

内的関係の生成とウィトゲンシュタインの数学の哲学

Creating Internal Relations and Wittgenstein's Philosophy of Mathematics

入江 俊夫

IRIE Toshio

要旨 『論理哲学論考』（以下、『論考』）から『哲学探究』へのウィトゲンシュタイン哲学の展開におけるもっとも根本的な変化の一つは、言語を時間とともに生成・変化していくものとして捉えるようになるという点である。この捉え方は、これら二つの主著の間の時期のもっとも主要な研究対象の一つであった数学の基礎についての考察において顕著である。本稿では、ウィトゲンシュタインの数学の基礎についての考察の哲学的意義を見積もるという課題に着手する。第1節では、彼の数学の哲学を内的関係の生成という観点から見るという解釈の基本的な方向性が打ち出される。第2節では、この方向性の内実を明らかにするために、哲学再開後のウィトゲンシュタインがしばしば考察した「定規とコンパスによる角の三等分問題」を、再開直後から『哲学的文法』第二部の時期までに限定して扱う。第3節では、第2節で扱ったウィトゲンシュタインの思考が『論考』からどのように歩み出そうとしているのかを考察することにより、彼の数学の哲学を内的関係の生成という観点から見るという第1節で打ち出した解釈の方向性が、彼の数学の哲学を『論考』からの自然な展開として理解するものであることを示唆したい。

1. 内的関係の生成とウィトゲンシュタインの数学の哲学

『数学の基礎』（*Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*, Blackwell, Oxford, 1956. 改訂版, Suhrkamp, 1974.）に収められたウィトゲンシュタインの、難解でときに偏狭にさえ見える所見群の哲学的意義を測ることは非常に困難である。彼の所見の語り口が通常の数学基礎論者の作法からあまりにも隔たっているため、この数学基礎論という研究領域にウィトゲンシュタインはどこからどのように入ってくるのか、そもそもいったい彼は土俵に上がっているのか、ということから考えなければならないからである。

こうした数学基礎論に対する貢献という問題をひとまず置き、その所見群を読んでいて目につくのは、内的関係の生成についての考察（とでも呼べるようなもの）である。「内的関係」とは、ウィトゲンシュタインによれば、概念間の関係であり⁽¹⁾、その非存立が思考不可能であるような関係である⁽²⁾。典型的に内的関係を表現するのは論理学の命題であり、数学の命題も同様であった⁽³⁾と考えられる。また、のちほど触れることになるが、対概念である外的関係が時間的に存立する関係であるのに対し、内的関係の存立は無時間的である⁽⁴⁾。すでに『論考』で内的関係は、形式的関係として示されうるものであ

(1) LFM p.73. 略記と書誌については、後ろの「参考文献と略記」を参照されたい。

(2) PO p.86. ムーアにより取られた講義ノートによる。なお、いまの説明をウィトゲンシュタインは「大ざっぱに言って」と断った上で与えている。略記と書誌については、後ろの「参考文献と略記」を参照されたい。

(3) BGM Teil VII § 6.

(4) BF I, § 1. BGM Teil I § 103, § 104. 「黒は白より明るい」といった「色の文法」についての命題も「内的関係」を表現すると言われている。

ると特徴付けられた⁽⁵⁾。このことの一つの意味は、内的関係の収まるべき場所は「言語」であると指定することである。だが今度は、ウィトゲンシュタインのいう「言語」ということで、我々はいったい何を考えたらいいかということが、一筋縄ではいかない問題として残されることになる。そして、その問題は「後期」に至ってその難易度を増すように思われる。

私見では、彼の数学の哲学は、この内的関係の解明、とくにその生成の問題、さらには言語とは何かといった問題の解明に著しく資するように考えられる。また、逆に、そうした問題を取り扱っていると読むことにより、ウィトゲンシュタインの数学の哲学の重要性が理解されるのではないと思われるのである。まずは手始めに、内的関係の生成について述べていると思われる一節を BGM から引いてみよう。

われわれはこう言いたい。証明はわれわれの言語の文法を変え、われわれの概念を変える。証明は新しい連関をつくり、これら連関の概念をつくる。(証明は、そうした連関が存在していることを確証するのではない。そうした連関は、証明がつくる以前は、存在しないのだ。)⁽⁶⁾

