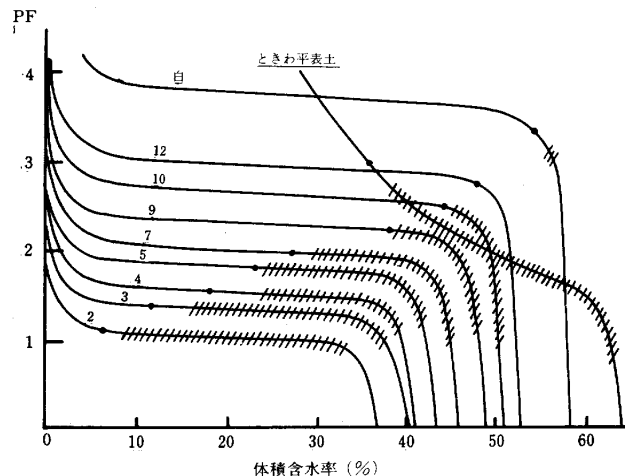
このように、 $K_u$ の数値も、霜柱発生水分域の最小水分量の指標とはなり得ぬことがわかった。

次に、不飽和透水係数 $K_u$ に、その土の毛管力 $H_s$ を乗じた値は、霜柱発生水分域と関係がないであろうか。

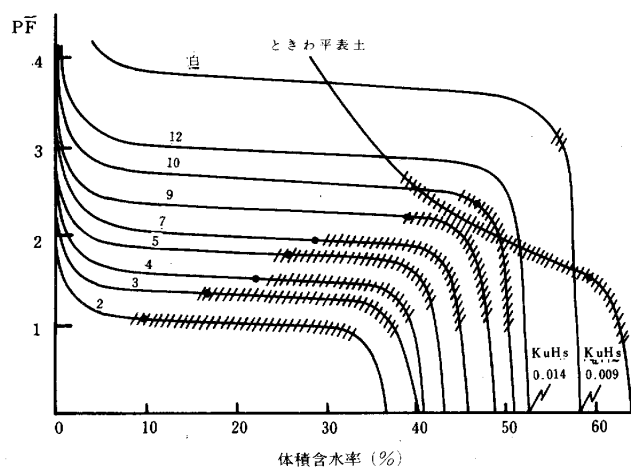
砂2号の霜柱生長水分域の最小水分量(10%)における $K_u$ は、第2-2表に示すように $2.96 \times 10^{-3} \text{ (cm/sec)}$ である。この砂の $H_s$ は、第2-1表の通り $5.75 \text{ (cm)}$ である。したがって、 $K_u H_s$ は、 $2.96 \times 10^{-3} \times 5.75 = 0.01702 \text{ (cm}^2/\text{sec)}$ である。

そこで、各試料について、同様の計算法で $K_u H_s$ が $0.017 \text{ (cm}^2/\text{sec)}$ の点を試算し、pF-水分曲線に示したのが第2-5図である。

第2-5図によれば、 $K_u H_s = 0.017 \text{ (cm}^2/\text{sec)}$ の点は、砂2、砂3、水晶4、水晶5、水晶7、水晶10に



第2-5図 霜柱発生水分域と $K_u H_s = 0.017 \text{ (cm}^2/\text{sec)}$ の点



第2-6図 霜柱生長水分域と水分拡散係数 $D_w = 0.003 \text{ (cm}^2/\text{sec)}$ の点との関係

於ては、ほぼ発生可能水分域の最小水分量 $W_{min}$ に近いが、水晶12、水晶白のpF-水分曲線上には存在しない。さらに常盤平表土では $W_{min}$ と大きくはなれて、むしろ $W_{max}$ に近い方に存在している。したがって、 $K_u H_s$ もまた、霜柱発生水分域を表わす数値としては不適当であることがわかった。

第2-2表 各試料の不飽和透水係数 (cm/sec)

試料	Ku	体積水分率 (%)						
		10	20	30	40	50	60	70
水晶白	—		$2.05 \times 10^{-7}$	$9.23 \times 10^{-7}$	$2.52 \times 10^{-6}$	$5.79 \times 10^{-6}$	$1.41 \times 10^{-5}$	… (58%)
” 12	—		$1.79 \times 10^{-6}$	$7.21 \times 10^{-6}$	$2.25 \times 10^{-5}$	$4.49 \times 10^{-5}$	$6.31 \times 10^{-5}$	… (53%)
” 10	—		$8.02 \times 10^{-6}$	$3.80 \times 10^{-5}$	$1.05 \times 10^{-4}$	$2.30 \times 10^{-4}$	$2.82 \times 10^{-4}$	… (51%)
” 9	—		$6.50 \times 10^{-5}$	$2.67 \times 10^{-4}$	$7.54 \times 10^{-4}$	$1.30 \times 10^{-3}$	… (49%)	
” 7	—		$2.22 \times 10^{-4}$	$9.29 \times 10^{-4}$	$2.32 \times 10^{-3}$	$4.63 \times 10^{-3}$	… (46%)	
” 5	—		$8.89 \times 10^{-4}$	$2.95 \times 10^{-3}$	$1.21 \times 10^{-2}$	$1.71 \times 10^{-2}$	… (43%)	
” 4	$2.00 \times 10^{-4}$	$2.40 \times 10^{-3}$	$9.70 \times 10^{-3}$	$2.61 \times 10^{-2}$	$3.74 \times 10^{-2}$	… (42%)		
砂 3	$7.30 \times 10^{-4}$	$8.20 \times 10^{-3}$	$3.50 \times 10^{-2}$	$1.25 \times 10^{-1}$	… (40%)			
砂 2	$2.96 \times 10^{-3}$	$3.80 \times 10^{-2}$	$1.64 \times 10^{-1}$	$3.23 \times 10^{-1}$	… (37%)			… (64%)
常盤平表土	—		$3.10 \times 10^{-6}$	$2.01 \times 10^{-5}$	$6.06 \times 10^{-5}$	$2.15 \times 10^{-4}$	$2.90 \times 10^{-4}$	

### § 3・4 霜柱発生水分域と水分拡散係数 $D_w$ との関係

前節と類似の考え方で、霜柱発生水分域と、等水分拡散係数点との関連を示したのが第2-6図である。

第2-6図のように、水分拡散係数が $0.003\text{cm}^2/\text{sec}$ の点は、砂や水晶末の霜柱発生水分域の最小水分量の点にほぼ一致していると共に、同水分域の格段に広い関東ローム（常盤平表土）の最小水分量の点にもほぼ一致をみせていることがわかった。

### § 3・5 考察

上述のように、種々の大きさの粉末や土壌について、霜柱発生水分域を調べ、それらと種々の物性値との関連をしらべてみた結果、霜柱は土壤水が多すぎても発生しないことが明らかになった。そして、その最大水分量 $W_{max}$ は、およそpF1の値で示されることもわかった。これは、水分が多すぎると、微細空隙がなくなり、氷柱析出に必要な毛管力が働かなくなるためかと考えられる。

次に、霜柱発生水分域の最小水分量 $W_{min}$ であるが、これを示す物性値として、pFも、不飽和透水係数 $K_u$ も適当でなく、また、これにその土壌の毛管力 $H_s$ を乗じた $K_u H_s$ も適当でないことが判明した。そして、著者の試みた限りでは、水分拡散係数 $D_w$ が、 $W_{min}$ と最も関連の深い物性値としてとらえられたのであった。霜柱が発生するためには、 $W_{max} - W_{min}$ は当然正でなければならず、この値の大きい土壌ほど霜柱が発生しやすいといえよう。

第2-4図から第2-6図までに示したように、水晶白や水晶12号において、霜柱発生水分域がきわめて発見しにくかったのは、 $W_{max}$ と $W_{min}$ の間に含水率に於て僅かの差しかなかったためと考えられる。

本実験では用いなかったが、水晶白よりも更に細かい $1\mu$ 附近或はそれ以下の粒子だけからなる粉末では、 $W_{max}$ にあたるpF1の水分量が、 $W_{min}$ にあたる $D_w = 0.003\text{cm}^2/\text{sec}$ の水分量より小さくなるケースも当然予想される。そのような土壌には、霜柱は決して生じないと考えてよいであろう。

### まとめ

種々の粒径をもつ粉末と、関東ロームを給水体として、水分量を変えて霜柱の発生を観察した結果、霜柱発生水分域の最大水分量 $W_{max}$ はpF1に相当するものであり、最小水分量 $W_{min}$ は、水分拡散係数 $D_w \approx 0.003\text{cm}^2/\text{sec}$ に相当する水分量であることが明らかとなった。

霜柱が発生するためには、当然 $W_{max} - W_{min} > 0$ でなければならず、この値が大きい土壌ほど霜柱が発生しやすいといえよう。

第2-4図から第2-6図までに示したように、水晶白、水晶12号において、霜柱発生水分域がきわめて発見しにくかったのは、 $W_{max}$ と $W_{min}$ の間に、体積含水率において僅かの差しかなかったためと考えられる。

