

数理モデルによるシミュレーションを 題材とした中学校数学の授業開発 —感染症伝播とその予防を例として—

高橋 正太郎

千葉大学教育学部小学校教員養成課程

本研究では、中学校において感染症の数理モデルを用いてシミュレーションを行わせるという授業の開発を行った。シミュレーション技術の進歩は目覚ましく、複雑な現象をより正確に扱うことが可能になっており、その適用範囲も身近なものから専門的なものまでと広い。シミュレーションを学ばせる際、生徒に身近なものとして感染症を取り上げ、伝播と予防法の効果を表す数理モデルを製作しシミュレーションさせることで、シミュレーションに対する関心を高める授業を行った。また、感染症の予防についてもシミュレーションを通してその効果を実感させることができた。¹

キーワード：シミュレーション、数理モデル、感染症

1. 問題の所在

1.1. シミュレーションの定義と実社会での活用

シミュレーションとは現象を真似ること・模擬することである。シミュレーションを行う目的は、「現実の複雑な事象をモデルを用いて模擬し、その変化の解明や解明の手段を開発したり、教育や訓練に利用する」²ことである。シミュレーションはありとあらゆる分野で用いられている。その分野は産業、経営、軍事など様々な分野に及ぶ。シミュレーションの利点として峯村(2006)は以下のことを挙げている³。

- ★解析された現象の時間的な推移などをグラフィック表現—可視化(visualization)という—により、現象の全体像や詳細の把握・理解が容易。
- ★実験に比べて短期間に、かつ安価に得られる問題解決の見通しの良さ。
- ★実験のように環境条件の変動などによる影響を受けない良好な再現性。
- ★結果の分析や評価が容易であるからモデルの修正、初期条件や境界条件、あるいは異なる解析方法による影響などを、安価に、明確に把握可能。

- ★危険な、あるいは退屈な操作の代替が可能。
- ★データの蓄積や加工が容易にできるので、経験によって得られた情報を知識工学的に統合して組み入れることが容易。

特に近年のスーパーコンピュータの能力向上に伴い、シミュレーション技術の進歩は目覚ましく、より正確に幅広く取り扱うことが可能になっている。

現在、日本の学校教育でシミュレーションそのものについて指導する単元があるのは高等学校の情報の授業である。平成 21 年改訂の高等学校学習指導要領 情報編⁴の「情報と問題解決」でシミュレーションについて扱うことが位置づけられている。

1.2. 中学校において感染症予防のシミュレーションを扱う意義

シミュレーションを授業で扱う際は、柴田(2006)が「生活から発生し生活の要求によって生まれた学校の教育が、生活との結びつきを必要とするのは、当然のことといえよう」⁵と述べていることから、生徒の実生活と結びついた感染症の伝播を題材にした数理モデルを挙げることができる。また、中学校学習指導要領 保健体育編⁶では、「感染症の予防」の学習では、感染症とそれに対する有効な予防法について具体的な感染症を取り上げて学習することになっている。しかし、感染症の広がりとその予防についてシミュレーション教材を用

Shotaro TAKAHASHI: Primary School Teachers Course, Faculty of Education, Chiba University
Development of Teaching Program in Junior High School about Simulation Using Mathematical Model —Using of Infection Propagation and Prevention—

いて実践する報告は、見られていない。シミュレーションを行い、具体的な数値を用い理解することで、「感染症の予防」の学習もより深まるのではないか。

また、浦島(2012)は以下のように述べている⁷。

アウトブレイク調査のノウハウは感染症の問題だけでなく、政治経済やビジネス、地球環境における危機管理にも十分応用可能という点だ。なぜなら、アウトブレイクが発生する背景には人口増加、環境破壊、社会経済の変化が存在するからである。

感染症の拡大阻止を考えることで、様々な条件を考える事もできる。

また、村山(2003)はシミュレーション学習の意義を2点挙げている⁸。

まず、1つ目は、体感的な理解が得られることである。感染症の伝播する様子については実感を伴った理解をすることは難しい。だが、シミュレーション教材を使用することで体感的な理解を伴って学習することができる。