ここで「連関」と呼ばれているものが一種の内的関係であると私は見る。この所見の前半部は漠然としたイメージはもてるものの、後半部の括弧内は何が言われているのか見当すらつけにくいので、まず後半部について少しばかり考察しよう。後半部を幾分大げさに表現すれば次のようになるだろう。：「証明は、そうした連関が存在していることを確証するのではない。そもそも、そうした連関は、証明がつくる以前は、存在してさえないのだ。」この言い換えた方の命題も依然としてわかりにくいだが、注意すれば＜そうした連関は存在してさえないのだから、確証しようとするなどできない＞という含みを読みとることができる。そしてこのことを明らかにするためには、その逆のケース（確証できるケース）を考察することが役に立つ。例として（数学の命題ではないが）「花子の足にボールが当たった」をとり上げよう。この命題は、現実の世界に存在する二つのものである、＜ボール＞と＜花子の足＞について、＜x が y に当たる＞という関係が、成立したと語っている。ここでその成立が主張されている二項関係は、ある特定の時点でもの同士の間で成立した関係であり、概念間の関係ではないのだから、外的関係といえよう。この例において、「そうした連関が存在していることを確証する」とは、「花子の足にボールが当たった」という事実が実際に起こったことを検証することである。これは経験によってなすことができる。この例において、「そうした連関が存在していることを確証する」ことができるのは、確証（数学の場合は証明によってなされる）以前に、何を確証したらよいかはすでに与えられているからである。この意味で「花子の足にボールが当たった」という事態はすでに存在しているといえる。そして、引用した所見の後半部は、数学ではそうした事情になっていないと言っているのである。では、具体的にどのような事情になっているのか。すなわち、いま問題にしている後半部は数学におけるどのような事情を特徴付けたもののなのか。

(5) 『論考』4.121～4.126

(6) BGM Teil III §31.

この問いに答えるためには、前半部も付け加え先に引用した所見全体の十全な解釈とその帰結を明るみに出すことが必要であり、それがまさに私の目標の一つである。次節では、この所見の源流を求めて、哲学復帰後から『哲学的文法』第二部までの時期における、定規とコンパスによる角の三等分問題についての考察を扱いたい。このことにより、件の所見の意味するところも幾分明らかになるはずである。

2.1 二等分を求めること、三等分を求めること

「定規とコンパスによる角の三等分問題」は三大作図不能問題の一つであり、古代から長いあいだ問題であり続けた。作図を定規とコンパスだけに限定したのはプラトンであると伝えられており、それがユークリッド幾何学にも受け継がれている。なお、作図をする際には、次の2つのことだけが許されている：「定規は与えられた2点を通る直線を描くことができる。」「コンパスは与えられた点を中心として、与えられた長さを半径とする円を描くことができる。」90度や45度など、特別な角の三等分なら可能であるが、一般にはできない。ちなみに、三等分が一般的には不可能なことは、1837年に Wantzel により証明されている。⁽⁷⁾

定規とコンパスによる角の三等分に関するウィトゲンシュタインの考察⁽⁸⁾が集中している『哲学的文法』の第2部V-27は、以下に引用する一節で始まっている。

次のように言うことはできないだろうか。ユークリッド平面における幾何学において、角の三等分を探し求める (suchen) ことはできない。なぜなら角の三等分は存在しないのだから。また、角の二等分は探し求めることはできない。なぜなら角の二等分は存在するのだから。⁽⁹⁾

実際には、定規とコンパスによって角を二等分することはできるが、三等分することはできない。だから、引用文の前半の三等分についてはすんなりと理解できるものの、後半の二等分は理解しにくい。三等分には答えがないのだから、求めることはできないかもしれない。だが、二等分には答えがあるのだから、むろん求めることも可能なのではないか。しかし、実は三等分のほうも一筋縄ではいかないのであり、以下本節では、ウィトゲンシュタインの真意がどこにあるのかを考察する。

2.2 作図（構成）、言語

2.1. で引用した件の所見には次のような補足が付されている。

より大きな体系の中では、角の三等分という課題に、場所を指定することができる。しかしユークリッド幾何学の体系の中では、それが解けるかどうか問うことはできない。というのも、もしそれができるとしたら、私はいかなる言語を用いて質問すればよいと

⁽⁷⁾ 津田 [1988]、pp.3-4, p.28.