これに反し、関東ロームは図に示した通り体積含水率の広い範囲にわたって霜柱発生水分域があり、給水体としても、きわめてすぐれていることがわかった。

## 第3部 霜柱の生長方程式

### 第1章 研究の目的と方針

第3部の研究の目的は、十分な給水条件のもとでの霜柱の生長の機構を解明することである。

霜柱は、その下底部に接する水が凍ることによって生長するのであるから、下底面における熱収支に関連する幾つかの重要な要素とそれらの相互関係を把握することが、生長の機構の解明に必要である。

生長の理論をぬかりなく築くためには、まず、あらゆる気象条件のもとでの霜柱の生長曲線を検討する必要がある。

著者は、1947年以来、種々の気象条件のもとで生長曲線を収集してきた。

快晴の場合の典型的な美しい生長曲線、途中から雲が出た場合、雲が去来した場合など、自然条件の変化

によって生ずるさまざまな曲線を収集した。また、生長の原理を明確にするために、人為的に純放射を妨げるなど特定の意図のもとで生長の記録をとることにつとめた。

こうして収集した生長曲線の数は、34年間に451であった。

一方、生長の機構解明のため、気温、湿度、霜柱表面温度、地中温度、雲形雲量、風向風速等を徹夜で観測し記録することも、16回行った。

これらのデータに基き、霜柱の生長の機構を明らかにし、それを最終的には、生長方程式で表わして行く方針である。

### 第2章 実験の方法

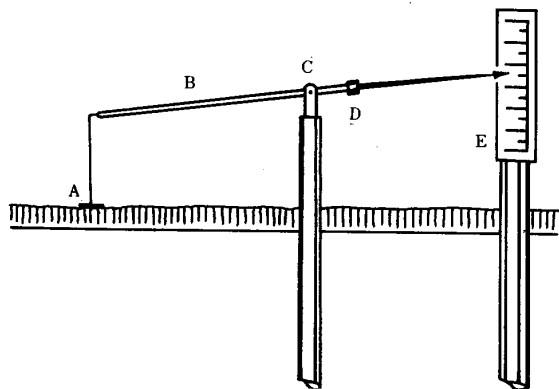
#### § 2・1 霜柱の生長自記装置

霜柱の生長速度を知るには、生長中の霜柱の長さを一定の時間をおいて物差で測ればよいようであるが、実際には次のような困難がある。

物差で長さを測るためには、生長しつつある霜柱を取って、物差にあててみなければならないが、いちど取った霜柱を元の通りに地面に置くことは不可能に近い。そこで、次の時刻の測定するときには、他の場所の霜柱をとってその長さ $l$ を測らなければならない。ところが、霜柱の長さや太さは、土壤の状態のわずかな差によって大きな差を生ずる。したがって、この方法で一定時間内の伸び $\Delta l$ を測っても誤差が大きくなってどうしようもない。

また、霜柱は時としては非常に繊細なことがあり、ちょっと触れてもこわれてしまう場合もある。

したがって、霜柱の生長速度を測るには、毎時刻に、同一の霜柱の頂点の高さを、霜柱にそっと触るれ程度で測らねばならない。そのためには第3-1図のような装置によるのがよいことになる。

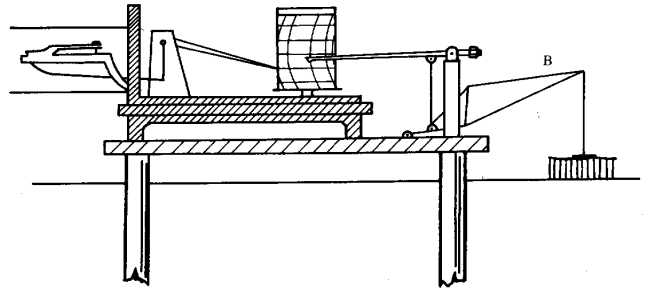


第3-1図 霜柱生長速度の測定の基本的な方法

図の中のAは針金を十字に組合せたもので、Bは梃子、Cは支点、Dは重りで、梃子のバランスをとるためのもの、Eは目盛板である。

この原理により、目盛板Eのところ、自記計器用の回転ドラムを取りつければ、生長曲線の自記装置を作ることができる。

1946年には、この考え方により、第3-2図に示すようなKT-1型を作った。(20)



第3-2図 KT-1型霜柱生長自記装置

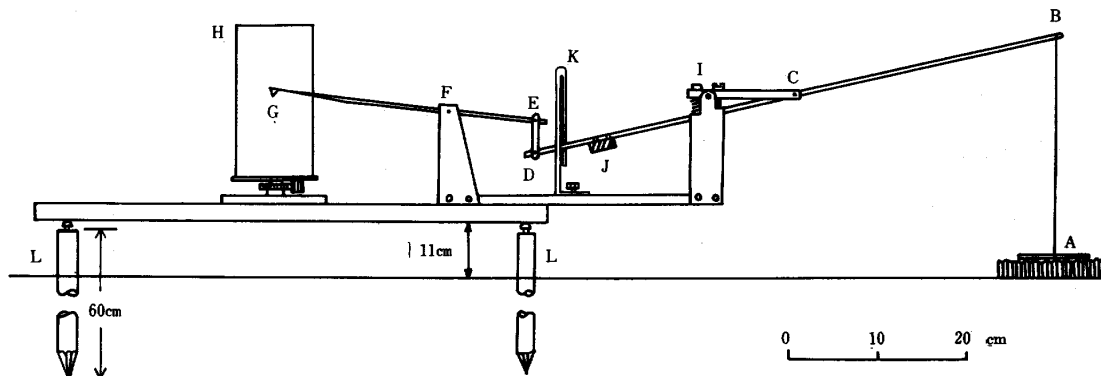
これで、一応の測定はできたが、梃子Bが短いため装置の主体が霜柱と接近しすぎてしまった。そのためこの器械が霜柱からの放射を妨害する結果となり、測定部分の霜柱が、もっと離れたところの霜柱より30%ほど短いものになってしまった。

その後3回の改良を加え、現在では第3-3図に示す1972年製のKT-4型を使用している。

第3-3図に於て、Aは直径1.6mm長さ80mmの鉄線2本を十字に組合わせ、白エナメルで塗装したものである。これを直径0.8mmの銅線で、梃子BDの先端から吊下げてある。BとDは、支点Cから何れも30cmの距離にある。梃子BDの動きは、アルミ板DEによって記録用梃子EGに伝えられる。EおよびGの支点Fからの距離は、それぞれ10cmおよび20cmであるから、霜柱の頂上におかれた十字金具Aの昇降は、記録ペンGには2倍に拡大して伝えられる。

回転円筒Hは、1日巻の自記温湿度計用の円筒を転用したもので、記録用紙の上下幅は18cm、霜柱の高さにして9cmまで記録可能である。

なお、十字金具Aの自重は2.53gであるが重りJによってバランスをとり、Aが霜柱表面を圧する荷重を0.84gになるようにした。この力が大きすぎると、十字金具が霜柱の中にめり込むおそれがある一方、小さすぎると、ペンGと記録紙の間の摩擦などのため、梃



第3-3図 KT-4型霜柱生長自記装置

子が動かなくなるおそれがあるからである。

Iは、支点Cの高さを調節するためにバネとネジを組合わせた装置であり、Kは梃子BDが風で横ゆれするのを防ぐための逆U字型の垂鉛メッキ鉄線である。

基礎には、直径2.2cm、長さ60cmのブナの丸棒を用いた。丸棒は3本を地下50cmまで打込み、その丸棒の上のクギの頭に測定装置の台をのせた。

回転円筒の上には、不時の降雨に備えて、直径20cmのブリキ皿を下向きにかぶせたが図では省略した。

自記ペンと記録用紙の間の摩擦をなるべく小さくししかも両者の接触を確実にするためには、適当な弾力のある材料をFG間に使用する必要がある。著者は、鉄、銅、真鍮など種々の材料で試みたが、結局、厚さ0.5mmの亚克力板を第3-3図の上部に示したようにとりつけたものが最も具合がよかった。

各部分の接合、組合わせには、運搬と、改造・修理を容易にするため、クギや接着剤は一切用いず、モクネジ、ボルト、ナットなどだけで組立てた。

特殊な部分を除いて全体を白エナメルで塗装し、防湿と防熱をはかった。

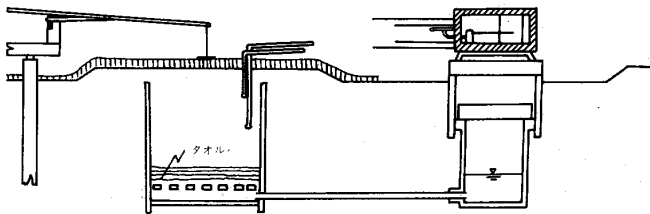
## § 2・2 起霜地面の準備

霜柱を順調に生長させるためには、土壤に常時適切な水分を保持させる必要がある。そのためには、水の補給を地上からでなく地下から行う必要がある。その理由は次の2つである。