2つ目は、シミュレーション教材によって主体的な学習活動を行なうことができることである。また、娯楽や競争性を伴うため、学習者は楽しみながら学習することで、学習意欲の向上にもつながると考えられる。以上のように中学校においてシミュレーション教材を導入することで学習の効果上意義があると考えられる。

1.3. 感染症をシミュレーション教材として用いた先行実践

感染症予防をシミュレーション教材として用いた実践として、兵庫県立神戸高等学校の松下稔による「生理生態学/感染症のモデルの構築と数学的考察」⁹の実践内容について確認し、中学校で感染症予防をシミュレーション教材として用いた実践をするための示唆を探っていく。

松下による授業は高校2年生を対象にしていた。複雑系・微分方程式・シミュレーションの基礎知識を学習し、データを元にシミュレーションを繰り返し数理モデルを改良していくというものであった。

高校生を対象とした実践は確認できた。このことから高校生を対象とした授業ではそれまでに習った単元を用いてモデルを作成するなどして、シミュレーションを題材とした授業を開発できる。中学生の数学を学ぶ意欲を向上する必要性を踏まえ、どのような授業が可能であるか実践開発を通して明らかにする必要がある。

2. 研究の目的と方法

2.1. 研究の目的

本研究の目的は、感染症の伝播とその予防について扱ったシミュレーション教材を開発し、その教材に因る授業単元を作成し、中学校で実践することで、その有効性と課題を明らかにすることである。

2.2. 研究の方法

感染症の予防とその予防を題材としたシミュレーション教材を扱う3時間の授業を作成し、千葉大学教育学部附属中学校3年生の後期の選択数学「ゲームで学ぶ数学」を受講している生徒18名を対象に実践する。授業に置ける生徒の様子、生徒による事前・事後アンケートの記述を中心に考察する。

3. 授業・教材の開発

3.1. シミュレーション教材の開発

授業では、「ジェット熱」という架空の感染症を作り、それを用いてSIRモデルを製作した。ジェット熱の特徴は以下に示す。

潜伏期間...0日～1日

感染経路...飛沫感染、接触感染

発症期間...1日以内

対策...マスク、手洗い、うがい、安静にする

この症状をもとにSIRモデルを2つ製作した。

まず、1つ目のSIRモデルについて示す(資料1)。

DE列には1日を4分割した5日間分(DE3:1-1日～DE22:5-4日)、F列には時間tの経過(F3:t=1～F22:t=20)、それぞれの時間に対応したS(未感染者数)、I(発症者)、R(免疫保持者)が表示されるような項目をGHI列にそれぞれつくった。また、S、I、Rそれぞれの数値をグラフ化して表示できるようにした。1つのクラスをイメージしたモデルを作りたかったので40人の集団に1人の発症者が入り込んだ41人の集団をモデル化した。そのため、初期値はそれぞれS=40.0(人)、I=1.0(人)、R=0(人)となる。それぞれの数値は再生産数 R_0^{10} によって変化する。今回は感染症について詳しく解説する授業ではないため、わかりやすいように感染力とした。感染力の欄はB23につくり2とした。

時間tのときのS、I、RをそれぞれS(t)、I(t)、R(t)とすると、 $S(t)=S(t-1)-I(t)$ 、 $I(t)=2*S(t-1)*I(t-1)/40$ 、 $R(t)=I(t-1)+R(t-1)$ と表せる。その際、Iがピークになるのは時間5のときの9.0人、Sが変化しなくなったのは時間10のときで4.3人となる。

日にち1-3(時間3)、1-4(時間4)、2-2(時間6)のときに行動を選択できるようにした。それぞれ行動1、行動2、

行動3とし、B16、B18、B20に設置した。その行動には予防法となるものや感染率を上げるものを選択できる。行動の種類は「保健室で休む(0.3)」、「手洗い(0.8)」、「うがい(0.7)」、「友人と話す(1.5)」、「マスクをする(0.95)」、「授業を受ける(1.3)」とした。()の中の数値は何も行動を選択しなかった時を1とした際の感染力の変化の割合である。そのため、感染力が上がる数値は、少なくとも2回以上は選択しないと考えると、275通りの行動選択のパターンが考えられる¹¹⁾。また、S、I、Rの数値をグラフで表せるようにした。これは、人数の変化の流れを視覚的に見えるようにするためである。