⁽⁸⁾ ウィトゲンシュタイン解釈において「定規とコンパスによる角の三等分問題」を本格的に取り上げている（もしかしたら唯一の）先行研究に、Floyd, Juliet [2000] の深みのある考察がある。

⁽⁹⁾ PG S.387. 'suchen' は、文脈に応じて、「探し求める」、「探す」、「求める」、と訳し分けることにする。

いうのか。ユークリッドの言語で、か。——そしてまったく同様に、ユークリッドの言語で、ユークリッドの体系内での角の二等分の可能性を問うことはできない。なぜならそれは、この言語においては、常にナンセンスであるような、可能性そのものへの問いに帰着することになるからである。⁽¹⁰⁾

まず、二等分の方から考えよう。「ユークリッドの言語を用いて、ユークリッドの体系内で角の二等分の可能性を問うことはできない。」とある。二等分は存在するのだから可能性を問うことはできるのではないか？だが、まさに、二等分は存在するのだから可能性を問うことはできないのである。つまり、存在するとわかっていれば、その可能性を問うことは意味がないというわけだ。このことは2.1で最初に引いた引用文についても同様である。そこでは、角の二等分は存在するのだから探し求めることはできない、と言われていた。「可能性を問う」ことも、「探し求める」ことも、二等分の作図方法が手に入っていない状態であることである。そして、このことは、本小節最初の引用文にあるように、角の三等分同様に不可能とされている。つまり、二等分の可能性について存在するとわからないというちは問うことはできず、存在するとわかったときには、問う意味もなくなっている、というわけである。これが、「なぜならそれは、この言語においては、常にナンセンスであるような、可能性そのものへの問いに帰着することになる」で考えられていたことであろう。このことは、本小節最初に引用文した箇所より少し後に「ユークリッドは、いかにして彼の問題の解決を求めるかを教えない。彼は解決を与え、それが解決だということを証明する。⁽¹¹⁾」と言われていていることからわかる。こうした特徴を持つ「ユークリッドの言語」に対して、例えば、自然数の四則演算の体系では事情が全く異なる。この場合は、任意の自然数に対して、どのように計算したらよいかは事前に与えられているからである。定規とコンパスで角を n 等分する (n は 2 以上の自然数) という問題における「 n 」は、任意の自然数 l , m に対して「 $l + m$ 」を求める問題における「 l 」、「 m 」とはまったく異なったものなのである。というのも、「 n 」には変項としての実質が保証されておらず、それこそまさに一つ一つ作図によって確保しようとしているものだからである。ありていにいえば、角の三等分の「3」は、定規とコンパスの作図に対して全く無関係なものを我々が二等分とのアナロジーに導かれて(そそのかされて)勝手に持ち込んだものなのである。

そして、角の三等分が作図不可能なことは「ユークリッドの言語」(ユークリッド幾何学の体系)では証明することはできない。例えば、角の二等分が作図可能であると証明することは、実際に「ユークリッドの言語」で書くこと、つまり、許された操作のみ用いて作図することを通してなされたのであった。だが、作図することこそまさに三等分の場合に不可能なことであり、また、まさにこの作図不可能であることこそ、証明したいことなのだ。他方で、角を三等分しようと作図を何度となく試み、作図できなかったことを以って、定規とコンパスで角の三等分を作図することが不可能であるということもまたできない。次に作図したら角の三等分が作図できるかもしれないからである。

こうした苦境をどのように脱し、不可能性を証明することができたのであろうか。本小

⁽¹⁰⁾ PG S.387.

⁽¹¹⁾ PG S.387.

節最初の引用文でウィトゲンシュタインも示唆しているように、定規とコンパスによって角を三等分することが一般に不可能なことは、ユークリッド幾何学の体系「より大きな体系」、すなわち、代数学における数と等式の体系において、定規とコンパスによる作図の操作と角を三等分する操作とがそれぞれある種の累乗根をとる操作として特徴付けられ、代数的な表現を与えられて証明されるのである。そこでは、「定規とコンパスによる角の三等分」という「問題」をどの言語で扱うかに関する変更、すなわち、「ユークリッドの言語」において扱うことから代数学における数と等式の体系において扱うことへの変更が行われている。

このことに関して、ウィトゲンシュタインは『青本』で以下のように述べている。

定規とコンパスによる角の三等分の不可能性の証明は角の三等分についての我々の観念を明瞭にするものだ、と言いたところである。しかし、その証明が我々に与えるものは新しい三等分の観念、その証明によって構成する以前には我々になかった新しい観念である。この証明は我々がとろうとしていた（which we were inclined to go）道の上を導いてくれた。だが我々をもと居た場所から連れ去ったのである。つまり、我々がずっと居た場を明瞭に示してくれるだけではなかったのである。⁽¹²⁾