1. 霜柱の形状は、土壤表面の凹凸状態の微妙な変化によって著しく相違する。地上からのカン水は、その表面状態を不自然にする。

2. 地上からのカン水は、地面近くの地中温度勾配を乱して不自然にしてしまう。

そこで、水は第3-4図のように地下から補給することにした。補給する水の温度は、水の入る深さ(30cm)の地温と等しくなるように調節してから注入した。その水位は、厚さ約5cmのタオル層の最上部から約1cm下のレベルまで入れることにした。



第3-4図 給水装置

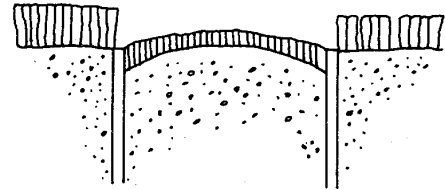
注水は毎日1回、午前中に行うのを原則とした。

給水槽の上椽は、地表面より約5cm下になるように埋めた。

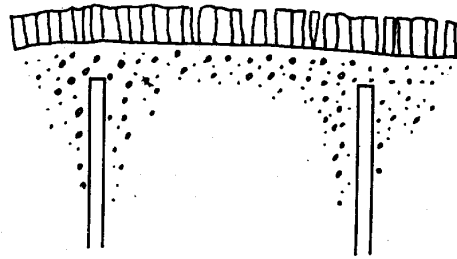
これは、もし上椽が地上にでていると、上椽からの

冷却が桶板を通じて下方に伝わり、それが次第に中央部に向って移行するため、第3-5図Aのように桶の中の土壤の表面には周囲と異なった霜柱が発生し、しかもそれらが左右とつながって凹レンズ型の氷柱群を形成し、これが桶の中の土壤を圧迫するという異常な状態を現出しやすいからである。

上椽を地中に入れておけば、常にBのような正常な形になることを経験している。



A 上椽が地上にあるとき



B 上椽が地中にあるとき

第3-5図 給水桶の上椽の影響

## § 2・3 霜柱重量の測定方法

単位面積の土壤面に発生した霜柱の重量を測定するためには、ある正確な面積の霜柱を取りだして、その重量を測定しなければならない。

ところが、霜柱は隣接の霜柱と一部つながっている場合が多い。つながっているのは、大抵は頭頂部であるが、このつながりを、霜柱群を崩さずに正方形なり円形なりに切りとることは至難である。

したがって、一定面積の霜柱を取りだすためには、前もって或面積の柱群とその周辺の柱群との間に切れ目ができるようにしておく必要がある。

それには極めて簡単な方法がある。ケント紙のような硬い紙を細長く切って両端を接着して丸い輪をつくり、この輪を溶融したパラフィンに浸してとりあげる。この輪を霜柱を立たせようとする土壤面にのせて、これを平らな板で静かに土壤中に押しこみ、上椽が地面とすれすれになるようにすればよいのである。

この予備操作によって、輪の中に生長する霜柱と外のそれとの間に約0.5mmの隙間ができ、翌朝その中の霜柱だけを容易にとり出すことができる。著者は、直径

11.3cm, 高さ1.0cmの輪を最もよく用いた。これによって100cm<sup>2</sup>の霜柱を仕切ることができた。

§ 2・4 気象要素の測定方法

気温と湿度は、通常は7日巻の自記温湿度計によって測定した。ただし、感温部の高さが地上25cm, 感湿度部の中央の高さが地上20cmになるように設置し、厚さ7mmの白塗した木製カバーで日射と放射を防いだ。

なお、特に必要な場合は、地上1.5mの高さに1日巻の自記温湿度計を設置し、白塗した木製カバーで日射と放射を防いだ。

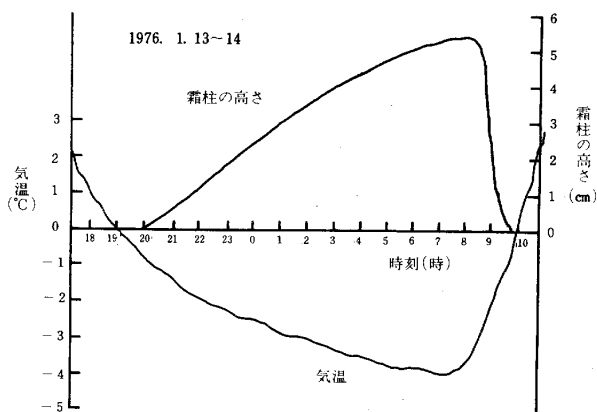
地温は、通常は曲管地中温度計を用いたが、特に浅い部分を正確に測る必要のあるときは銅コンスタンタン熱電対によって測定した。

霜柱の表面温度の測定も、同熱電対によって測定した。このほか、必要に応じ、風向、風速、雲形、雲量を記録し、降雨、降雪のあったときは、雨量、積雪量を測定した。

第3章 実験の結果とその考察

§ 3・1 快晴の夜の霜柱生長曲線

霜柱の生長曲線の多くは、このタイプに属している。いわば、霜柱生長曲線の基本型である。



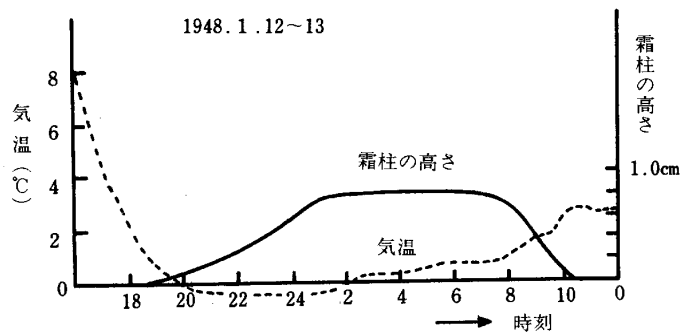
第3-6図 快晴の夜の霜柱生長曲線

第3-6図は、その一例である。図の中で気温としてあるのは、地表面上25cmの高さで測定した気温である。

地表温度が0°Cに達したころから徐々に生長がはじまり、やがてそのスピードを増して最高速度になる。しかし、霜柱が次第に長くなるにつれて生長速度が減少し、やがて太陽の光を浴びて急激に融解している。

§ 3・2 雲の出た夜の霜柱生長曲線

第3-7図は、霜柱の生長の途中から雲が出た場合の生長曲線である。気温は地表面上25cmで測定したものである。



第3-7図 途中から雲が出た夜の霜柱生長曲線

当日の気象データは第3-1表の通りであった。13日の0時30分頃まで、順調に生長していた霜柱が、

第3-1表 (第3-7図)の霜柱生長の前後の気象データ

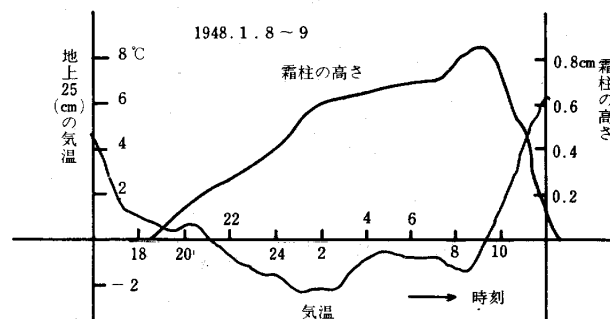
月日	時分	風		雲		地温(°C)	
		風向	風速/m/sec	雲形	雲量	-2cm	-5cm
1. 12	16.00	N	1	Ac	7		
	18.00		0		0	1.8	2.3
	22.00		0		0		
1. 13	3.00		0	Ac	10	0.8	
	7.40	N	2	Ac	10	0.7	1.0
	11.00	NE	3	Sc	10*		

\*小雨降り始める

1時を過ぎたころから急に生長が鈍り、2時には完全に止まってしまった。

曲線から判断して、0時30分を過ぎてから1時間以内に、雲量 (cloud amount) が0から10に急変したと思われる。

第3-8図および第3-9図は、いずれも一夜のうちに雲が増えたり減ったりした場合の生長曲線である。前者は地温の低いとき、後者は地温の高いときの例である。



第3-8図 雲が去来した夜の霜柱生長曲線 (地温の低いとき)

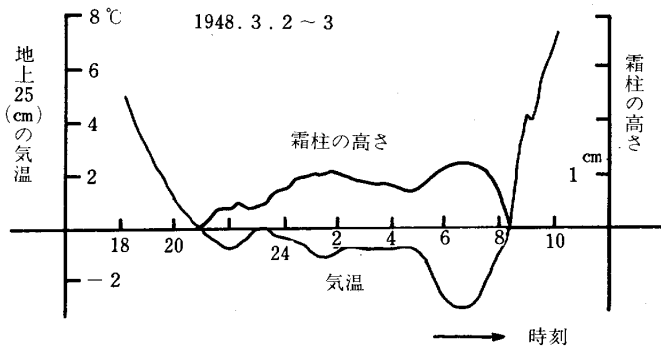
この夜の気象データは第3-2表の通りである。

第3-8図と、その気象データ第3-2表をみると、霜柱の生長速度は雲の増減に極めて敏感に反応していることがわかる。しかし、この例では、地温が比較的

第3-2表 (第3-8図) の霜柱の気象データ

月日	時分	風		雲		地温(°C)	
		風向	風速	雲形	雲量	-1cm	-5cm
1.8	14.00	N	2	Ac	4	2.1	1.6
	17.00	NNW	1	Ac	1	1.0	2.0
	20.00	NNW	1	Ac	1	0.7	1.7
	22.00	NNW	0	Ac	7	0.6	1.6
1.9	0.00	N	1	Ac	3	0.6	1.5
	2.00	-	0	Ac	10	0.5	1.4
	4.00	-	0	Ac	9	0.5	1.4
	6.00	-	0	Ac	0	0.4	1.4
	8.00	-	0	Ac	5	0.4	1.3