次に、2つ目のSIRモデルについて示す。前述のSIRモデルとの違いは、行動が1つだけ選択できること、その行動が「手洗い・うがい(0.56)」の1つのみであること、選択した行動が全ての時間に対応している(全ての時間で行動1を行う設定である)ということである。

以上2つのシミュレーション教材を製作した。2つめの数理モデルを作成した理由は常に予防法を行うことの大切さを生徒たちに理解させたかったからである。

また、シミュレーションを行うにあたってどのような結果を目指してシミュレーションしていくのか、その課題を示した。

- (1) シミュレーション結果をみて、どの行動パターンが「最終未感染者が多くなり、発症者の最大の人数が少なくなる」かを見つけよう。
- (2) また、なぜその行動パターンがそのような良い結果になるのか考えてみよう。

この2つの課題をもとに2人1組でiPadを操作し、パンデミックを阻止するようにシミュレーションを行う。1つ目の課題の「最終未感染者数が多い」ようになるのは、一般人の視点に立ったためである。「発症者の最大の人数が少なくなる」ようになるのは、病院からの視点に立ったためである。例えば、病院がある感染症の対策を一度に4人できるのであれば、それを越えて発症者に来院されると対応できなくなってしまう。そのため、(1)のような課題を設定し、活動を行わせた。

3.2. ストーリーの製作

ここでは、ストーリーの内容について述べていく。

今回の授業では題名を「パンデミックを止める！」とした。

ストーリーは、主人公の視点に沿って進んでいく。ストーリーの概要は以下に述べる。

主人公はワタル。ワタルは中学生にも関わらず様々な知識と洞察力を兼ね備えた中学生探偵である。ある時、タイムスリップして未来の学校の保健室に来てしまう。養護教諭

である柳沢先生と出会い、未来において感染症「ジェット熱」が流行していることを聞き、感染症の流行を防ぐために、どのように実践していけばよいのかシミュレーションを通して解決していく。シミュレーションによって感染症の流行を阻止する手段を提示したワタルは現代に戻ることができた。そして、ワタルはまた新たな問題に巻き込まれていく。

上記のようなストーリーを製作し、授業を進めた。

また、ストーリーを書いたプリントは、ワタルが柳沢先生から得た感染症などの情報を書き込めるようにした。これは、授業を受ける生徒にもワタルと同じ情報を共有し、感染症やシミュレーションについて、理解させるためである。

以上がストーリーについてである。

4. 授業の実際と考察

授業の概要は以下の通りである。

実施校：千葉大学教育学部附属中学校	
教室：視聴覚教室	
教科：数学（選択数学）	
学年：中学3年生18人	
時間：45分×3回	
実施日時：1時間目	平成25年11月6日(水)13:00～13:45
2時間目	平成25年11月20日(水)13:00～13:45
3時間目	平成25年11月27日(水)13:00～13:45
授業者：高橋正太郎	

授業の流れを以下表1に示す。

表1 授業の概要

時間	内容(1時間目)
5分	事前アンケート記入
15分	iPadになれる（簡単な計算を行わせる）
10分	感染症について知る
15分	SIRモデルについての説明を聞き、簡単な操作を行う
時間	内容(2時間目)
15分	操作方法について確認する
30分	シミュレーションを行い、結果を分析する
時間	内容(3時間目)
9分	シミュレーション結果の分析を行う
15分	分析について解説を聞く
13分	別の数理モデルを用い、効率的な予防法の実践について確かめる
2分	数学とシミュレーションの関係を知る
6分	まとめと事後アンケート

ここからは、授業における生徒の実際の様子、生徒の事後アンケートの記述、授業者の反省、同行者の指摘から授業を考察していく。生徒はA～Rまでのアルファベットで表し、AB、CD、…、QRがペアになって1台のiPadを使用する。