ここまで来れば、角の三等分の不可能性の証明に関する彼の考察を扱うことにより、第1節で引用した所見中の「証明はわれわれの言語の文法を変え、われわれの概念を変える」ということがどのようなことであるのかが幾分明らかになったといえよう。

話をもとに戻そう。これまでに見てきたウィトゲンシュタインの考察に対して、以下のような反論が考えられる。：確かにユークリッド的作図においては角の三等分は不可能であるかもしれない。しかし、それは作図することができないということであって、作図を探し求めることができない、ということではないのではないか。実際に手に入れてないものは、手に入っていないがゆえに、かえって探し求めることが可能なのではないか。そしてそれは、上で二等分に用いた根拠なのではなかったか。——しかし、定規とコンパスによる三等分を求めていた人は何を探し求めていたのだろうか。それらはまさに不可能なことなのだ。——だが、三等分のケースはたまたま不可能だと判明したケースであるが、探し求めが成功するケース、例えば、フェルマー予想のようなケースも存在する。この場合は、「探し求め」だと言ってもよいのではないか？ ——しかし、成功した後ではじめて探し求めだといえるのだとしたら、逆にそれはまったく探し求めではなかったことを示しているのではないか。以下、本稿では、探し求めか否かという問題を考えるために必要な、＜探し求めている何はどのように与えられるのか＞という問題のみ考察したい。

紙の上の正三角形を考えよう。これを、「紙の上に正三角形がある」と記述することは可能なのだろうか。可能だ、というのが私の答えである。だがそれは、そのときに、ある紙の上にあった正三角形の記述になり、時間のうちに存立する、インクによって構成されたあるものについての記述になる。これは、外的な事柄の記述と呼んでよいだろう。それ

(12) BB p.41. 強調、原文。

に対して、幾何学の問題を解いているときに、紙の上の正三角形を用いる場合（内的な事柄の場合）はどうだろうか。もちろん、証明の中に「いま、紙の上に正三角形があるとする」と書きはしない。せいぜい「いま、正三角形があるとする」とか「正三角形がある」くらいだろう。そしてこの場合、時制は、「いま」という言葉があるにもかかわらず、無時間的な時制である。この「いま」の意味は「さて」の意味することと似たものになることを見てとることは容易である。そして、紙の上の正三角形は作図問題を解く補助として機能する。この場合、「正三角形がある」という文は、紙の上の正三角形についての記述とみなすべきであろうか。前者の外的な事柄の場合、実際の紙の上の正三角形とその記述である「紙の上に正三角形がある」という命題との関係において、「本物」は実際の紙の上の三角形のほうである。というのは、仮に紙の上にあるのが平行四辺形であったら、「紙の上に正三角形がある」という命題は偽であるからである。それに対して、後者の内的な事柄の場合、紙の上の正三角形の方が「本物」の似姿である。数学においては、「正三角形がある」と言えば、本当に完璧に正確な正三角形があると考えべきなのである。この場合、「正三角形がある」という命題は、紙の上にある正三角形の記述なのではない。それはそれ自身を示しているのである。

我々が数学の本の中に見出すのは、何かについての記述ではなく、事柄そのものである。我々は数学をつくる。人は「歴史を記述する」と言い、「歴史をつくる」と言うが、ある意味では、数学はつくることしかできないのである。

数学とはそれ自身の適用（Anwendung）である。このことは非常に重要である。そしてこのことから非常に多くのことが帰結する。…もし私が、3つのスモモ+4つのスモモ=7つのスモモ、3人の人間+4人の人間=7人の人間、等々と言うとき、私は数を様々な対象に適用している（anwenden）のではなく、私は常に同一の適用を目の前にしているのである。数は表されるのではなく、ある（sind）のである。表されるのは対象のみである。（強調は原文）⁽¹³⁾

『論考』以来の「語り」と「示し」の区別が、ここでも主眼になっている。引用文中最後の「数は表される（vertreten werden）」ではなく、あるのである。表されるのは対象のみである」にも、そのことをうかがい知ることができる。「つくる」ということは、もちろん、構成主義の立場を連想させるが、この最後の一節は、プラトンをも連想させないであろうか。

本稿では「語り」と「示し」の区別について本格的に論じることはできない。以下では、この区別に関係させつつ、探し求めている何はどのように与えられるのかという問題をさらに考えてみたい。⁽¹⁴⁾ 定規とコンパスによる角の二等分の作図はどのように与えられ、角の三等分の構成はどのように与えられたのだろうか。語り」と「示し」の区別から、それらが語言

⁽¹³⁾ WK S.34-5.