低いため、生長速度がゼロやマイナスになることはなく、生長曲線は波形を描きながら、上昇を続けている。ところが、冬も終りに近づいて地温が高くなってくると、雲の出現により生長速度がゼロあるいはマイナスになる場合がある。その例を第3-9図に示す。



第3-9図 雲が去来した夜の霜柱生長曲線(地温の高いとき)

この夜の気象データは、次のようである。「3月2日、日中は北の風、快晴、夕刻より高積雲(Ac)、層積雲(Sc)、が去来す。3月3日午前8時、高積雲が全天を覆う、のち次第に晴れる。3日午前7時30分に測定した地温次の通り。

- 深さ 5 cm      3.2°C
- " 15 cm     5.2°C
- " 25 cm     5.5°C

朝の深さ5cmの地温が3°Cを超えるのは、霜柱シーズンとしてはかなり高い地温である。雲によって、地面からの純放射が妨げられると、地面から上に逃げる熱量より下から伝えられる熱量が多くなる。そこで雲が出ると霜柱が融けて短くなるという現象が生ずる。第3-9図に見られる霜柱の下降線は、こうして生じたものである。

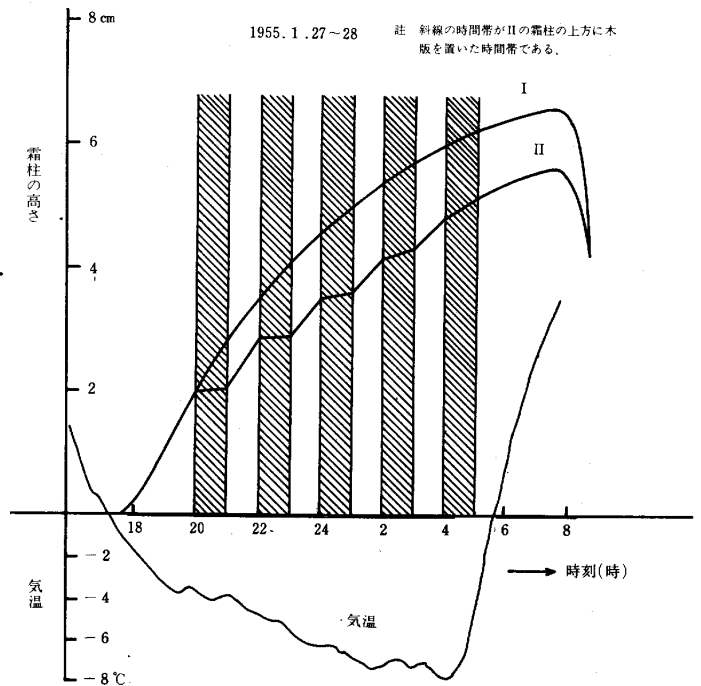
§ 3・3 放射を妨げた霜柱の生長曲線

前節で、雲によって霜柱の生長が妨げられるのは、雲が、霜柱からの純放射を妨げるためであると説明したが、この説明に対しては次のような反論があり得る。

雲によって霜柱の生長が妨げられるのは、雲の保温作用によって地面近くの気温が上がるためである。その証拠に、霜柱の生長が鈍るときは、必ず地面近くの気温が上がっているのではないか。

この説は、第3-6図から第3-9図までのような図を見た人がしばしば唱える説である。この説の誤りを明確に示すのが次の実験である。

すなわち、自記装置により、2か所の霜柱の生長を同時に記録しつつ、その長さが約2cmに達したとき、一方の霜柱の上方30cmの高さに、約1m四方の木板を横たえて空への放射を妨害した。1時間後にこの板をとり去り、また1時間後に木板をかぶせた。一方では、これを繰返しつつ、他方の霜柱は何もせずに普通に生長をつづけさせた。こうして得た生長曲線が第3-10図のIとIIである。



第3-10図 放射を妨げられた霜柱と開放された霜柱の生長の比較

このような局所的放射妨害を行っても、霜柱の上を静かに流れる空気温度は、他の部分と異なるものではない。したがって、IとIIは同じ温度の空気の中で生長した霜柱であり、その曲線の違いは、純放射の有無だけに、起因しているということが出来る。

放射妨害の生長速度に対する影響は、IIに見られるように、霜柱が短いときほど明瞭にしかも敏速にあらわれている。このことは、短い霜柱生長方程式は、純放射主導型となすべきことを示しているものといえよう。

なお、この夜は西の風0~1m/sec、全天に雲なく、銀河を明瞭に見ることができた。深さ5cmの地温は22時に2.1°C、翌朝7時に0.3°Cであった。



§ 3・4 生長中の霜柱を取り去ったあとに生長する霜柱の生長曲線

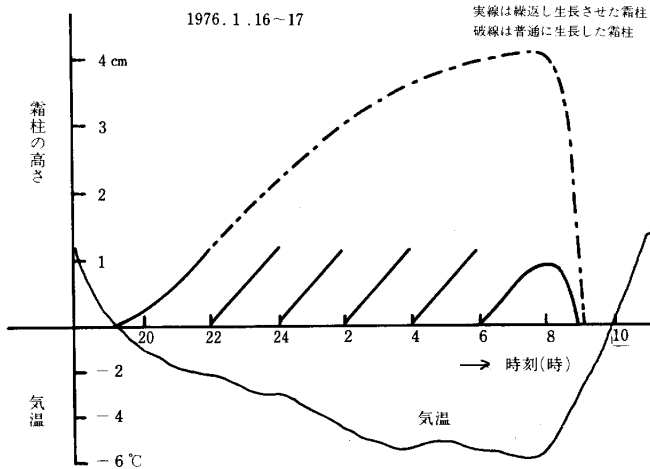
藤原咲平<sup>(4)</sup>が、北極海洋上の氷の生長に関するJ.STEFAN の理論、そしてその一般解であるF. NEUMANN の理論を霜柱の生長速度に適用することを唱えて以来、これにつづく川野<sup>(15)</sup>、田島ら7氏<sup>(55)</sup>の生長速度に関する方程式は、いずれも霜柱の生長速度を気温の関数として表わしている。

もし、これが正しければ、地面に近い層の気温が異なるときには、霜柱の生長速度は異ならねばならない。

逆に、生長速度が、より直接的に純放射の関数であるならば、純放射の一定した夜の霜柱は接地気温に関係なく一定でなければならない。

この何れが正解であるかを検証するために著者は静かな快晴の夜に、生長中の霜柱を途中で取りさって新たに生長する霜柱の生長曲線を調べてみた。それによって、異なった接地気温の中での生長速度を比較しようとしたのである。

その実験の一例が第3-11図である。



第3-11図 快晴の夜の霜柱の繰返し生長

実線の霜柱は、発生後、2時間毎に取りさることを5回繰返した霜柱の生長を表わすものである。図によると、22時、24時、2時、4時、6時に生長を開始した霜柱は、いずれも全く同じ速度で生長していることがわかる。

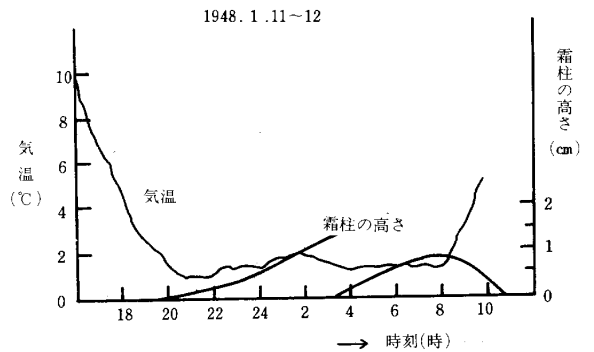
それぞれの生長中の接地気温（高さ25cmで測定）は、およそ $-2^{\circ}$ 、 $-3^{\circ}$ 、 $-4^{\circ}$ 、 $-5^{\circ}$ 、 $-6^{\circ}$ Cと、相当に異なっているにもかかわらず、生長速度は同じであった。この種の実験は、このほかにも、1955年2月16日、1960年1月15日、1976年12月29日、同年12月31日の夜にも行ったが、何れも全く同じ傾向があらわれたのであった。