なお、シミュレーション活動が2時間目を中心に行われている。ここでは、1時間目、2時間目、3時間目と大きく3つの場面に分けて論じる。なお、授業者の発言は『』、授業者以外の発言は「」で示す。

4.1. 1時間目

4.1.1. iPadに慣れる（簡単な計算を行わせる）

まず、iPadの電卓アプリを使い、整数の平方根を求めさせた。これは、iPadを使うことに慣れさせるためである。事前に2の平方根を用いて扱い方を説明し、子どもたちには13の平方根を求めさせた。子どもたちは13の平方根の予想を立て、次々に様々な数値を入力していた。iPadに数値を入力する際も、押し間違えることもなく素早く行っていたり、それまでの計算の履歴が表示されるというような事前に教えていなかった機能を使ったりしている生徒もいた。これらのことに加え、iPadを渡した際にすぐに画面を操作する生徒が多かったことから、簡単な問題に対しても、iPadを扱うことに積極的であることがうかがえた。

4.1.2. 感染症やシミュレーションについての説明

授業プリントを配り、授業者が、そこにかかっているストーリーを読みながら、授業を進めていった。

それまで、生徒たちは授業者が前で説明を話しても、ざわついていることが多く、集中していない様子であった。しかし、ストーリーに沿って授業を行うことで生徒たちも集中するようになったと感じられた。また、感染症やシミュレーションについて説明する場面を盛り込むことで、それぞれの説明やシミュレーションに話をつなげていくことも、より円滑に行うことができた。

ストーリーを読み進め、未来で感染症が広まっていることを確認した後で感染力の説明を行った。生徒を例に挙げて説明した。授業者は『例えば、感染力2の感染症があったとする。その感染症がAに感染したとします。そうすると次はBとCに感染します。Cに感染したものはEとDに、Bに感染したものはGとIに感染します。』と説明した。そうすると、Aから「2乗2乗ね」といった反応があり、他の生徒からも「あー」といった反応があった。Aの発言と生徒を使い説明したことで、感染力によって、感染症の発症者の動向が変化していくことを認識できたようだった。

その後、SIRモデルの感染力の数値を変化させ、簡単

なシミュレーション活動を行わせる予定であったがほとんど時間が取れなかったため、1時間目を終了させた。

4.2. 2時間目

4.2.1. 操作方法についての確認

今後の感染症伝播とその予防に関する数理モデルのシミュレーションを行うために必ず理解しておいてほしい内容であったため長めに説明時間を取った。数理モデルについて説明したプリントとiPadを用いて、表のそれぞれが何を表し、どのように数値を入力するのかを説明した。生徒たちは、私語をはじめたりiPadを触ったりするなど、集中していない様子であった。このことから、このシミュレーションの説明は、生徒が興味を持って聞き、理解することができるように、より簡潔にしたり、わかりやすい説明を心がけたりするべきであったと考えられる。

そして最後に3章に記したように、どのようなシミュレーション結果を求めていくのかを示した。また、シミュレーションの結果を記録していくようにも指示した。

4.2.2. シミュレーション活動

シミュレーションが始まると、生徒たちは相談しながら、行動欄に数値を入力し始めた。2人1組で1つのiPadを配布していたため、数値をiPadに入力する人と、シミュレーションの結果を記入する人に役割を分けて行うペアがいた。役割分担を行い、相談しながらシミュレーションを行えるため、1人1つではなく、複数人で1つのiPadを配布することは一定の価値があったのではないかと思われる。

始めてすぐに、「全部0.3にすればいいんじゃない？」と生徒が発言していた。このことから数値の低い行動を選択すれば、感染者の数を減らせると考えていることが分かる。

シミュレーションを進めると、ある生徒が「マイナスになった。」と発言した。行動1、2、3に、どういった数値を入力したのかを聞くと、「全部2を入力しました。」と答えた。このことから、行動1、2、3には数値を入力するのではなく、行動の項目を表示し選択し、その結果数値を変更させるように設定しておくべきであったと考えられる。