⁽¹⁴⁾ 田島正樹は、本稿で扱っている問題の重要性を、すでにより広い視野のもとではるかに深く捉えている。（田島正樹[2006]、「可能性と反実在論」、「自由と問題」、その他いくつかの章）だが、彼は、いま扱っている「外的」と「内的」の区別をとり上げていない（ように思われる）。（もしかしたら、とり上げるまでもないからだろうか。）

語の語りによって与えられるのではなく、作図（構成）によって示されることが示唆される。すなわち、言語語の「定規とコンパスによる角の二等分の作図」や「角の三等分の構成」は現実のインクのしみについて語ることはあっても、数学が問題にしているものを直接語ることはできず、後者は、二等分の作図や、三等分の数記号や等式による構成によって示されねばならないのである。後者を示すことは、しばしば数学的に「きちんと書く」といわれることである。そして、このことは、数学が問題にしているもの、すなわち、内的な事柄を与えることによって本質的なことであるといえるだろう。この「きちんと書く」ことによって内的連関が生成されることを見てとったとき、この「きちんと」が非常に問題的に響いてくるであろう。それを論じることは本稿以後の最重要課題である。

3. 言語の拡がり、『論考』の拡がり

2.3節の始めて引用した所見の次のパラグラフには、「問いは、それを解くための方法を与えている計算の中でのみ、意味を持つ」という、いかにもウィトゲンシュタインらしい章句が顔を出す。ここから、解決の方法が与えられていない状態下での、角の三等分やフェルマー予想の証明を求めるといふ数学上の難問は無意味である、という極めて直観に反する主張がウィトゲンシュタインによってなされているという解釈が妥当性を受け取ることになる。ここには、悪いウィトゲンシュタインが顔を覗かせているように見える。⁽¹⁵⁾

しかし、それは何も今に始まったことではない。すでに『論考』で、数学の命題はすべて擬似命題だと宣告されているではないか。問題なのは擬似命題を否定的な意味でのみとることなのではあるまいか。「擬似命題とは、その命題を分析してみると、その命題が語っている」とされたことを、結局は示しているにすぎないことが明らかになるような命題である。⁽¹⁶⁾」数学の命題が現実の像とはいえないことは、一定の説得力を持つ。「我々が数学の本の中に見出すのは、何かについての記述ではなく、事柄そのものである。…。数は表される（vertreten werden）のではなく、ある（sind）のである。表されるのは対象のみである。」命題の本質が何かの像であることになるのならば、何の像でもないものは命題ではない。したがって、『論考』の数学観の是非はともかく、（少なくとも数学的プラトニズムに難点を感じる者ならば）数学の命題は擬似命題であるという主張は、それほど受け入れがたくはないはずである。仮にその主張を受け入れたとするならば、数学の問題は擬似問題ということになる。それも、上で角の二等分と三等分とで見た二通りの仕方、擬似問題となろう。すなわち、一方にはすでに答えが与えられており、他方は、そもそも問題を表現する体系からして存在していないから。いま、後者に注目してみよう。PGより以前のPBにおける角の三等分問題に関する以下の所見から何かが透けて見えないであろうか。

…このことは、不可能性の証明のためにはユークリッドの体系の外に出なければならぬ、ということにも示されている。（強調は原文）

⁽¹⁵⁾ 誤解のないように言わねばならないが、こうした見かけを私はすべて是認しているわけではない。「問いは、それを解くための方法を与えている計算の中でのみ、意味を持つ」を直観に反しない方向で、解釈していくつもりである。

⁽¹⁶⁾ TB 20.10.1914. 強調は原文。訳は邦訳に依拠した。他の引用箇所の訳はおおむね参考文献に挙げた邦訳通りだが、必要に応じて変えさせていただいたものもある。

体系はいわば一つの世界である。…

私は私の世界の内部には限界を引くことができるものの、私の世界の限界を引くことはできない。命題 p が体系 S の部分である s に属するかは問えるものの、それが体系 S に属するか否かを問うことはできない。それゆえ、角の三等分の問題に対して大きな体系の中でその問題の場所を決定することは可能だが、…。⁽¹⁷⁾