これらの結果から、少なくとも1~2cmぐらいの短い霜柱の生長速度には、純放射の影響が大き

いと考えられる。

§ 3・5 0°C以上の空気中で生長する霜柱の生長曲線

前節のような意図のもとで 霜柱を途中で取り去る実験をはじめた初期に、偶然得られたのが第3-12図の曲線である。



第3-12図 0°C以上の空気中で生長した霜柱の生長曲線

ここで注目すべきは、地上僅か10cmの気温（図中の細い実線）が1°C以上という条件のもとで、霜柱が生長していることである。

この夜は、北の風が終始2~4 m/secの風速で吹いていて、地上の空気はかなりカク乱されていた。

地上2 mの気温は、22時に2.0°C、4時には2.2°Cであった。地上10mの気温との差は平均して1°Cに満たなかった。

したがって、この夜の地表すれすれの空気温度は、1°Cからあまりはなれず、0°C以上であった可能性も強い。それにもかかわらず、霜柱は約2.1mm/hourの速度で生長していたのである。

無論、霜柱は氷であるから0°C以上であったはずはなく、霜柱の頂上は0°C以下であったに違いないが、そのように接地気温より霜柱頂部が低温になるのは、純放射による放熱が、強く働いていた証拠といえよう。

この例も、霜柱の生長速度を気温のみの関数とする考え方では説明不可能である。

第4章 霜柱の生長方程式

（この章は、近く農業気象学会誌に発表予定のため要約にとどめる）

霜柱の生長方程式には、従来、熱伝導型と放射冷却型の2つがあった。前者はJ.STEFANが北極海の氷の生長を説明するためにたてた次式である。

$$l^2 = -\frac{2k_i\theta_i}{L\rho_i} t \quad (3 \cdot 1)$$

ここに、 $l$ :時刻  $t$  における氷の厚さ  
 $k_i$ : 氷の熱伝導度

$\theta_i$  : 氷の表面温度

$L$  : 氷の融解の潜熱

後者は、著者らが以前にたてた次式である。

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\varepsilon_l R_n - k_s \frac{\partial \theta_s}{\partial x'}}{L \rho_i \alpha} \quad (3 \cdot 1)$$

( $x'$  は下向きに正)

ここに、 $dl/dt$  : 霜柱の生長速度、

$\varepsilon_l$  : 霜柱表面の長波放射射出率

$k_s$  : 土の熱伝導度

$\partial \theta_s / \partial x'$  : 地中の温度勾配

$\alpha$  : 霜柱の密生度

後者の放射冷却型方程式は、霜柱が短い場合の現象をよく説明しうると共に、霜柱の短い場合の実測生長速度に計算値がかなりよく合致していたが、長い霜柱の生長速度の減少を説明しにくかった。前者の熱伝導型方程式は、霜柱が長くなるにつれて生長速度が減少することを定性的に説明するのには役立ったが、実測の数値とは合致せず、短い霜柱の生長速度には適合しなかった。

本章では、上記の2者を統一して長短いずれの霜柱にも適用できる新しい方程式の誘導を試みた。その方針としては、霜柱の表面と底面でそれぞれ主な熱収支を考え、それを結合する方法で新しい生長方程式を誘導したものである。

その結果得られたのが次式である。

$$\frac{dl}{dt} = \frac{A_3 l + A_4}{A_2 l + \bar{k}_i} \quad (3 \cdot 3)$$

ここに、

$$A_1 = -\theta_a (h + 4\varepsilon_l \sigma T_a^3 + L h_v a') + \varepsilon_l R_{n_0} + L h_v \zeta \rho_{as} \quad (3 \cdot 3 \cdot 1)$$

$$A_2 = h + 4\varepsilon_l \frac{R_{n_0}}{T_0} + 4\varepsilon_l \sigma T_a^3 + L_i h_v a' \quad (3 \cdot 3 \cdot 2)$$

$$A_3 = A_1 h_v a' + A_0 A_2 \quad (3 \cdot 3 \cdot 3)$$

$$A_4 = \bar{k}_i \left( \frac{A_1}{L \rho_i \alpha} + A_0 \right) \quad (3 \cdot 3 \cdot 4)$$

$$A_0 = h_v' (a' \theta_a - \zeta \rho_{as}) - \frac{q_{so}}{L \rho_i \alpha} \quad (3 \cdot 3 \cdot 5)$$

$$\bar{k}_i = \alpha k_i + (1 - \alpha) k_{ia} \quad (3 \cdot 3 \cdot 6)$$

ここに、 $dl/dt$  : 霜柱の生長速度

$l$  : 霜柱の長さ

$\theta_a$  : 気温 ( $^{\circ}\text{C}$ )

$h$  : 熱伝達係数

$\varepsilon_l$  : 霜柱表面の長波放射射出率

$\sigma$  : Stefan-Boltzmannの放射定数

$T_a$  : 気温 ( $^{\circ}\text{K}$ )

$L_i$  : 氷の昇華の潜熱

$h_v$  : 水蒸気の伝達係数

$a'$  : 空気中の水蒸気密度を気温の1次関数として表わすときの係数

$R_{n_0}$  :  $0^{\circ}\text{C}$ の黒体の夜間における純放射

$\zeta$  :  $(1 - \zeta)$  が相対湿度にあたる

$\rho_{as}$  : 気温に対する飽和水蒸気密度

$T_0$  :  $0^{\circ}\text{C}$ の絶対温度表示 ( $^{\circ}\text{K}$ )

$h_v' : h_v / \rho_i$

$\rho_i$  : 氷の密度

$\bar{k}_i$  : 地中からの熱流束

$k_{ia}$  : 氷の熱伝導度

$q_{so}$  : 霜柱群の氷柱間の空気の熱伝導度

この式による計算値は、実測値とおおむね一致した。また、従来の熱伝導型と放射冷却型の方程式と、この方程式との関連について考察した結果、従来の2式は、いずれも、この方程式を特定の条件のもとで簡略化した近似式として与えられることも明らかとなった。

また、地中からの熱流 $q_{so}$ の考察の中から霜柱がよく生長するためには、土の熱伝導度 $k_s$ が小さいことが重要であることも明らかになった。

なお、生長速度の計算に用いた霜柱の熱伝導度、霜柱表面の上層における熱伝達係数、水蒸気の伝達係数等については、なお検討の余地があり、今後の研究の課題と考えられる。

## 総 括

霜柱の生長や発生のためには、気象条件は勿論、土壌条件としては、起霜条件と給水条件が満たされる必要がある。

本論文の第1部においては、土の起霜機能に関する微粒子の粒径の最大限として、およそ $3 \sim 5 \mu$ の値を得た。これは霜柱における氷晶析出の機構解明のための1つの重要な手がかりになると考えられる。

第2部においては、種々の粒径をもつ粉体と、関東ロームについて、水分量を変えて霜柱の発生を観察し

た結果、霜柱発生域の最大水分量 $W_{max}$ はpF1に相当し、最小水分量 $W_{min}$ は、水分拡散係数 $D_w \approx 0.003 \text{ cm}^2/\text{sec}$ に相当する水分量であることが明らかとなった。

したがって $W_{max} - W_{min} > 0$ は勿論、その値が大きいほど霜柱が発生しやすい土といえる。

第3部においては、気象条件と地中からの熱流を考えて、新しい霜柱生長方程式を誘導した。この式による計算値は、実測値とおおむね一致した。また、従来の熱伝導型と放射冷却型の方程式は、この方程式を特

定の条件のもとに簡略化した近似式として与えられることを説明した。また、地中からの熱流の考察の中から、霜柱がよく生長するためには、土の熱伝導度 $k_s$ が小さいことが重要であることが明らかとなった。

以上から、霜柱の発生しやすい土壌条件として、

- (1) 粒径が $3 \sim 5 \mu$ 以下の微粒子を含んでいること。
- (2)  $W_{max}$ と $W_{min}$ の間の水分量の幅が広いものであること。
- (3) 熱伝導度 $k_s$ の小さいものであること。

が重要であるといえる。

関東ロームに霜柱がよく立つのは、この3条件を十分に満たしているためであることが明らかになった。

以上の条件が満たされている土壌では、地中の熱伝導方程式

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 \theta}{\partial x'^2}$$

$$\text{を、 } \begin{aligned} x=0, \quad \theta_s=0 \\ t=0, \quad \theta_s=f(x') \end{aligned}$$

の条件で解けば、地中温度の計算が可能である。

次に、上の解より地中からの熱流 $q_{so}$ が求められ、気象条件が与えられれば、霜柱の生長速度 $dl/dt$ が求められる。

さらに、土壌水分変化を表わす方程式

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x'} D_w \frac{\partial w}{\partial x'} - \frac{\partial K_u}{\partial x'}$$

$$\text{を、 } x'=0 \text{ で } D_w \frac{\partial w}{\partial x'} - K_u = \frac{\rho_i}{\rho_w} \alpha \frac{dl}{dt}$$

$$t=0 \text{ で } w=f(x')$$

という条件でとけば、霜柱発生時の水分量変化が求められる。

今後は、これらの式中の諸係数の測定を行って行きたいと考えている。

未解決の問題はなお山積しているが、これまでの研究によって、霜柱の生長に関して、いくつかの具体的な条件が明らかとなり、一応この研究の端緒を開くことができたと考え、ここに報告したものである。