活動に積極的でない者もみられた。CDとEFのペアはシミュレーション開始後あまり集中していなかった。特に、生徒Cはシミュレーションを精力的に行ってはおらず、EとFも授業の序盤から私語が多く、助言や注意を行っても一旦は活動を行っても、すぐに集中を切らしてしまう。しかし、AがCD、EFに協同でシミュレーション活動を行おうと持ちかけたことで徐々に活

動を行うようになった。このことから、授業者はシミュレーションを開始する前に班分けを行うべきであったと考える。そうすることで、活動に責任が生じ、行動につながったのではないかと考えている。

AB は授業の説明のときから集中して授業を聞いていた。シミュレーション活動が始まってからも条件を自分たちで分けながら行っていた。しかし、行動パターンが何種類にもなることに気づき、周りと同様で行おうと考えたようだった。そして、シミュレーションを始めて15分ほど経ったときに、AがC～Fに「おれら、行動1を変えていくから、CDは行動2を変えて、EFは行動3をどんどん変えて。」と言った。生徒C～Fも「オッケー」と答えていた。これは、時間内にシミュレーションを大量に行えないという問題意識を生徒がもったために、創意工夫して生まれた発言であると考えられる。授業者は、授業後の反省で、275通りの行動パターンがあることから、初めから班での活動、あるいは条件をペアごとに当てはめ18人全体で結果を求めるようにする等の指示を出しておくべきであった。少なくとも、発言があった時から協同で活動を進めるように生徒たちに授業者から助言しておく、その後の分析のための資料を多く集めることが可能になっていた。その後生徒A～Fは協同して作業を進めていた。

その後、6人で協同しながらシミュレーションをしていた生徒Cは「これ別々にやっても意味ないじゃん」と言った。この発言は、1つの行動のみを変更させ活動を行っていたために思っていた数値が得られなかったことからの発言だと考えられる。そこで授業者は『いろいろな数値でシミュレーションをやり始めたと思うが、予防の行動は多くした方がいいと思うよ。』と助言をした。

全体的に、生徒たちはシミュレーションを行う時間は、手を止めずに行っていた。これは、生徒がシミュレーションに対して関心を持ち、問題の解決に意欲的に臨むことができていたと考えられる。

4.3. 3 時間目

4.3.1. シミュレーションの分析

前時までのシミュレーション結果をもとにどの行動パターンが最も求めたいシミュレーション結果になるのかを考察する。

生徒たちに『このシミュレーションの行動パターンは全てで275通りでした。その中でおもに3パターンが求めたい結果に近い』ということを示し、そのパターンとシミュレーションの結果を記したプリントを配った。生徒はその3パターンを見比べ、「この方がいいのでは?」「いや、それだ!」などの発言をしたのだが、時間が足りなかったことなどから授業を進めてしまった。

この場面では、生徒同士でしっかりと議論させることで、分析能力を高め、考え方の幅を広げたかったのだが時間の都合で進めてしまった。

4.3.2. 数学とシミュレーションとの関連

スライドを用いて数理モデルと数学とのかかわりやシミュレーションについて解説を行った場面について考察する。数理モデルについての説明ではそこで用いられている数式を見せた。数式は常微分方程式という中学校では扱わない範囲だったため、詳しい解説はしなかったが、数学が社会でも活用されていることを意識させるためにスライドに取り入れることとした。数式を写して解こうとする生徒Bをはじめ、他の生徒たちは興味深そうに聞いていた。授業後のアンケートでも「実際に数式を見ることで、このような計算方法によってシミュレーションがされていることがわかり、納得することができたのでよかった」とあり、数学と関わりがないと感じていた生徒たちも数式が出たことで、シミュレーションと数学のつながりについて理解できたようだった。