これらの引用文を通して、『論考』の有名な数節が透けて見えないであろうか。('私の言語の限界が私の世界の限界を意味する'、'限界は言語の中でのみ引くことができる、そして限界の彼岸にあることは全くの無意義であろう。')⁽¹⁸⁾ ユークリッドの体系は実際は一つの限定された体系であるが、それをモデルにしてウィットゲンシュタインはもっと大きなことを考えようとしているのではないか。数学では本稿で見た定規とコンパスによる角の三等分やフェルマー予想など、難問と呼ばれる問題が現実には解決されてきているという事実が存在する。このことは、とりわけ『論考』の著者にとっては驚嘆すべきことだったに違いない。この事実は、『論考』終盤の 6.5 の第 2 文に抵触すると思われるのである。

表明できない解答に対しては、その問いも表明することはできない。

謎は存在しない。

ともかくも問いが立つのであれば、その問いに答えることもできるのである。⁽¹⁹⁾

ウィットゲンシュタインは、擬似問題————内的連関が存在しない状態下での「問題」————から、定理————内的連関の一部————へと変化するという事態を凝視することによって、内的関係が創られるという動的な相に光を当てようとしていたのであるまいか。それは、すなわち、言語の限界の拡がりについて考えることとも呼べるのではないだろうか。

(いりえ・としお 社会文化科学研究科博士後期課程)

参考文献と略記

- (1) Wittgenstein, Ludwig,

『論考』[1922] *Tractatus Logico-Philosophicus*, C. K. Ogden (trans.), Routledge & Kegan Paul.

『探究』[1958] *Philosophische Untersuchungen*, G. E. M. Anscombe (trans.), Blackwell. (藤本隆志訳

『ウィットゲンシュタイン全集 8 哲学探究』1984年、大修館)

‘TB’ [1984] ‘Tagebucher 1914-1916’ in *Tractatus Logico-Philosophicus Werkausgabe Band 1*, Suhrkamp.

‘PB’ [1984] *Philosophische Bemerkungen Werkausgabe Band 2* (奥雅博訳『ウィットゲンシュタイン全集 2 哲学的考察』、1987年、大修館)

‘WK’ [1984] *Wittgenstein und der Wiener Kreis Werkausgabe Band 3*, Suhrkamp. (黒崎宏訳「ウィットゲンシュタインとウィーン学団」、『ウィットゲンシュタイン全集 5』、1976年、大修館)

⁽¹⁷⁾ PB § 152.

⁽¹⁸⁾ 『論考』5.6、序文。強調は原文。

⁽¹⁹⁾ 強調は原文。ちなみに、後年の講義でウィットゲンシュタインは数学の問いを謎なぞに喩えている。

-
- ‘PG’ [1984] *Philosophische Grammatik Werkausgabe Band 4*, Suhrkamp. (山本信訳『ウィットゲンシュタイン全集3 哲学的文法1』1975年、大修館。坂井秀寿訳『ウィットゲンシュタイン全集4 哲学的文法2』1976年、大修館)
- ‘LFM’ [1976] *Wittgenstein’s Lecture on the Foundation of Mathematics, Cambridge 1939*, C. Diamond (eds.), The University of Chicago Press.
- ‘BGM’ [1984] *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik Band 6*, Suhrkamp. (中村秀吉・藤田晋吾訳『ウィットゲンシュタイン全集7 数学の基礎』、1987年、大修館) (なお、ズールカンプ社のほうは、改訂版である第三版、訳本は第一版の訳である。本稿での参照は、第三版に基づいている。)
- ‘BF’ [1984] ‘Bemerkungen über die Farben’, in *Über Gewissheit Werkausgabe Band 8*, Suhrkamp. (中村昇・瀬嶋貞徳訳『色彩について』、1997年、新書館)
- ‘PO’ [1993] *Philosophical Occasions*, J. Klagge and A. Nordmann (ed.), Indianapolis: Hackett.
- 奥雅博訳『ウィットゲンシュタイン全集1 論理哲学論考・草稿1914–1916・論理形式について』、1975年、大修館
- (2) Glock, H. J. [1996] *A Wittgenstein Dictionary*, Blackwell.
- (3) 奥雅博 [1992] 『ウィットゲンシュタインの夢』、勁草書房。
- (4) Floyd, Juliet [2000] ‘Wittgenstein, Mathematics and Philosophy’ in A. Crary and R. Read, (ed.), *The New Wittgenstein*, London: Routledge.
- (5) Shanker, S. G. [1987] *Wittgenstein and the Turning-Point in the Philosophy of mathematics*, State University of New York Press.
- (6) 津田丈夫 [1988] 『不可能の証明』、共立出版。