## 摘 要

農業、土木、造園等の分野で、霜柱を防ぐことは極めて重要な課題となっている。

霜柱の発生や生長は、気象と土壌の双方の条件から決まると考えられる。そこで本研究では、まず土壌の条件を起霜体および霜柱への給水体としての2条件に分けて考察してその因子を明らかにし、さらに気象条件をも考慮した霜柱生長方程式をたて、これらによって霜柱の発生や生長の具体的な条件を明らかにしようとしたものである。その内容を次の3部に分けて記述した。

- I 土壌の起霜機能
- II 土壌の給水機能
- III 霜柱の生長方程式

まず第1部では土壌の起霜機能についてのべた。

土壌の起霜機能とは、土壌が含有水分を氷柱として析出する機能をいう。土壌が起霜機能を持つためには、その中に若干の微粒子の存在することが不可欠の条件とされているが、本研究に於ては、その微粒子の最大粒径を明らかにしようとしたものである。

方法としては、第1に、霜柱のよくできる関東ロームから、或る粒径以下の微粒子を取り除いたものを5種つくり、これらの土壌からの霜柱の発生状況を観察した。

第2の方法としては、種々の大きさの非水溶性微粒子に適切な水分条件を与えて霜柱の発生状況を観察した。

その結果、起霜機能に関与する粒子の最大粒径は、およそ $3 \sim 5 \mu$ であるとの結論に達した。

第2部では、土壌の給水機能についてのべた。ここでは、霜柱下底面に水を供給する給水体としての土壌水分条件が如何なる物性値によって表わされるかを研究した。

試料としては、種々の段階別に粒径のよくそろった水晶粉末7種と砂2種、さらに、これらと対照する意味で、幅広い粒径の粒子を含有する関東ローム(松戸市常盤平の表土)を使用した。

これらの試料のそれぞれに、さまざまな水分量を与えて、その上にのせた起霜物質(水晶白:粒径 $3 \sim 7 \mu$ )に霜柱が発生するかどうかを、低温恒温庫に試料を入れて観察した。

同時に、これらの試料の粒度分布、pF-水分曲線、毛管力、透水係数、不飽和透水係数を測定し、これらと、上記の方法で調べた霜柱発生水分域の関連性を検討した。

その結果、霜柱発生水分域の最大水分量 $W_{max}$ は、pF1に相当するものであり、同じく最小水分量 $W_{min}$ は、水分拡散係数 $D_w \doteq 0.003 \text{ cm}^2/\text{sec}$ に相当する水分量であることが明らかとなった。

霜柱が発生するためには当然 $W_{max} - W_{min} > 0$ でなければならず、この値の大きい土壌ほど霜柱が発生しやすいといえる。実験の中で、粒径のそろった水晶粉末において、霜柱発生水分域が極めて発見しにくか

ったのは、 $W_{max}$  と  $W_{min}$  の間に体積含水率において僅かの差しかなかったためと考えられる。

これに反し、関東ロームは、体積含水率の広い範囲にわたって霜柱発生水分域があり、給水体としてきわめてすぐれていることがわかった。

第3部では、霜柱の生長方程式をたて、霜柱生長の具体的な条件を明らかにしようとした。

霜柱の生長方程式には、従来、熱伝導型と放射冷却型の2つがあった。前者は、J. STEFAN が北極海の氷の生長を説明するためにたてた式、すなわち

$$l^2 = -\frac{2k_i \theta_i}{L\rho_i} t \quad (3 \cdot 1)$$

ここに、 $l$  : 時刻  $t$  における氷の厚さ、 $k_i$  : 氷の熱伝導度、 $\theta_i$  : 氷の表面温度、 $L$  : 氷の融解の潜熱。

より出発したもの、後者は著者らが以前にたてたもの、すなわち

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\varepsilon_l R_n - k_s \frac{\partial \theta_s}{\partial x'}}{L\rho_i \alpha} \quad (3 \cdot 2)$$

( $x'$  は下向きに正)

ここに、 $d l / dt$  : 霜柱の生長速度、 $\varepsilon_l$  : 霜柱表面の長波放射射出率、 $k_s$  : 土の熱伝導度、 $\partial \theta_s / \partial x'$  : 地中の温度勾配、 $\alpha$  : 霜柱の密生度。

後者の放射冷却型方程式は、霜柱が短い場合の現象をよく説明し得ると共に、霜柱の短い場合の実測生長速度ともかなりよく合致していたが、長い霜柱の生長速度の減少を説明できなかった。前者の熱伝導型方程式は、霜柱が長くなるにつれて生長速度が減少することを定性的に説明するには役立ったが、実測の数値とは合致せず、短い霜柱の生長速度には適合しなかった。

本研究では、上記の2者を統一して長短いずれの霜柱にも適用できる方程式の誘導を試みた。すなわち、霜柱の表面と底面でそれぞれ熱収支を考え、それを結合する方法で (3・3) 式から (3・3・6) 式までに示

した新しい生長方程式を誘導した。

また、この過程において、地中からの熱流  $q_{so}$  の考察の中から、霜柱がよく生長するためには土の熱伝導度  $k_s$  が小さいことが重要であることも明らかにした。

以上から、霜柱の発生しやすい土壤の条件をまとめると次の通りである。

1. 粒径が  $3 \sim 5 \mu$  以下の微粒子を含んでいること。
2.  $W_{max}$  と  $W_{min}$  の間の水分量の幅が広いものであること。
3. 熱伝導度  $k_s$  の小さいものであること。

関東ロームによく霜柱が見られるのは、適度の寒さと、雪が少ないという気象条件から霜柱が人の目にふれやすいためだけでなく、以上の3条件を十分に満たしているためであることも明らかとなった。

以上の条件が満たされている土壤に生長する霜柱の生長方程式として、従来、熱伝導型と放射冷却型の2種があった。本研究では、相補的關係にある両者を統一する新しい生長方程式を誘導し、新方程式による生長速度  $d l / dt$  が、実測した速度とおおむね一致することを実証した。さらに従来の2つの型の方程式が、新方程式の特定の条件のもとでの近似式として与えられることも明らかにした。