5. 研究の成果と課題

5.1. 研究の成果

本研究の成果を研究の目的との対応から、以下の点について述べる。

シミュレーション教材を導入することで、感染症の伝播とその予防法の効果について実感を持ちながら学習できるということである。感染症の数理モデルによるシミュレーションを通して、例えば、生徒Oは「数学を使って、感染症が広がるのを防げるという事を知ってとても驚きました」、生徒Jは「身近な問題を数学で解明できてよかった。表やグラフにすると結果がよくわかる」と発見した」と感想を述べた。単に授業者から一方的に学ぶのではなく、シミュレーション教材で追体験を行なうことで、予防法を継続的に行うことの大切さを、より具体性をもって学べたと考えられる。

以上より、本研究では、シミュレーション教材を開発するなど教育方法を工夫することで、感染症伝播とその予防法の効果、シミュレーションの社会への応用について、生徒に興味・関心をもたせたり、理解させたりすることに寄与したことが研究の成果として挙げられる。

5.2. 研究の課題

本研究における今後の課題を論じる。今後の課題として以下の3点が挙げられる。

まず、1点目は、前章で考察した内容について授業を改善することである。例えば、数理モデルの説明を行う際に、生徒たちは、私語をはじめたりiPadを触ったり

するなど、集中していない様子であった。このことを改善するために、シミュレーションの説明を、より簡潔に、わかりやすい説明にする。

2点目は、教材の改善を行うことである。3時間という授業時間でシミュレーションを行い、分析の時間を確保するためには、数理モデルの行動パターンが275通りであることは非常に多かった。授業時間内にシミュレーションを行い分析に必要なある程度の行動パターンのサンプルを手に入れることは本教材のままでは不可能である。

最後に3点目は、本研究の授業内容を派生させた授業を開発し、実践することである。本研究の授業内容では、モデル化とシミュレーションの社会への応用例の1つとして、感染症の伝播や数学と数理モデルのつながりについて扱った。だが、世の中には感染症の伝播についてだけでなく、あらゆるシミュレーションが存在する。世の中の出来事に対してあらゆるシミュレーションを行い、分析を行うことで、そのシミュレーションや出来事についてのことを学習できるのではないだろうかと考える。様々な事象のモデル化とシミュレーションについて授業を開発していくことは今後の課題である。

以上3点が今後の課題である。これらの課題を踏まえて今後も研究を続けていきたいと考える。

先生方、生徒の皆さんに、この場を借りて、感謝申し上げます。

¹ 本論文は、筆者の訂正25年度千葉大学教育学部卒業論文「中学校における感染症予防の数理モデルを用いたシミュレーションを題材とした授業開発」の内容を抜粋し、新たな知見を加えたものである。

² 峯村吉泰(2006)『Javaで学ぶシミュレーションの基礎』森北出版株式会社

³ 同上

⁴ 文部科学省(2010)『高等学校学習指導要領解説 情報編 平成22年5月』開隆堂出版

⁵ 柴田義松(2006)『教育課程』学文社

⁶ 文部科学省(2008)『中学校学習指導要領解説 保健体育編』東山書房

⁷ 浦島充佳(2012)『パンデミックを阻止せよ！ 感染症危機に備える10のケーススタディ』DOJIN選書

⁸ 村山祐司(2003)『シリーズ(人文地理学)10 21世紀の地理—新しい地理教育』朝倉書店

⁹ 以下のJST(独立行政法人 科学技術振興機構)の課題研究報告書を参照。

<http://www.hyogo-c.ed.jp/~kyoshokuin-bo/22jireishu/29.pdf>(2014年1月10日確認)

¹⁰ ある感染者がその感染症に免疫をまったくもたない〔感受性のある人：S(susceptible)〕集団に入ったとき、感染性期間に直接感染させる平均の人数のこと。

¹¹ 275通りとなる根拠は行動の数値が1より大きくなる者を2回以上選ぶと感染を誘発する行動を取りすぎてしまい、求めたい結果が得られないからである。そのため「全てが1以下(感染を誘発しない)の行動パターン($5^3=125$ 通り)」と「1より大きいもの(感染を誘発する)を1つだけ含む行動パターン($2^3 \cdot 5^3 = 150$ 通り)」を合計し、275パターンとした。

謝辞

実践に協力していただいた、千葉大学教育学部附属中学校の