解決すべき問題は多く残されているが、本研究によって、霜柱の生長のための土壤条件と気象条件について、いくつかの基礎的な条件が明らかとなったので、ここに報告した。

## 謝 辞

本研究に際し、東大教授白井清恒博士より懇切なご指導を得たことに深謝する。

また、この研究に特に重要な役割を分担してくれた千葉大学大学院生富士田恭二君、同技術補佐員男沢倫子さんに心から謝意を表したい。

記号表

$A_r$ :	Archimedes数	(cal/cm·sec·deg)	
$A_0$ :	(3·3·5) 参照	$k_s$ :	土壤の熱伝導度, (cal/cm·sec·deg)
$A_1$ :	(3·3·1) "	$L$ :	氷↔水の潜熱, 0°Cで約79.7(cal/g)
$A_2$ :	(3·3·2) "	$L_i$ :	氷↔水蒸気の潜熱, 0°Cで678(cal/g)
$A_3$ :	(3·3·3) "	$l$ :	霜柱の長さまたは氷の厚さ, (cm)
$A_4$ :	(3·3·4) "	$l_0$ :	$t = 0$ のときの霜柱の長さ
$a$ :	$R_n = \sigma T^4 \cdot f(e)$ の係数, 0.39	$l_1$ :	$h, G_r$ を考える時の表面の長さ, (cm)
$a'$ :	$\rho = f(\theta_a)$ の係数, $0.28 \times 10^{-6}$ (g/cm <sup>3</sup> ·deg)	$l_2$ :	$h_v, A_r$ を考える時の表面の長さ, (cm)
$a_s$ :	$\theta_s = f(x')$ の係数	$l_w$ :	沈降する長さ, (cm)
$a_{st}$ :	時刻 $t$ における $a_s$	$m_a$ :	大気の相対湿度
$a_{s0}$ :	$t = 0$ における $a_s$	$N_u$ :	Nusselt数
$b$ :	$R_n = \sigma T^4 \cdot f(e)$ の係数	$P$ :	大気圧, (mmHg)
$b_s$ :	$\theta_s = f(x')$ の係数	$P_r$ :	Prandtl数
$b_{st}$ :	時刻 $t$ における $b_s$	$p$ :	水蒸気圧, (mmHg)
$b_{s0}$ :	$t = 0$ における $b_s$	pF :	pF = log <sub>10</sub>  H
$C$ :	定数, $N_u = f(R_e)$ に含まれる	$q_s$ :	土の空隙率
$C_s$ :	土壤の容積比熱, (cal/cm <sup>3</sup> )	$q_c$ :	霜柱表面からの対流による熱流束, (cal/cm <sup>2</sup> ·sec)
$C_{ss}$ :	土壤の固相の重量比熱, (cal/g)	$q_l$ :	霜柱氷柱内の熱流束, (cal/cm <sup>2</sup> ·sec)
$C_w$ :	水の容積比熱, (cal/cm <sup>3</sup> )	$q_{la}$ :	霜柱の氷柱間隙の空気中の熱流束, (cal/cm <sup>2</sup> ·sec)
$D$ :	水蒸気の空気中における拡散係数, 0.22 (cm <sup>2</sup> / sec)	$q_L$ :	霜柱表面からの昇華による熱流束, (cal/cm <sup>2</sup> ·sec)
$D_w$ :	土壤中の水分拡散係数, (cm <sup>2</sup> / sec)	$q_R$ :	霜柱表面からの反射の熱流束, (cal/cm <sup>2</sup> ·sec)
$d$ :	土粒子の直径, (cm)	$q_{Ra}$ :	霜柱表面からの接地放射の熱流束, (cal/cm <sup>2</sup> ·sec)
$e$ :	大気の水蒸気圧力, (mmHg) <sub>i</sub>	$q_{so}$ :	地中からの熱流束, (cal/cm <sup>2</sup> ·sec)
$G_r$ :	Grashoff数	$R_e$ :	Reynolds数
$G_s$ :	土の真比重	$R_n$ :	黒体の純放射, (cal/cm <sup>2</sup> ·sec)
$G_T$ :	水の比重	$R_{n0}$ :	0°Cの黒体の純放射, (cal/cm <sup>2</sup> ·sec)
$g$ :	重力の加速度, 980 (cm/sec <sup>2</sup> )	$R_s$ :	土壤面の純放射, (cal/cm <sup>2</sup> ·sec)
$H$ :	土壤水の水分張力を水柱高に直したもの, (cmH <sub>2</sub> O)	$R_{s0}$ :	0°Cの土壤面の純放射, (cal/cm <sup>2</sup> ·sec)
$H_s$ :	毛管力, 白井法で測定される毛管吸引力, (cmH <sub>2</sub> O)	$S_c$ :	Schmidt数
$h$ :	熱伝達係数 (cal/cm <sup>2</sup> sec deg)	$S_h$ :	Sherwood数
$h_v$ :	水蒸気の伝達係数, (cm/sec)	$S_v$ :	土の固相率
$h'_v$ :	$h_v / \rho_i$	$T$ :	温度の絶対温度表示, $\theta + 273.15$ (°K)
$K$ :	土壤の飽和透水係数, (cm/sec)	$T_0$ :	0°Cの " , (°K)
$K_u$ :	土壤の不飽和透水係数, (cm/sec)	$T_a$ :	気温の " , (°K)
$K_o$ :	$K / p_s$ , (cm/sec)	$T_B$ :	黒体表面温度の絶対温度表示, (°K)
$k_a$ :	空気の熱伝導度, $5.81(1 + 0.00287\theta) \times 10^{-5}$ , (cal/cm·sec·deg)	$T_l$ :	霜柱の表面温度の " , (°K)
$k_i$ :	氷の熱伝導度, $5.28 \times 10^{-3}$ (cal/cm·sec·deg)	$t$ :	時間, (sec)
$\bar{k}_i$ :	霜柱の氷柱の間隙の空気も考慮した霜柱全体の熱伝導度, (cal/cm·sec·deg)	$t_0$ :	はじめの時刻
$k_{ia}$ :	霜柱氷柱間の間隙の空気の熱伝導度,	$v$ :	風速, (m/sec)

$v_w$ :	土壌水の流速, (cm/sec)	$\chi_s$ :	土壌の " ", $\chi_s = k_s / C_s$ , (cm <sup>2</sup> /sec)
$w$ :	土壌水の体積水分率	$\lambda$ :	$\theta_s = f(\lambda)$ , $\lambda = F(x)$
$w_c$ :	雲量	$\lambda_w$ :	雲によって異なる係数
$w_v$ :	土壌の体積水分率	$\nu$ :	空気の動粘性係数, 0.132(cm/sec)
$x$ :	地表面を 0 とし, 上方にとった高さ, (cm)	$\rho$ :	空気中の水蒸気密度, (g/cm <sup>3</sup> )
$x'$ :	地表面を 0 とし, 下方にとった高さ, (cm)	$\rho'$ :	湿潤空気の密度, (g/cm <sup>3</sup> )
$\alpha$ :	霜柱の密生度 (霜柱の氷柱体積をみかけの体積でわった値)	$\rho_a$ :	大気中の水蒸気密度, (g/cm <sup>3</sup> )
$\varepsilon_l$ :	霜柱表面の長波放射射出率	$\rho_a$ :	大気の密度, (g/cm <sup>3</sup> )
$\zeta$ :	$\zeta = 1 - ma$	$\rho_{as}$ :	気温に対する飽和水蒸気密度, (g/cm <sup>3</sup> )
$\eta$ :	水の粘性係数 (g/cm·sec)	$\rho_i$ :	氷の密度, (g/cm <sup>3</sup> )
$\theta_a$ :	気温, (°C)	$\rho_l$ :	氷の表面温度に対する飽和水蒸気密度, (g/cm <sup>3</sup> )
$\theta'_a$ :	霜柱の柱体間隙の空気の温度, (°C)	$\rho'_l$ :	表面に接する湿潤空気の密度, (g/cm <sup>3</sup> )
$\theta_i$ :	霜柱の柱体の温度	$\rho_w$ :	水の密度, (g/cm <sup>3</sup> )
$\theta_l$ :	霜柱の $x = l$ の温度	$\sigma$ :	Stefan-Boltzmannの放射定数, 1.35465 × 10 <sup>-12</sup> (cal/cm <sup>2</sup> ·sec·°K <sup>4</sup> )
$\theta_s$ :	土壌の温度, (°C)	$\phi$ :	$\phi = e^{\chi^2} \cdot \text{erfc}(\chi)$
$\theta_o$ :	霜柱の $x = 0$ の温度, (°C)	$\chi$ :	$\chi = b_s \sqrt{K_s t}$
$\chi_a$ :	空気の熱拡散係数, 0.172 (cm <sup>2</sup> /sec)		

## 引用文献

- 1) AARON, H. (1934) Frost heave in highways and its prevention. *Public Roads* 15, No 1 : 10.
- 2) ブドウイコ・エム・イ (1956) 内島善兵衛訳：地表面の熱収支. 河川水温調査会 : 31.
- 3) BURTON and BENKELMAN (1931) Frost in road subgrades. *Eng. New-Record* 106 : 266.
- 4) 藤原咲平 (1924) 気象集誌II 2 : 55.
- 5) FUKUDA, H. (1936) Über die Eisfilamente im Boden. *J. Coll. Agr. Tokyo. Imp. Univ.* 13 : 453.
- 6) 福田仁志・金光達太郎 (1948) : 霜柱の生成と熱輻射について, 応用物理. 17. 1 ~ 2 : 23.
- 7) GEIGER, R. (1929) Das Klima der Bodennahen Luftschicht : 39.
- 8) GEIGER, R. (1929) ———— : 48.
- 9) 東 晃 (1977) 塞地工学基礎論 (その7), 雪
- 10) 稲垣乙丙 (1899) 農業気象学15版 : 255.
- 11) 稲垣乙丙 (1899) ———— : 24.
- 12) 自由学園自然科学グループ (1937) 霜柱の研究 I.
- 13) 自由学園自然科学グループ (1940) 霜柱の研究 II.
- 14) 川上いつえ (1975) でんぷんの形態. 医歯薬出版, 東京 : 182.
- 15) 川野昌美 (1932) 霜柱の生長速度の研究, 気象集誌II 10 : 221.
- 16) 清沢秀樹・白井清恒・松井重光 (1979) 散水時の地温変化に関する研究, 三重大農学報58 : 21.
- 17) 児玉正雄・坂東依彦・児島修二 (1958) 塗料と塗装. 第4版, 太陽閣, 東京 : 85.
- 18) 小平吉男 (1931) ,物理数学 第2巻 : 312.
- 19) 金光達太郎 (1956) 土壌と接地気層の気象条件による霜柱発生の予知について. 茨大農学報4 : 135.
- 20) 金光達太郎・久保田治夫・荒川稔・小林登 (1957) 霜柱の生長に関連ある数種の実験記録. 茨大農学報5 : 97.
- 21) 金光達太郎・荒川稔 (1958) 土壌面蒸発に及ぼす日射の影響. 千大園学報6 : 83.
- 22) 金光達太郎 (1977) 関東ロームにおける霜柱の生成融解が土壌水分の運動に及ぼす影響 I. 千大園学報25 : 51.
- 23) 金光達太郎 (1979) 関東ロームにおける霜柱の生成融解が土壌水分の運動に及ぼす影響 II. 千大園学報27 : 15.
- 24) 丸山栄三 (1957) 土壌の温度伝導度・熱伝導度・比熱・比容に対する土壌水分の影響. 農業気象12 : 125.
- 25) McCABE W.L.—SMITH, J.C. (1967) Unit Operation of Chemical Engineering. Kōgakusya McGraw-HILL Tokyo : 630.
- 26) McMcGEE, W.J (1885) *Nature* 31 : 480.
- 27) 三尾寿一 (1967) 霜柱の生長と形態, 千葉大学園芸学部卒業論文.
- 28) 三浦栄五郎 (1940) 気象観測法講話 : 8.
- 29) ムーア.W.J (1967) 新物理化学(上), 東京化学同人 : 107.
- 30) MOTH, C.L. (1934) Remedy of frost heaves on highways. *Eng. New-Record* 112 : 509.
- 31) MÜLLER-POUILLETS (1935) Das Lehrbuch der Physik 5.1 : 318.
- 32) MULLIS, I.B. (1930) Illustrations of frost and ice phenomena. *Public Roads* 11, No 4 : 61.
- 33) 中村延之 (1968) 夜間輻射が霜柱の生長曲線に及ぼす影響について, 千葉大学園芸学部卒業論文.
- 34) 中谷宇吉郎・孫野長治 (1942) 凍上の実験的研究, 気象集誌II 20 : 146, 低温科学1 (1944) に再録.
- 35) 中谷宇吉郎 (1945) 霜柱と凍上, 生活社, 東京.
- 36) 成塚正義 (1966) 霜柱に関する基礎研究, 千葉大学園芸学部卒業論文.
- 37) 日本機械学会 (1972) 伝熱工学資料改訂第二版 : 18.
- 38) 日本機械学会 (1972) ———— :
- 39) 農業土木学会 (1969) 農業土木ハンドブック, 第二刷, 丸善, 東京 : 708.
- 40) 小口八郎 (1941) 日本画の着色材料に関する科学的研究 (誌名不明) : 48.
- 41) 岡田武松 (1942) 理論気象学(上). 岩波, 東京 : 95.
- 42) 岡田武松 (1943) 理論気象学(中). 岩波, 東京 : 35.
- 43) 岡田武松 (1927) 気象学, 岩波, 東京 : 95.
- 44) 押田勇雄 (1950) 蒸発乾燥. 河出書房.
- 45) PATTEN, H.E. (1909) Heat transferens in soils. U.S Dept. Agr. Bur. Soils Bull. 59.
- 46) ROSE, A.C. (1925) Present status of subgrade studies. *Public Roads* 6, No. 7 : 137.
- 47) 芝亀吉 (1933) 熱学, 岩波, 東京 : 89.
- 48) 芝亀吉 (1944) 物理常数表, 岩波, 東京 : 127
- 49) 白井清恒 (1955) 滲潤に関する研究. 三重大農土研報3 : 106.
- 50) 白井清恒 (1961) 土壌の物理的伝導度に関する研

- 究. 三重大農学報24 : 149.
- 51) TABER, S. (1929) Frost heaving. *J. Geol.* 37 : 148.
- 52) TABER, S. (1930) The mechanics of frost heaving. *J. Geol.* 38 : 303.
- 53) TABER, S. (1930) Freezing and thawing of soils as factors in the destruction of road pavement. *Public Roads* 11, No.6 : 113.
- 54) 多田敦・山崎不二夫 (1963) 関東ロームの粒土分析. 農業土木研究別冊5 : 17.
- 55) 田島節夫・山田直勝・郡司助・平戸直・緑川秀雄・皆藤昇・平賀重夫 (1942) 霜柱, 中央气象台彙報, 19, 2.
- 56) 東大農業工学教室 (1967) 土壤物理実験. 東大出版会, 東京 : 42.
- 57) 東京天文台 (1979) 理科年表, 丸善, 東京. 物理 : 22.
- 58) 東京天文台 (1979) ———— : ————, 物理 : 10.
- 59) 東京天文台 (1979) ———— : ————, 気 : 11.
- 60) 東京天文台 (1979) ———— : ————, 気 : 15.
- 61) 坪井八十二 (1974) 農業気象ハンドブック. 養賢堂, 東京 : 84.
- 62) 坪井八十二 (1974) ———— : 83.
- 63) 坪井八十二 (1974) ———— : 84.
- 64) WINTERMYER, A.M. (1925) Percentage of water freezable in soils. *Public Roads* 5, No.12 : 5.
- 65) 山田 忍 (1951) 火山性土の凍結並融凍作用が土壤と作物に及ぼす影響と之れが対策に関する調査研究 (第1報) *日土肥誌*21 : 268.
- 66) 山田 忍 (1953) ———— (第2報) *日土肥誌*23 : 101.
- 67) 山田 忍 (1955) ———— (第3報) *日土肥誌*25 : 273.



## Studies on the Growth of Frost Pillars

Tatsutarō KONKŌ

### Summary

The origin and growth of the frost pillars are thought to be determined by both meteorological and soil conditions. This study is divided into three parts: first part analyzes the conditions under which water in the soil is turned into frost pillars; second part studies the conditions under which water is supplied to the base of the frost pillars. Furthermore, the writer hypothesized parameters—meteorological and others—by which the frost pillars are created and formulated an equation that accounts for its growth. In this study, the writer sought to identify the actual conditions under which frost pillars originate and develop.

1) It is generally considered that there must be microscopic particles in soil particles for soil water to be converted into a column of ice. In order to determine the maximum diameter of microscopic particles required for the creation of frost pillars, the writer used samples of Kanto loam containing various sizes of soil particles and several samples, in which each of the samples represented a sample from which particles of a given size had been removed successively—from the largest down to the smallest. These samples were saturated with water and then refrigerated in order to observe the conditions under which frost pillars develop. The result indicated that the soil had to contain soil particles with diameters in the range of 3-5 microns in order to get frost pillars to generate.

2) The physical parameters of the soil was studied in order to learn the conditions under which soil particles supply water to the base of the frost pillars. For this purpose, nine samples of microscopic particles (quartz and sand)—each sample differing in size of diameters, ranging from smallest to largest—and a sample of the Kanto loam, containing microscopic particles of varying diameters, were prepared.

These samples were each saturated with a varying amount of water, respectively. And then quartz powder with particle sizes in the range of 1-4 microns were lightly scattered over them. These samples were observed under refrigeration in order to ascertain the conditions under which frost pillars develop.

The result indicates that frost pillars are generated when the soil is fully saturated with water and when the soil's  $pF = 1$ . The minimum amount of soil water required for generating the frost pillars is that amount when the soil-water diffusivity is  $0.003 \text{ cm}^2/\text{sec}$ .

3) Traditionally there have been two types of equations for representing frost pillars: one type is based on considering heat conduction through the column, while the other is based on considering the effect of long-wave radiation at the surface of the frost pillars. However, the former is inappropriate for describing short columns of frost, while the latter's shortcoming is inadequate description of the long frost pillars.

The writer attempts to unify these two equations and derive one that would apply to both long and short frost pillars. The heat-conduction type of equation considers only the balance of heat at the base of the column, while the long-wave radiation type considers only the heat balance at the surface of the column. In this study, the writer has taken into consideration the heat

balances that occur at both the column's surface and base, and from the viewpoint of unifying both, has derived the following equation:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{A_3 l + A_4}{A_2 l + \bar{k}_i}$$

where

$$\begin{aligned} A_1 &= -\theta_a (h + 4 \varepsilon_l \sigma T_a^3 + L_i h_v a') & A_4 &= \bar{k}_i \left( \frac{A_1}{L \rho_i \alpha} + A_0 \right) \\ &+ \varepsilon_l R_{no} + L_i h_v \zeta \rho_{as} & A_0 &= h'_v (a' \theta_a - \zeta \rho_{as}) - \frac{q_{so}}{L \rho_i \alpha} \\ A_2 &= h + 4 \varepsilon_l \frac{R_{no}}{T_0} + 4 \varepsilon_l \sigma T_a^3 + L_i h_v a' & \bar{k}_i &= \alpha k_i + (1 - \alpha) k_{ia} \\ A_3 &= A_1 h'_v a' + A_0 A_2 \end{aligned}$$

where

- $d l / d t$  : Growing velocity of frost pillars
- $\theta_a, T_a$  : Air temperature ( $^{\circ}\text{C}$ ), ( $^{\circ}\text{K}$ )
- $h$  : Heat-transfer coefficient
- $\varepsilon_l$  : Emissivity of long wave radiation from surface of frost pillars
- $\sigma$  : Stefan-Boltzmann constant
- $L_i$  : Latent heat of ice sublimation
- $h_v$  : Transfer coefficient of water vapor
- $a'$  :  $d\rho / dT$
- $R_{no}$  : Net radiation of Black body at  $0^{\circ}\text{C}$
- $\zeta$  :  $(1 - \zeta) =$  relative humidity of air
- $\rho_{as}$  : Density of saturated water vapor at a given temperature
- $T_0$  :  $0^{\circ}\text{C}$  ( $^{\circ}\text{K}$ )
- $h'_v$  :  $h_v / \rho_i$
- $\rho_i$  : Density of ice
- $q_{so}$  : Heat flux from ground
- $L$  : Latent heat of water freezing
- $k_i$  : Heat conductivity of ice
- $k_{ia}$  : Heat conductivity of air between columns of frost

The existing two equations can be obtained as approximations by simplifying given conditions of the writer's equation.

The calculated values obtained by the writer's equation correspond in general with actually measured values of both short and long columns of frost.